УДК 539.293.011:535

В. Л. БОНЧ-БРУЕВИЧ, В. Д. ИСКРА

К ВОПРОСУ О МЕЖДУЗОННОМ ОПТИЧЕСКОМ ПОГЛОЩЕНИИ В НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Введение. При не слишком высоких температурах экспоненциальный хвост коэффициента поглощения («правило Урбаха») в неупорядоченных полупроводниках, по-видимому, связан с наличием всюду плотного спектра флуктуационных уровней. Квазиклассическая теория поглощения света в таких системах действительно позволяет объяснить правило Урбаха [1—4].

Однако по мере углубления в запрещенную зону (т. е. по мере уменьшения частоты света) возможность использовать квазиклассическое приближение становится все более и более проблематичной, ибо концентрация уровней, отнесенная к характерному интервалу энергии, заметно уменьшается*. При этом может возникнуть необходимость в чисто квантовомеханическом расчете коэффициента поглощения света системой случайных уровней. Далее, даже в условиях квазиклассического приближения исследование температурных эффектов требует обобщения техники [1—4] на предмет учета многофононных переходов. Попытка решения этих задач составляет предмет настоящей работы**.

§ 1. Исходные выражения. Обозначим через N_λ число потенциальных ям, находящихся в физически бесконечно малом объеме Ω и содержащих каждая по дискретному уровню с энергией в интервале ΔW_λ в окрестности точки W_λ. Пусть R^s_λ — координаты центров соответствующих потенциальных ям ($s=1, 2, ..., N_\lambda$), а $\chi_\lambda(\boldsymbol{r})$ — одноэлектронные волновые функции в «жестком» материале. Если состояние λ принадлежит дискретному спектру, то индекс λ включает в себя энергию состояния W_λ, координаты центра локализации $\boldsymbol{R}^s_\lambda$ и спиновое квантовое число s_λ:

$$\lambda \equiv \{W_\lambda, \mathbf{R}^s_\lambda, s_\lambda\}. \tag{1}$$

Введем a^+_λ и a_λ — фермиевские операторы рождения и уничтожения электрона в состоянии λ в «жестком» материале. Для комплексной электропроводности в «жестком» материале σ_0 мы имеем

$$\operatorname{Re}\sigma_0(\omega) = \frac{2\pi e}{\omega\Omega}\operatorname{Im} \Big< \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} (\lambda_3|j_\mu|\lambda_4)(\lambda_1|v_\lambda|\lambda_2) \times$$
$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} dt\, e^{i\omega t} K_r(\lambda_1, \lambda_2; \lambda_3, \lambda_4; t)\Big>. \tag{2}$$

---

* Заметим, однако, что в задаче о плотности состояний асимптотические результаты квазиклассического приближения фактически оказываются точными [5].

** Попытки такого рода уже предпринимались [6, 7] (один из нас (В. Л. Бонч-Бруевич) весьма признателен Б. Эссеру за любезно предоставленную возможность получить препринт доклада [7]). Все же наш подход, хотя и близкий к принятому в [6, 7], в ряде пунктов отличается от последнего, чем, на наш взгляд, и оправдывается публикация данной статьи.

Здесь

$$K_r(\lambda_1, \lambda_2; \lambda_3, \lambda_4; t) = i\theta(t) \operatorname{Av}[a^+_{\lambda_3}(t_2) a_{\lambda_4}(t_2) a^+_{\lambda_1}(t_1) a_{\lambda_2}(t_1)], \tag{3}$$

Ω — объем системы, $t=t_2-t_1$, e — заряд электрона, j_μ и v_μ — операторы соответствующих компонент плотности тока и скорости, μ — векторный индекс, угловые скобки в (2) и далее означают усреднение по случайному полю, а знак Av — усреднение по ансамблю Гиббса; мы пользуемся системой единиц, в которой $\hbar=1$.

Следуя работе [8], можно показать, что в кондоновском приближении и в пренебрежении частотным эффектом влияние многофононных переходов на коэффициент поглощения света можно учесть, вводя под знак интеграла в выражении (2) дополнительный множитель

$$C_{ph} = e^{\varphi_{\lambda_1\lambda_2}(t)}. \tag{4}$$

Здесь функция $\varphi_{\lambda_1\lambda_2}(t)$, хорошо известная в теории многофононных переходов [9], дается выражением

$$\varphi_{\lambda_1\lambda_2}(t) = -\frac{1}{2}\sum_q [x^0_q(\lambda_1) - x^0_q(\lambda_2)]^2 \{2N_q + 1 - \\ - i\omega_q t - (N_q+1)e^{-i\omega_q t} - N_q e^{+i\omega_q t}\}, \tag{5}$$

где q — совокупность квантовых чисел, описывающих стационарные состояния фононов, ω_q — частота фонона, N_q — соответствующее число заполнения; через $x^0_q(\lambda)$ обозначены равновесные значения нормальных координат.

Таким образом, с учетом многофононных переходов мы имеем

$$\operatorname{Re}\sigma(\omega) = \frac{2\pi e}{\omega\Omega} \operatorname{Im} \Big< \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4} (\lambda_3 | j_\mu | \lambda_4)(\lambda_1 | v_\mu | \lambda_2) \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu\, K_r(\lambda_1, \lambda_2; \lambda_3, \lambda_4; \omega-\nu) C_{ph}(\nu) \Big>, \tag{6}$$

где

$$C_{ph}(\nu) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} C_{ph}(t) e^{i\nu t}\, dt \tag{7}$$

и

$$K_r(\lambda_1, \lambda_2; \lambda_3, \lambda_4; \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_r(\lambda_1, \lambda_2; \lambda_3, \lambda_4; t) e^{i\omega t}\, dt. \tag{8}$$

В пренебрежении экситонными эффектами

$$K_r(\lambda_1, \lambda_2; \lambda_3, \lambda_4; \omega) = \delta_{\lambda_1\lambda_4}\delta_{\lambda_2\lambda_3}[n_F(W_{\lambda_1}) - n_F(W_{\lambda_2})] \times \\ \times \frac{1}{\omega - W_{\lambda_2} + W_{\lambda_1} - i\varepsilon}, \quad \varepsilon \to +0, \tag{9}$$

где n_F — функция Ферми, и, следовательно (с учетом известного соотношения между матричными элементами координаты и скорости), мы получаем

$$\operatorname{Re}\sigma(\omega) = \frac{2\pi e^2}{3\omega\Omega} \Big< \sum_{\lambda_1, \lambda_2} |(\lambda_1 | r | \lambda_2)|^2 (W_{\lambda_1} - W_{\lambda_2})^2 \times \\ \times [n_F(W_{\lambda_1}) - n_F(W_{\lambda_2})] C_{ph}(W_{\lambda_1} - W_{\lambda_2} + \omega) \Big>. \tag{10}$$

§ 2. Функция $C_{ph}(\nu)$. Суммируем здесь известные результаты, необходимые для дальнейшего. Произведем под знаком интеграла по t в формуле (7) замену переменных $t=t'\bar{\omega}$, выбирая $\bar{\omega}$ так, чтобы величины $\bar{\omega}_q=\omega_q/\bar{\omega}$ оказались целыми числами. Тогда формулы (5) и (7) дают

$$C_{ph}(\nu)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(p+n)\,C^0_{ph}(n)\frac{1}{2\pi}, \tag{11}$$

где

$$p=p_0+\bar{a}/2,\quad p_0=\nu/\bar{\omega}, \tag{12}$$

$$\bar{a}=\sum_q[x^0_q(\lambda_1)-x^0_q(\lambda_2)]^2\,\bar{\omega}_q, \tag{13}$$

$$C^0_{ph}(n)=\frac{\exp\varphi^0_{\lambda_1\lambda_2}}{\bar{\omega}}\int_{-\pi}^{+\pi}dt\,e^{-int}\times$$

$$\times\exp\left\{\sum_q\frac{[x^0_q(\lambda_1)-x^0_q(\lambda_2)]^2}{2\,\mathrm{sh}\,\frac{\beta\omega_q}{2}}\cos\left(\bar{\omega}_q t+i\frac{\beta\bar{\omega}_q}{2}\right)\right\}, \tag{14}$$

$$\varphi^0_{\lambda_1\lambda_2}=-\frac{1}{2}\sum_q[x^0_q(\lambda_1)-x^0_q(\lambda_2)]^2\,\mathrm{cth}\,\frac{\beta\omega_q}{2}. \tag{15}$$

Здесь $\beta=1/T$, T — абсолютная температура в энергетических единицах. В условиях, когда можно пренебречь дисперсией фононных частот ($\omega_q=\omega_0=\mathrm{const}$, $\bar{\omega}=\omega_0$)***, отсюда следует

$$C^0_{ph}(n)=\frac{2\pi}{\omega_0}\exp\varphi^0_{\lambda_1\lambda_2}\,e^{-n\frac{\beta\omega_0}{2}}\,I_n(z), \tag{16}$$

$$z=\frac{\bar{a}}{2\,\mathrm{sh}\frac{\beta\omega_0}{2}}, \tag{17}$$

где $I_n(z)$ — функция Бесселя мнимого аргумента. Правая часть (16) имеет максимум при $n=n_{\max}=-\bar{a}/2$.

Удобно рассмотреть предельные случаи больших и малых z, а именно:

а) $z\gg n,\ \frac{\beta\omega_0}{2}<1$ (случай «высоких» температур),

и

б) $z\ll n,\ \frac{\beta\omega_0}{2}\gg 1$ (случай «низких» температур).

*** Этот случай кажется особенно интересным. Действительно, во многих неупорядоченных полупроводниках химическая связь — не чисто гомеополярная. Соответственно, можно ожидать, что при не слишком низких температурах носители заряда будут взаимодействовать главным образом с продольными оптическими колебаниями.

Тогда

$$\text{а) } C^0_{ph}(n) \simeq \frac{\sqrt{2\pi}}{\omega_0}\sqrt{\frac{\beta\omega_0}{\bar{a}}}\exp\left\{-\frac{\beta\omega_0}{2\bar{a}}\left(n+\frac{\bar{a}}{2}\right)^2\right\}, \tag{18}$$

$$\text{б) } C^0_{ph}(n) \simeq \frac{\sqrt{2\pi}}{\omega_0}\exp\left\{-\frac{\bar{a}}{\beta\omega_0}-\frac{1}{2}\ln(|n|+|1)\right\}\times$$

$$\times\begin{cases} e^{-n\beta\omega_0(1+\xi)}, & n>0, \\ e^{-|n|\xi_0}, & n<0, \end{cases} \tag{19}$$

где

$$\xi = \frac{1}{\beta\omega_0}\ln 2\,\frac{|n|+1}{e\bar{a}}, \quad \xi_0 = \beta\omega_0\xi. \tag{20}$$

В дальнейшем нас будет интересовать случай поглощения фононов ($n>0$).

При учете дисперсии фононных частот интеграл в выражении (14) можно вычислить методом перевала. Если критерий метода перевала выполняется, то для $C^0_{ph}(n)$ при любых температурах получается выражение

$$C^0_{ph}(n) \simeq (2\pi)^{1/2}(a_1\bar{\omega}^2)^{-1/2}\exp\left\{-\frac{1}{2a_1}\left(n+\frac{\bar{a}}{2}\right)^2\right\}, \tag{21}$$

где

$$a_1 = \frac{1}{2}\sum_q [x^0_q(\lambda_1)-x^0_q(\lambda_2)]^2\,\mathrm{cth}\,\frac{\beta\omega_q}{2}\,\bar{\omega}_q^2. \tag{22}$$

Формула (21) справедлива при условии

$$\bar{a} \gg 1, \tag{23}$$

т. е. в случае большого тепловыделения.

§ 3. Коэффициент поглощения. Введем плотность вероятности $P_2(W_{\lambda_1}, W_{\lambda_2}; \boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2)\Delta W_{\lambda_1}\Delta W_{\lambda_2}$ того, что вблизи точек $\boldsymbol{R}_1$ и $\boldsymbol{R}_2$ возникнут потенциальные ямы, содержащие соответственно уровни в интервалах ΔW_{λ_1} и W_{λ_2} около точек W_{λ_1} и W_{λ_2}. Функцию $R_2(W_{\lambda_1}, W_{\lambda_2}; \boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2)$ можно представить в виде [10]

$$P_2(W_{\lambda_1}, W_{\lambda_2}; \boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2) = \rho(W_{\lambda_1})\rho(W_{\lambda_2})\Psi(W_{\lambda_1}, W_{\lambda_2}; \boldsymbol{R}_1, \boldsymbol{R}_2). \tag{24}$$

Здесь $\rho(W_{\lambda_1})$ и $\rho(W_{\lambda_2})$ — сглаженные плотности состояний, а Ψ — функция корреляции двух уровней.

Усредняя (10) по случайному полю, мы получаем для коэффициента поглощения $\alpha(\omega) = \frac{4\pi}{c\sqrt{\varepsilon}}\,\mathrm{Re}\,\delta$:

$$\alpha(\omega) = \frac{4\pi}{3c\sqrt{\varepsilon}\,\omega}\int d\boldsymbol{R}\sum_{W_{\lambda_1}W_{\lambda_2}}|\boldsymbol{d}(W_{\lambda_1}, W_{\lambda_2}, \boldsymbol{R})|^2\times$$

$$\times(W_{\lambda_1}-W_{\lambda_2})^2[n_F(W_{\lambda_1})-n_F(W_{\lambda_2})]C_{ph}(W_{\lambda_1}-W_{\lambda_2}+\omega)\times$$

$$\times\rho(W_{\lambda_1})\rho(W_{\lambda_2})\Delta W_{\lambda_1}\Delta W_{\lambda_2}. \tag{25}$$

Здесь c — скорость света в вакууме, ε — вещественная часть диэлектрической проницаемости, $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_1 - \boldsymbol{R}_2$,

$$d(W_{\lambda_1}, W_{\lambda_2}, \boldsymbol{R}) = e \int \chi_{W_{\lambda_1}} (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}_1)\, \boldsymbol{r}\, \chi_{W_{\lambda_2}} (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}_2)\, d\boldsymbol{r}, \tag{26}$$

$$\chi_{W_\lambda} (\boldsymbol{r} - \mathbf{R}) \equiv \chi_\lambda (\boldsymbol{r}).$$

Заметим, что в силу (5) и (7) функция C_{ph}, входящая в (25), зависит, вообще говоря, от $\boldsymbol{R}$. Однако эта зависимость, видимо, гораздо слабее, нежели в интеграле (26). Действительно, согласно [9], в выражения (5) и (7) входят, в отличие от (26), только интегралы от электронных волновых функций, относящихся к одному какому-нибудь центру локализации. Соответственно мы можем положить

$$[x_q^0(\lambda_1) - x_q^0(\lambda_2)]^2 \simeq c_1 (W_{\lambda_1}, W_{\lambda_2}).$$

Дальнейшее (менее оправданное) упрощение состоит в пренебрежении энергетической зависимостью c_1. Пользуясь далее выражением (11) для C_{ph}, переходя от суммирования по энергиям к интегрированию и производя замену переменных

$$W_{\lambda_1} + W_{\lambda_2} = 2W', \quad W_{\lambda_2} - W_{\lambda_1} = W,$$

мы получаем (при $\omega > 0$)

$$\alpha(\omega) \simeq \int_0^{E_G} dW \cdot W^2 \Phi(W) C_{ph}^0 \left(\frac{W - \omega - \frac{\bar{\bar{a}}\omega}{2}}{\bar{\omega}} \right). \tag{27}$$

Здесь

$$\Phi(W) = \frac{4\pi}{3c\sqrt{\varepsilon}\omega} \int_{-E_G + \frac{W}{2}}^{-\frac{W}{2}} dW' \left[n_F\left(W' - \frac{W}{2}\right) - \right.$$

$$\left. - n_F\left(W' + \frac{W}{2}\right) \right] \rho\left(W' - \frac{W}{2}\right) \rho\left(W' + \frac{W}{2}\right) D(W, W'), \tag{28}$$

$$D(W, W') = \int d\boldsymbol{R}\, \Psi\left(W' - \frac{W}{2};\; W' + \frac{W}{2};\; R\right) \times$$

$$\times \left| d\left(W' - \frac{W}{2};\; W' + \frac{W}{2};\; R\right) \right|^2, \tag{29}$$

а E_G — ширина запрещенной зоны, понимаемой как щель для подвижности.

Функция Ψ заметно отлична от единицы, если энергия W сравнима с характерной энергией электрона в случайном поле или меньше ее. В рассматриваемой задаче существенны заметно бо́льшие значения W. Соответственно, мы вправе положить в (29) $\Psi \simeq 1$. Далее, согласно (11),

$$\left| d\left(W' - \frac{W}{2},\; W' + \frac{W}{2};\; \boldsymbol{R}\right) \right|^2 = R^2 \exp\left[-(\gamma_1 + \gamma_2) R\right] f(\gamma_1 R, \gamma_2 R). \tag{30}$$

где γ_1 и γ_2 — обратные радиусы локализации, соответствующие уровням энергии $W'-\frac{W}{2}$ и $W'+\frac{W}{2}$, а f — функция степенного типа. Явный ее вид зависит от деталей структуры центров локализации; он не играет роли, лишь если мы ограничиваемся экспоненциальной точностью, что в дальнейшем и будет всегда предполагаться. Таким образом,

$$D(W,\ W') \simeq c_2(\gamma_1+\gamma_2)^5, \tag{29'}$$

где

$$c_2 = 96\pi f\left(\frac{4\gamma_1}{\gamma_1+\gamma_2},\ \frac{4\gamma_2}{\gamma_1+\gamma_2}\right).$$

Обозначим через δW и δW_{ph} характерные интервалы энергии, на которых заметно изменяются соответственно функции Φ и C^0_{ph}. Удобно рассмотреть два предельных случая, соответствующих резко различным значениям δW и δW_{ph}.

а) $\delta W_{ph} \ll \delta W$.

При этом функцию $\Phi(W)$ можно вынести за знак интеграла (27) при $W=\omega$, и

$$\alpha(\omega) \simeq \Phi(\omega) = \frac{4\pi}{c\sqrt{\varepsilon}}\ \mathrm{Re}\,\sigma_0(\omega). \tag{31a}$$

Многофононные переходы здесь оказываются несущественными, и частотная зависимость $\alpha(\omega)$ определяется комплексной электропроводностью «жесткого» материала.

При большом тепловыделении, согласно (21), мы имеем $\delta W_{ph} \simeq \sqrt{a_1}\,\omega_0$. Соответственно, принятое выше условие оправдано, коль скоро

$\sqrt{a}\,\omega_0 \ll \delta W$ при $\beta\omega_0 > 1$ («низкие» температуры)

или

$\sqrt{a}\,\sqrt{T}\omega_0 \ll \delta W$ при $\beta\,\omega_0 \ll 1$ («высокие» температуры).

При малом тепловыделении, когда функция $C^0_{ph}(n)$ следует правилу Урбаха, формулы (19) дают $\delta W_{ph} \leqslant \frac{\omega_0}{\ln(2/e\bar{a})}$. Неравенство a представляется при этом вполне реальным. Заметим, что, хотя функция $C^0_{ph}(n)$ (19) и следует правилу Урбаха, для коэффициента поглощения это правило в данном случае могло бы и не иметь места. Действительно, в рассматриваемых условиях частотная зависимость коэффициента поглощения на хвосте определяется в основном видом плотности состояний. Заметим, однако, что как показал численный расчет [12], корректное квазиклассическое выражение для плотности состояний (см. примечание на с. 16) хорошо аппроксимируется экспоненциальной формулой.

б) $\delta W_{ph} \gg \delta W$.

При этом в интервале (27) роль медленно меняющейся функции играет C^0_{ph}. Естественно ожидать, что выражение $W^2\Phi(W)$ будет иметь максимум при некоторой энергии $W=W_m \sim \delta W$ (легко проверить, что так обстоит дело, например, при экспоненциальном виде плотности состояний на хвосте, когда $\ln \rho(W) \sim -\dfrac{|W|}{\delta W}\Big)$. Соответственно

$$\alpha(\omega) \simeq C^0_{ph} \left\{ \frac{W_m - \omega - \dfrac{\bar{\bar{a}}\omega}{2}}{\bar{\omega}} \right. \int_0^{E_G} \Phi(W)\, W^2 \, dW. \qquad (31б)$$

Если этот случай реализуется при большом тепловыделении, то, обращаясь к (18), видим, что коэффициент поглощения следует гауссовскому закону

$$\alpha(\omega) \sim \exp\left\{ -\frac{(W_m - \omega^2)}{2a} \right\}, \qquad (32)$$

где $a = \dfrac{1}{2}\bar{a}\omega_0^2$ при $\beta\omega_0 > 1$ и $a = \bar{a}T\omega_0$ при $\beta\omega_0 \ll 1$. Насколько нам известно, в неупорядоченных полупроводниках частотная зависимость вида (38), как правило, не наблюдается. Это означает, что в применении к ним не реализуется либо случай большого тепловыделения, либо неравенство *б*.

При произвольном соотношении между δW и δW_{ph} ограничимся случаем не слишком высоких температур, когда

$$n_F\left(W' - \frac{W}{2}\right) - n_F\left(W' + \frac{W}{2}\right) \simeq \theta\left(F + \frac{W}{2} - W'\right)\theta\left(W' + \frac{W}{2} - F\right),$$

где F — уровень Ферми (расположенный в запрещенной зоне). Тогда

$$\alpha(\omega) \sim \int_0^{E_G} dW \cdot W^2 \rho_c(W)\, C^0_{ph}\left(\frac{W - \omega - \dfrac{\bar{\bar{a}}\omega}{2}}{\bar{\omega}}\right), \qquad (33)$$

где

$$\rho_c(W) \sim \int_{E - \frac{W}{2}}^{F + \frac{W}{2}} dW' \rho\left(W' - \frac{W}{2}\right) \rho\left(W' + \frac{W}{2}\right) \qquad (34)$$

есть аналог комбинированной плотности состояний. При экспоненциальной форме $\rho(W)$ отсюда получаются результаты работы [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бонч-Бруевич В. Л. Статистическая физика и квантовая теория поля. Под ред. акад. Н. Н. Боголюбова. М., 1973, с. 337.
2. Bonch-Bruevich V. L. „Phys. Stat. Sol.“, 1970, **42**, 35.
3. Esser B. „Phys. Stat. Sol.“, 1972, **51**, 735.
4. Bonch-Bruevich B. L., Iskra V. D. „Phys. Stat. Sol.“, 1975, **68**, 369.
5. Пастур Л. А. Тр. VI Межд. конф. по аморфным и жидким полупроводникам. Электронные явления в некристаллических полупроводниках. Л., 1976, с. 143.
6. Esser B., Keiper R., Kleinert P. Тр. VI Межд. конф. по аморфным и жидким полупроводникам. Электронные явления в некристаллических полупроводниках. Л., 1976, с. 151.
7. Esser B., Kleinert P. Proc. VII Intern. Conf. Amorph.- and Liq. Semiconductors. Edited by W. E. Spear. Edinburgh, 1977, p. 244.

8. Бонч-Бруевич В. Л., Другова А. А. «Физ. и техн. полупроводников», 1967, **1**, 43.
9. Перлин Ю. Е. «Успехи физических наук», 1963, **80**, 553.
10. Bonch-Bruevich V. L., Mironov A. G., Zviagin I. P. „La Rivista del Nuovo Cimento“, 1973, **3**, N 4, 32.
11. Бонч-Бруевич В. Л., Манучарянц Э. О. «Изв. вузов. Физика», 1976, № 2, 52.
12. Van Cong H. „J. Phys. Chem. Sol.“, 1975, **36**, 1237.

Кафедра
физики полупроводников

Поступила в редакцию
29.11.77

УДК 539.171

И. Ю. КОВАЛЕВА, В. В. КОМАРОВ, А. М. ПОПОВА, В. Л. ШАБЛОВ

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЧЕТЫРЕХ ЧАСТИЦ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

В настоящей работе рассматривается задача о рассеянии четырех нерелятивистских частиц, взаимодействие которых задано двухчастичными, трехчастичными и четырехчастичными силами. Предполагается, что указанные типы взаимодействия могут быть описаны некоторыми функциями (потенциалами) в импульсном пространстве. Если обозначить через $(\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{k}_2\boldsymbol{k}_3\boldsymbol{k}_4)$ и $(\boldsymbol{k}'_1\boldsymbol{k}'_2\boldsymbol{k}'_3\boldsymbol{k}'_4)$ импульсы частиц 1, 2, 3, 4 до и после взаимодействия, то потенциалы двух-, трех- и четырехчастичных сил могут быть определены функциями

$$V_{ij}(\boldsymbol{k}_i\boldsymbol{k}_j;\ \boldsymbol{k}'_i\boldsymbol{k}'_j) \qquad (i,\ j=1,\ 2,\ 3,\ 4),$$

$$V_{ijl}(\boldsymbol{k}_i\boldsymbol{k}_j\boldsymbol{k}_l;\ \boldsymbol{k}'_i\boldsymbol{k}'_j\boldsymbol{k}'_l) \quad (i,\ j,\ l=1,\ 2,\ 3,\ 4),$$

$$V_{1234}(\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{k}_2\boldsymbol{k}_3\boldsymbol{k}_4;\ \boldsymbol{k}'_1\boldsymbol{k}'_2\boldsymbol{k}'_3\boldsymbol{k}'_4),$$

вид которых выбирается на основе моделей [1—5]. В такой постановке система четырех частиц будет задана гамильтонианом

$$H=H_0+V,$$

где

$$V=\sum_{i<j}V_{ij}+\sum_{i<j<l}V_{ijl}+V_{1234}.$$

Решение данной задачи предлагается находить в рамках метода суммирования диаграмм, который позволяет получать систему интегральных уравнений для амплитуд переходов из одного канала (возможного асимптотического состояния) в другой [6, 7].

В методе суммирования диаграмм исходным является уравнение для оператора временной эволюции в представлении взаимодействия

$$i\,\frac{\partial U(t,\ t_0)}{\partial t}=V(t)\,U(t,\ t_0), \tag{1}$$

где зависящий от времени оператор взаимодействия частиц в системе определен в виде

$$V(t)=\sum_{i<j}^{4}V_{ij}(t)+\sum_{i<j<l}V_{ijl}(t)+V_{1234}(t).$$