8. Бонч-Бруевич В. Л., Другова А. А. «Физ. и техн. полупроводников», 1967, **1**, 43.
9. Перлин Ю. Е. «Успехи физических наук», 1963, **80**, 553.
10. Bonch-Bruevich V. L., Mironov A. G., Zviagin I. P. „La Rivista del Nuovo Cimento", 1973, **3**, N 4, 32.
11. Бонч-Бруевич В. Л., Манучарянц Э. О. «Изв. вузов. Физика», 1976, № 2, 52.
12. Van Cong H. „J. Phys. Chem. Sol.", 1975, **36**, 1237.

Кафедра
физики полупроводников

Поступила в редакцию
29.11.77

УДК 539.171

И. Ю. КОВАЛЕВА, В. В. КОМАРОВ, А. М. ПОПОВА, В. Л. ШАБЛОВ

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЧЕТЫРЕХ ЧАСТИЦ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

В настоящей работе рассматривается задача о рассеянии четырех нерелятивистских частиц, взаимодействие которых задано двухчастичными, трехчастичными и четырехчастичными силами. Предполагается, что указанные типы взаимодействия могут быть описаны некоторыми функциями (потенциалами) в импульсном пространстве. Если обозначить через $(\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{k}_2\boldsymbol{k}_3\boldsymbol{k}_4)$ и $(\boldsymbol{k}'_1\boldsymbol{k}'_2\boldsymbol{k}'_3\boldsymbol{k}'_4)$ импульсы частиц 1, 2, 3, 4 до и после взаимодействия, то потенциалы двух-, трех- и четырехчастичных сил могут быть определены функциями

$$V_{ij}(\boldsymbol{k}_i\boldsymbol{k}_j;\ \boldsymbol{k}'_i\boldsymbol{k}'_j) \qquad (i,\ j=1,\ 2,\ 3,\ 4),$$

$$V_{ijl}(\boldsymbol{k}_i\boldsymbol{k}_j\boldsymbol{k}_l;\ \boldsymbol{k}'_i\boldsymbol{k}'_j\boldsymbol{k}'_l) \qquad (i,\ j,\ l=1,\ 2,\ 3,\ 4),$$

$$V_{1234}(\boldsymbol{k}_1\boldsymbol{k}_2\boldsymbol{k}_3\boldsymbol{k}_4;\ \boldsymbol{k}'_1\boldsymbol{k}'_2\boldsymbol{k}'_3\boldsymbol{k}'_4),$$

вид которых выбирается на основе моделей [1—5]. В такой постановке система четырех частиц будет задана гамильтонианом

$$H=H_0+V,$$

где

$$V=\sum_{i<j}V_{ij}+\sum_{i<j<l}V_{ijl}+V_{1234}.$$

Решение данной задачи предлагается находить в рамках метода суммирования диаграмм, который позволяет получать систему интегральных уравнений для амплитуд переходов из одного канала (возможного асимптотического состояния) в другой [6, 7].

В методе суммирования диаграмм исходным является уравнение для оператора временной эволюции в представлении взаимодействия

$$i\,\frac{\partial U(t,\ t_0)}{\partial t}=V(t)\,U(t,\ t_0), \tag{1}$$

где зависящий от времени оператор взаимодействия частиц в системе определен в виде

$$V(t)=\sum_{i<j}^{4}V_{ij}(t)+\sum_{i<j<l}V_{ijl}(t)+V_{1234}(t).$$

Каждый из операторов $V_{ij}(t)$, $V_{ijl}(t)$, $V_{1234}(t)$ задан в пространстве вторичного квантования:

$$V_{ij}(t)=\sum_{p_i p_j p'_i p'_j} a_i^+(p_i, t)\, a_j^+(p_j, t)\, V_{ij}(p_i-p_j;\ p'_i-p'_j)\times$$
$$\times a_i(p'_i, t)\, a_j(p'_j t),$$

$$V_{ijl}(t)=\sum_{\substack{p_i p_j p_l,\\ p'_i p'_j p'_l}} a_i^+(p_i, t)\, a_j^+(p_j, t)\, a_l^+(p_l, t)\, V_{ijl}(p_i, p_j, p_l;\ p'_i p'_j p'_l)\times$$
$$\times a_i(p'_i, t)\, a_j(p'_j, t)\, a_l(p'_l, t),$$

$$V_{1234}(t)=\sum_{\substack{p_1 p_2 p_3 p_4,\\ p'_1 p'_2 p'_3 p'_4}} a_1^+(p_1, t)\, a_2^+(p_2, t)\, a_3^+(p_3, t)\, a_4^+(p_4, t)\times$$
$$\times V_{1234}(p_1 p_2 p_3 p_4;\ p'_1 p'_2 p'_3 p'_4)\, a_1(p'_1, t)\, a_2(p'_2, t)\, a_3(p'_3, t)\, a_4(p'_4, t).$$

Здесь операторы $a_i(\boldsymbol{k}, t)$ и $a_i^+(\boldsymbol{k}, t)$ являются операторами уничтожения и рождения частицы i с импульсом $\boldsymbol{k}$ в момент времени t.

Известно, что оператор T рассеяния частиц в системе связан с оператором временной эволюции $U(t_0, t)$ соотношением

$$T=\lim_{\substack{t\to\infty\\ t_0\to-\infty}} U(t_0, t)-1.$$

Отсюда на основании решения уравнения (1) с правильным учетом граничных условий в уравнении Шредингера можно найти оператор T и, следовательно, амплитуду рассеяния четырех частиц. Запишем оператор взаимодействия $V(t)$ в виде

$$V(t)=\sum_{ij,\, i'j'} V_{ij,\, i'j'}(t)+\sum_{ijl} V_{ijl}(t)+V_{1234}(t),$$
$$V_{ij,\, i'j'}(t)=V_{ij}(t)+V_{i'j'}(t).$$

Такое представление оператора $V(t)$ позволяет записать оператор T в виде суммы [7]

$$T=\sum_{ij,\, i'j'} T_{ij,\, i'j'}+\sum_{ijl} T_{ijl}+T_{1234},$$

где

$$T_{ij,\, i'j'}=t_{ij,\, i'j'}+t_{ij,\, i'j'}\, c\left\{\sum_{\substack{mn\neq ij\\ m'n'\neq i'j'}} T_{mn,\, m'n'}+T_{1234}+\sum_{mnq} T_{mnq}\right\},$$

$$T_{ijl}=t_{ijl}+t_{ijl}\, c\left\{\sum_{mn,\, m'n'} T_{mn,\, m'n'}+\sum_{mnq\neq ijl} T_{mnq}+T_{1234}\right\},$$

$$T_{1234}=t_{1234}+t_{1234}\, c\left\{\sum_{mn,\, m'n'} T_{mn,\, m'n'}+\sum_{mnq} T_{mnq}\right\} \qquad (2)$$

и

$$t_{ij,\, i'j'}=t_{ij}+t_{i'j'}+t_{ij}\otimes t_{i'j'}.$$

Символы c в уравнениях (2) обозначают произведения функций Грина отдельных частиц:

$$c = \prod_i \left\{ -\frac{1}{2\pi i} \int d\varepsilon_i \frac{1}{\varepsilon_i - E_{P_i} + i\tau} \right\}.$$

Символ $\otimes$ в (2) обозначает произведение операторов, определяющих рассеяние частиц в независимых подсистемах.

Заметим, что операторы t_{ij}, t_{ijl}, t_{1234} в (2) имеют представления вида

$$t_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n P\{V_{ij}(t_1) \ldots V_{ij}(t_n)\},$$

$$t_{ijl} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n P\{V_{ijl}(t_1) \ldots V_{ijl}(t_n)\},$$

$$t_{1234} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n P\{V_{1234}(t_1) \ldots V_{1234}(t_n)\}.$$

Имея в виду представление (2) для операторов $t_{ij,\,i'j'}$ запишем

$$T_{ij,\,i'j'} = T_{ij} + T_{i'j'} + T_{ij \otimes i'j'}.$$

Отсюда имеем следующую систему для вспомогательных операторов T_{ij}, T_{ijl}, $T_{ij\otimes i'j'}$, T_{1234}:

$$T_{ij} = t_{ij} + t_{ij} c \left\{ \sum_{ij \neq mn \neq i'j'} T_{mn} + \sum_{ij \neq mn,\ m'n' \neq i'j'} T_{mn \otimes m'n'} + \sum_{mnq} T_{mnq} + t_{1234} \right\},$$

$$T_{ij\otimes i'j'} = t_{ij} \otimes t_{i'j'} + t_{ij} \otimes t_{i'j'}\, c \left\{ \sum_{ij \neq mn \neq i'j'} T_{mn} + \right.$$

$$\left. + \sum_{ij \neq mn,\ m'n' \neq i'j'} T_{mn\otimes m'n'} + \sum_{mnq} T_{mnq} + T_{1234} \right\},$$

$$T_{ijl} = t_{ijl} + t_{ijl}\, c \left\{ \sum_{mn,\ m'n'} (T_{mn} + T_{mn\otimes m'n'}) + \sum_{ijl \neq mnq} T_{mnq} + T_{1234} \right\},$$

$$T_{1234} = t_{1234} + t_{1234}\, c \left\{ \sum_{mn} T_{mn} + \sum_{mn,\ m'n'} T_{mn\otimes m'n'} + \sum_{mnq} T_{mnq} \right\}.$$

Перейдем от вспомогательных операторов к операторам каналов. Очевидно, что $T_{ij\otimes i'j'}$ и T_{1234} уже есть операторы каналов. Дальнейшему исследованию подлежат операторы T_{ij} и T_{ijl}, которые являются операторами смешанных каналов.

Оператор T_{ij} после однократной итерации может быть представлен в виде

$$T_{ij} = T_{ij}^{(1)} + T_{ij}^{\eta_1} + T_{ij}^{\eta_2},$$

где

$$T_{ij}^{(1)} = t_{ij} + t_{ij} c \left\{ \sum_{ij \neq mn,\ m'n' \neq i'j'} T_{mn\otimes m'n''} + \sum_{mnq} T_{mnq} + T_{1234} \right\},$$

$$T_{ij}^{\eta_{1,2}} = \sum_{kl\subset\eta_{1,2}} t_{ij}\, c\, t_{kl} + t_{ij}\, c \sum_{kl\subset\eta_{1,2}} t_{kl}\, c \left\{ \sum_{\substack{mn\neq kl\\ m'n'\neq k'l'}} (T_{mn} + \right.$$

$$\left. + T_{mn\otimes m'n'}) + T_{1234} + \sum_{mnq} T_{mnq} \right\} + t_{ij}\, c\, t_{ijt}\, c \left\{ \sum_{mnq\neq ijt} T_{mnq} + \sum_{mn\not\subset ijt} T_{mn} \right\}. \quad (3)$$

Здесь символы η_1, η_2 обозначают подсистемы трех частиц, включающие пару ij. Последовательными итерациями операторов T_{mn}, $mn\subset\eta_{1,2}$ и T_{mnq}, $mnq\subset\eta_{1,2}$, уравнение (3) для операторов T^{η}_{ij} может быть приведено к виду

$$T^{\eta}_{ij} = \sum_{kl\subset\eta} M^{\eta}_{ij,\,kl} + \sum_{kl\subset\eta} M^{\eta}_{ij,kl}\, c \left\{ \sum_{\substack{mn\neq kl,\ k'l'\\ mn\not\subset\eta}} \left(T^{(1)}_{mn} + \sum_{\mu\neq\eta} T^{\mu}_{mn} \right) + \right.$$

$$\left. + \sum_{kl\neq mn,\ m'n'\neq k'l'} T_{mn\otimes m'n'} + \sum_{mnq\not\subset\eta} T_{mnq} + T_{1234} \right\} + M^{\eta}_{ij,\,ijt} +$$

$$+ M_{ij,\,ijt}\, c \left\{ \sum_{mn\not\subset\eta} T_{mn} + \sum_{mnq\neq ijt} T_{mnq} + \sum_{mn,\ m'n'} T_{mn\otimes m'n'} + T_{1234} \right\}.$$

Операторы $M^{\eta}_{\alpha,\,\beta}$ задаются следующими соотношениями:

$$M^{\eta}_{ij,\,il} = T_{ij,\,il}\,;\quad M^{\eta}_{ij,\,jl} = T_{ij,\,jl};$$

$$M^{\eta}_{ij,\,ij} = t_{ij}\, c\, (T_{il,\,ij} + T_{jl,\,ij} + T_{ijl,\,ij});$$

$$M^{\eta}_{ij,\,ijl} = T_{ij,\,ijl},$$

где операторы T_{ijl} удовлетворяют уравнениям, полученным в задаче трех тел с учетом трехчастичных сил:

$$T_{\alpha,\,\beta} = t_{\alpha}\, c \sum_{\gamma\neq\alpha} T_{\gamma,\,\beta}, \quad \alpha\neq\beta,$$

$$T_{\alpha,\,\alpha} = t_{\alpha} + t_{\alpha}\, c \sum_{\gamma\neq\alpha} T_{\gamma,\,\alpha},$$

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma = ij,\ ijl,\ il,\ jl.$$

Для оператора T_{ijl} имеет место следующее выражение:

$$T_{ijl} = \sum_{kp\subset\eta} M^{\eta}_{ijl,\,kp} + \sum_{kp\subset\eta} M^{\eta}_{ijl,\,kp}\, c \left\{ \sum_{\substack{kp\neq mn\neq k'p'\\ \mu\neq\eta,\ mn\not\subset\eta}} \left(T_{mn} + T^{\mu}_{mn} \right) + \right.$$

$$\left. + \sum_{kp\neq mn,\ m'n'\neq k'p'} T_{mn\otimes m'n'} + \sum_{mnq} T_{mnq} + T_{1234} \right\} + M^{\eta}_{ijl,\,ijl} +$$

$$+ M^{\eta}_{ijl,\,ijl}\, c \left\{ \sum_{\substack{mn\not\subset\eta\\ \mu\neq\eta}} (T_{mn} + T^{\mu}_{mn}) + \sum_{mnq} T_{mnq} + \sum_{mn,\ m'n'} T_{mn\otimes m'n'} + T_{1234} \right\},$$

причем операторы $M^{\eta}_{ijl,\,\alpha}$ удовлетворяют следующему соотношению:

$$M^{\eta}_{ijl,\,\alpha} = T_{ijl,\,\alpha},\quad \alpha = ij,\ il,\ jl,\ ijl.$$

Следовательно, имеется пять типов уравнения для операторов каналов:

$$T_{ij\otimes i'j'} = t_{ij} \otimes t_{i'j'} + t_{ij} \otimes t_{i'j'}\, c \left\{ \sum_{ij \neq mn \neq i'j'} (T^{(1)}_{mn} + T^{\mu}_{mn}) + \right.$$

$$\left. + \sum_{ij \neq mn,\ m'n' \neq i'j'} T_{mn\otimes m'n'} + \sum_{mnq} T_{mnq} + T_{1234} \right\},$$

$$T_{1234} = t_{1234} + t_{1234}\, c \left\{ \sum_{mn} (T^{(1)}_{mn} + T^{\mu}_{mn}) + \sum_{mn,\ m'n'} T_{mn\otimes m'n'} + \sum_{mnq} T_{mnq} \right\},$$

$$T^{(1)}_{ij} = t_{ij} + t_{ij}\, c \left\{ \sum_{ij \neq mn,\ m'n' \neq i'j'} T_{mn\otimes m'n'} + \sum_{mnq \not\subset ij} T_{mnq} + T_{1234} \right\},$$

$$T^{\eta}_{\alpha} = \sum_{kl \subset \eta} M^{\eta}_{\alpha,\, kl} + \sum_{kl \subset \eta} M^{\eta}_{\alpha,\, kl}\, c \left\{ \sum_{\substack{kl \neq mn \neq k'l' \\ mn \not\subset \eta,\ \eta \neq \mu}} (T^{(1)}_{mn} + T^{\mu}_{mn}) + \right.$$

$$\left. + \sum_{kl \neq mn,\ m'n' \neq k'l'} T_{mn\otimes m'n'} + \sum_{mnq} T_{mnq} + T_{1234} \right\} + M^{\eta}_{\alpha,\, ijt} +$$

$$+ M^{\eta}_{\alpha,\, ijt}\, c \left\{ \sum_{mn \not\subset \eta} (T^{(1)}_{mn} + T^{\mu}_{mn}) + \sum_{mn,\ m'n'} T_{mn\otimes m'n'} + \sum_{mnq \not\subset \eta} T_{mnq} + T_{1234} \right\},$$

$$\alpha \doteq ij,\ ijl. \tag{4}$$

На основе системы (4) можно получить уравнения для операторов, чьи матричные элементы определяют амплитуды переходов из одного асимптотического состояния системы в другое. Выпишем некоторые из уравнений для этих операторов:

$$T_{ij\otimes i'j'/kl} = t_{ij} \otimes t_{i'j'}\, c \left\{ \sum_{ij \neq mn \neq i'j'} (T_{mn/kl} + T^{\mu}_{mn/kl}) + \right.$$

$$\left. + \sum_{ij \neq mn,\ m'n' \neq i'j'} T_{mn\otimes m'n'/kl} + \sum_{mnq} T_{mnq/kl} + T_{1234/kl} \right\},$$

$$T_{ij/kl} = t_{ij}\,\delta(ij,\ kl) + t_{ij}\, c \left\{ \sum_{mnq \not\subset ij} T_{mnq/kl} + T_{1234/kl} + \right.$$

$$\left. + \sum_{ij \neq mn,\ m'n' \neq i'j'} T_{mn\otimes m'n'/kl} \right\},$$

$$T_{ij^{\eta}/kl} = \sum_{pq} M^{\eta}_{ij,\, pq}\, c \left\{ \sum_{\substack{p'q' \neq mn \neq pq \\ mn \not\subset \eta,\ \eta \neq \mu}} (T_{mn/kl} + T_{mn^{\mu}/kl}) + \right.$$

$$\left. + \sum_{pq \neq mn,\ m'n' \neq p'q'} T_{mn\otimes m'n'/kl} + \sum_{mnq \not\subset \eta} T_{mnq/kl} + T_{1234/kl} \right\} +$$

$$+ M_{ij,\, ijt}\, c \left\{ \sum_{\substack{mn \not\subset \eta \\ \eta \neq \mu}} (T_{mn/kl} + T_{mn^{\mu}/kl}) + \sum_{mn,\ m'n'} T_{mn\otimes m'n'/kl} + \right.$$

$$\left. + T_{1234/kl} + \sum_{mnq \not\subset \eta} T_{mnq/kl} \right\}.$$

Имея в виду правила записи интегральных уравнений в методе суммирования диаграмм [7], на основе уравнений для операторов каналов (4) могут быть записаны интегральные уравнения вида

$$T^{(1)}_{ij}(\boldsymbol{k}_i\boldsymbol{k}_j\,\boldsymbol{k}_{i'}\,\boldsymbol{k}_{j'},\ E_{ij},\ E)=t_{ij}(\boldsymbol{k}_{ij},\ \boldsymbol{k}'_{ij},\ E_{ij})\,\delta(\boldsymbol{k}'_{i'}-\boldsymbol{k}_{i'})\,\delta(\boldsymbol{k}'_{j'}-\boldsymbol{k}_{j'})+$$

$$+\int d\boldsymbol{p}_i\int\frac{d\varepsilon_i}{-2\pi i}\,\frac{t_{ij}(\boldsymbol{k}_{ij},\ \boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_j,\ E_{ij})\,\delta(\boldsymbol{k}_i+\boldsymbol{k}_j-\boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_j)}{(\varepsilon_i-E_{p_i}+i0)\,(E_{ij}-\varepsilon_i-E_{p_j}+i0)}\times$$

$$\times\Bigg\{\sum_{ij\neq mn,\ m'n'\neq i'j'}T_{mn\otimes m'n'}(\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{k}_{i'}\,\boldsymbol{k}_{j'},\ E_{mn},\ E_{m'n'};\ E)+$$

$$+\sum_{mnq}T_{mnq}(\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{k}_{i'}\,\boldsymbol{k}_{i'},\ E_{mnq},\ E)+T_{1234}(\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{k}_{i'}\,\boldsymbol{k}_{j'};\ E)\Bigg\},$$

$$T_{1234}(\boldsymbol{k}_i\,\boldsymbol{k}_j\,\boldsymbol{k}_{i'}\,\boldsymbol{k}_{j'}\,E)=t_{1234}(\boldsymbol{k}_i\,\boldsymbol{k}_j\,\boldsymbol{k}_{i'}\,\boldsymbol{k}_{j'},\ E)+$$

$$+\int d\boldsymbol{p}_i\int d\boldsymbol{p}_j\int d\boldsymbol{p}_{i'}\int\frac{d\varepsilon_i\,d\varepsilon_j\,d\varepsilon_{i'}}{(-2\pi i)^3}\,\frac{t_{1234}(\boldsymbol{k}_i\,\boldsymbol{k}_j\,\boldsymbol{k}_{i'}\,\boldsymbol{k}_{j'},\ \boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{p}_{i'}\,\boldsymbol{p}_{j'};\ E)}{(\varepsilon_i-E_{p_i}+i0)\,(\varepsilon_j-E_{p_j}+i0)(\varepsilon_{i'}-E_{p_{i'}}+i0)}\times$$

$$\times(E-\varepsilon_i-\varepsilon_j-\varepsilon_{i'}-E_{p_{j'}}+i0)^{-1}\,\delta(\boldsymbol{k}_i+\boldsymbol{k}_j+\boldsymbol{k}_{i'}+\boldsymbol{k}_{j'}-\boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_j-\boldsymbol{p}_{i'}-\boldsymbol{p}_{j'})\times$$

$$\times\Bigg\{\sum_{mn}T^{(1)}_{mn}(\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{p}_{i'}\,\boldsymbol{p}_{j'},\ E_{mn};\ E)+\sum_{mnq}T_{mnq}(\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{p}_{i'}\,\boldsymbol{p}_{j'},\ E_{mnq},\ E)+$$

$$+\sum_{mn,\ m'n'}T_{mn\otimes m'n'}(\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{p}_{i'}\,\boldsymbol{p}_{j'},\ E_{mn},\ E_{m'n'};\ E)+$$

$$+\sum_{\mu}\sum_{mn}T^{\mu}_{mn}(\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{p}_{i'}\,\boldsymbol{p}_{j'},\ E_{mn},\ E_{\mu};\ E)\Bigg\},$$

$$T_{ij\otimes i'j'}(\boldsymbol{k}_i\,\boldsymbol{k}_j\,\boldsymbol{k}_{i'}\,\boldsymbol{k}_{j'},\ E_{ij},\ E_{i'j'};\ E)=-4\pi i\,t_{ij}(\boldsymbol{k}_{ij},\ \boldsymbol{k}'_{ij},\ E_{ij})\times$$

$$\times t_{i'j'}(\boldsymbol{k}_{i'j'},\boldsymbol{k}'_{i'j'},\ E_{i'j'})\,\delta(\boldsymbol{k}_i+\boldsymbol{k}_j-\boldsymbol{k}'_i-\boldsymbol{k}'_j)\,\delta(E_{ij}+E_{i'j'}-E)+$$

$$+\int d\boldsymbol{p}_i\,d\boldsymbol{p}_{i'}\int\frac{d\varepsilon_i d\varepsilon_{i'}}{(-2\pi i)^2}\,\frac{t_{ij}(\boldsymbol{k}_{ij},\ \boldsymbol{p}_{ij},\ E_{ij})\,t_{i'j'}(\boldsymbol{k}_{i'j'},\ \boldsymbol{p}_{i'j'},\ E_{i'j'})}{(\varepsilon_i-E_{p_i}+i0)\,(\varepsilon_{i'}-E_{p_{i'}}+i0)\,(E_{ij}-\varepsilon_i-E_{p_i}+i0)}\times$$

$$\times\frac{\delta(\boldsymbol{k}_i+\boldsymbol{k}_j-\boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_j)\,\delta(\boldsymbol{k}_{i'}+\boldsymbol{k}_{j'}-\boldsymbol{p}_{i'}-\boldsymbol{p}_{j'})}{(E_{i'j'}-\varepsilon_{i'}-E_{p_{j'}}+i0)}\times$$

$$\times\Bigg\{\sum_{\substack{ij\neq mn\neq i'j'\\ ij\neq m'n'\neq i'j'}}T_{mn\otimes m'n'}(\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{p}_{i'},\boldsymbol{p}_{j'},\ E_{mn},\ E_{m'n'};\ E)+$$

$$+\sum_{ij\neq mn\neq i'j'}T^{(1)}_{mn}(\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{p}_{i'}\,\boldsymbol{p}_{j'},\ E_{mn};\ E)+\sum_{mnq}T_{mnq}(\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{p}_{i'}\,\boldsymbol{p}_{j'},\ E_{mnq};\ E)+$$

$$+\sum_{\mu}\sum_{ij\neq mn\neq i'j'}T^{\mu}_{mn}(\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{p}_{i'}\,\boldsymbol{p}_{j'},\ E_{mn},\ E_{\mu};\ E)+T_{1234}(\boldsymbol{p}_i\,\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{p}_{i'}\,\boldsymbol{p}_{j'};\ E)\Bigg\},$$

$$T^{\eta}_{ij}(\boldsymbol{k}_i\,\boldsymbol{k}_j\,\boldsymbol{k}_{i'}\,\boldsymbol{k}_{j'},\ E_{ij},\ E_{\eta};\ E)=$$

$$=\sum_{kl\subset\eta-\{ijl'\}}M^{\eta}_{ij,\,kl}(\boldsymbol{k}_i\,\boldsymbol{k}_j\,\boldsymbol{k}_{i'},\ \boldsymbol{k}'_i\,\boldsymbol{k}'_j\,\boldsymbol{k}'_{i'},\ E_{ij},\ E_{kl},\ E_{\eta})\,\delta(\boldsymbol{k}_{j'}-\boldsymbol{k}'_{j'})+$$

$$+M^{\eta}_{ij,\,iji'}(\boldsymbol{k}_i\,\boldsymbol{k}_j\,\boldsymbol{k}_{i'}\,\boldsymbol{k}'_i\,\boldsymbol{k}'_j\,\boldsymbol{k}'_{i'},\ E_{ij},\ E_{\eta})\,\delta(\boldsymbol{k}_{j'}-\boldsymbol{k}'_{j'})+$$

$$+\sum_{kl\subset\eta}\int\frac{d\varepsilon_i\,d\varepsilon_j}{(-2\pi i)^2}\int d\boldsymbol{p}_i\,d\boldsymbol{p}_j\,\frac{M^{\eta}_{ij,\,kl}(\boldsymbol{k}_i\,\boldsymbol{k}_j\,\boldsymbol{k}_{i'},\ \boldsymbol{p}_i\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{p}_{i'},\ E_{ij},\ E_{kl},\ E_{\eta})}{(\varepsilon_i-E_{p_i}+i0)\,(\varepsilon_j-E_{p_j}+i0)}\times$$

$$\times \frac{\delta(\boldsymbol{k}_i + \boldsymbol{k}_j + \boldsymbol{k}_{i'} - \boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{p}_{i'})}{(E_\eta - \varepsilon_i - \varepsilon_j - E_{p_{i'}} + i0)} \times$$

$$\times \Bigg\{ \sum_{kl \neq mn,\, m'n' \neq k'l'} T_{mn \otimes m'n'}(\boldsymbol{p}_i \boldsymbol{p}_j \boldsymbol{p}_{i'},\ E_{mn},\ E_{m'n'};\ E) +$$

$$+ \sum_{k'l' \neq mn \neq kl} T^{(1)}_{mn}(\boldsymbol{p}_i \boldsymbol{p}_j \boldsymbol{p}_{i'} \boldsymbol{k}_{j'},\ E_{mn};\ E) + \sum_{mnq \not\subset \eta} T_{mnq}(\boldsymbol{p}_i \boldsymbol{p}_j \boldsymbol{p}_{i'},\ \boldsymbol{k}_{j'},\ E_{mnq};\ E) +$$

$$+ \sum_{\mu \neq \eta} \sum_{\substack{kl \neq mn \neq k'l' \\ mn \not\subset \eta}} T^{\mu}_{mn}(\boldsymbol{p}_i \boldsymbol{p}_j \boldsymbol{p}_{i'} \boldsymbol{k}_{j'},\ E_{mn},\ E_\mu;\ E) + T_{1234}(\boldsymbol{p}_i \boldsymbol{p}_j \boldsymbol{p}_{i'} \boldsymbol{k}_{j'};\ E) \Bigg\} +$$

$$+ \int d\boldsymbol{p}_i\, d\boldsymbol{p}_j \int \frac{d\varepsilon_i\, d\varepsilon_j}{(-2\pi i)^2} \frac{M^{\eta}_{ij,\, iji'}(\boldsymbol{k}_i \boldsymbol{k}_j \boldsymbol{k}_{i'},\ \boldsymbol{p}_i \boldsymbol{p}_j \boldsymbol{p}_{i'},\ E_{ij},\ E_\eta)}{(\varepsilon_i - E_{p_i} + i0)(\varepsilon_j - E_{p_j} + i0)(E_\eta - \varepsilon_i - \varepsilon_j - E_{p_{i'}} + i0)} \times$$

$$\times \delta(\boldsymbol{k}_i + \boldsymbol{k}_j + \boldsymbol{k}_{i'} - \boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{p}_{i'}) \times$$

$$\times \Bigg\{ \sum_{mn \not\subset \eta} T^{(1)}_{mn}(\boldsymbol{p}_i \boldsymbol{p}_j \boldsymbol{p}_{i'} \boldsymbol{k}_{j'};\ E_{mn};\ E) + T_{1234}(\boldsymbol{p}_i \boldsymbol{p}_j \boldsymbol{p}_{i'} \boldsymbol{k}_{j'};\ E) +$$

$$+ \sum_{mn,\, m'n'} T_{mn \otimes m'n'}(\boldsymbol{p}_i \boldsymbol{p}_j \boldsymbol{p}_{i'} \boldsymbol{k}_{j'},\ E_{mn},\ E_{m'n'};\ E) +$$

$$+ \sum_{\mu \neq \eta} \sum_{mn \subset \eta} T^{\mu}_{mn}(\boldsymbol{p}_i \boldsymbol{p}_j \boldsymbol{p}_{i'} \boldsymbol{k}_{j'},\ E_{mn},\ E_\mu;\ E) +$$

$$+ \sum_{mnq \subset \eta} T_{mnq}(\boldsymbol{p}_i \boldsymbol{p}_j \boldsymbol{p}_{i'} \boldsymbol{k}_{j'},\ E_{mnq};\ E) \Bigg\}. \tag{5}$$

Уравнение для $T_{iji'}(\boldsymbol{k}_i \boldsymbol{k}_j \boldsymbol{k}_{i'} \boldsymbol{k}_{j'},\ E_{iji'};\ E)$ выглядит так же, как и уравнение для $T^{\eta}_{ij}(\boldsymbol{k}_i \boldsymbol{k}_j \boldsymbol{k}_{i'} \boldsymbol{k}_{j'},\ E_{ij},\ E_\eta;\ E)$, только вместо $M^{\eta}_{ij,\,\alpha}(\boldsymbol{k}_i \boldsymbol{k}_j \boldsymbol{k}_{i'} \boldsymbol{k}' \boldsymbol{k}'_j \boldsymbol{k}'_{i'};\ E_{ij},\ E_\alpha,\ E_\eta)$, $\alpha = kl,\ iji'$, нужно писать $M^{\eta}_{iji',\,\alpha}(\boldsymbol{k}_i \boldsymbol{k}_j \boldsymbol{k}_{i'},\ \boldsymbol{k}'_i \boldsymbol{k}'_j \boldsymbol{k}'_{i'};\ E_\alpha,\ E_\eta)$. В системе интегральных уравнений для операторов каналов считается, что плоские волны нормированы на δ-функцию, т. е.

$$\langle \boldsymbol{k} \mid \boldsymbol{k}' \rangle = \delta(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}');$$
$$E = E_i + E_j + E_{i'} + E_{j'},\quad E_{ij} = E_i + E_j,$$
$$E_\eta = E_i + E_j + E_{i'},\quad \eta = \{iji'\}.$$

Записанная выше система интегральных уравнений (5) для амплитуд рассеяния четырех частиц с учетом двух-, трех- и четырехчастичных сил получена впервые. Заметим, что задача четырех тел в предположении только двухчастичных сил рассматривалась ранее как в методе суммирования диаграмм [6], так и в методе, основанном на перестройке интегрального уравнения Липмана—Швингера, формально обобщенного на случай рассеяния четырех частиц (см., например, обзор работ, данный в [8]).

Однако, как показано в работе [9], системы уравнений, записанные в рамках методов [8] для широкого класса двухчастичных потенциалов, могут иметь бесчисленное множество решений или быть несовместными вследствие того, что при их записи неправильно учитываются граничные условия. В методе суммирования диаграмм, как уже отмечалось выше, выводится система интегральных уравнений для физических амплитуд рассеяния с учетом всех возможных асимптотических состояний рассматриваемой системы частиц [6, 7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fujita I., Migarawa H. „Progr. Th. Phys.", 1957, **17**, 460.
2. Brown G. „Nucl. Phys.", 1969, **A137**, 1.
3. Cole B. J. „Phys. Lett.", 1975, **57B**, 24.
4. Dirm H. „Nucl. Phys.", 1975, **A244**, 301.
5. Blatt D. W. E. „Phys. Rev.", 1975, **C11**, 2040.
6. Комаров В. В., Попова А. М. ЖЭТФ, 1963, **45**, 214; 1964, **46**, 2112.
7. Комаров В. В., Попова А. М. ЭЧАЯ, 1974, **5**, 1076.
8. Kim Y. E. Proc. Int. Conf. Few Body Dynamics. North Holland, 1976, p. 558.
9. Komarov V. V., Popova A. M., Shablov V. L. IFPD 13/77, oct. 1977, Galileo Galilei, Padova, Italy.

НИИЯФ

Поступила в редакцию
20.12.77