

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Alper B. et al. „Phys. Lett.“, 1973, **B44**, 521; Banner M. et al., 1973, **B44**, 537; Büsser F. W. et al., 1973, **B46**, 471.
2. Cronin J. W. et al. „Phys. Rev. Lett.“, 1973, **31**, 1426; „Phys. Rev.“, 1975, **D11**, 3105.
3. Sivers D., Brodsky S. J., Blankenbecler R. „Phys. Rev.“, 1976, **C23**, 1.
4. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkheldidze A. N. „Lett. Nuovo cim.“, 1973, **7**, 719.
5. Field R. D., Feynman R. P. „Phys. Rev.“, 1977, **D15**, 2590.
6. Cornwall J. M., Tiktopoulos G. „Phys. Rev.“, 1976, **D13**, 3370.
7. Duke D. W. „Phys. Rev.“, 1977, **D16**, 1375.
8. Poggio E. C., Pollak G. „Phys. Lett.“, 1977, **71B**, 135.
9. Rujula A. de, Georgi H., Politzer H. D. „Ann. of Phys.“, 1977, **103**, 315.

НИИЯФ

Поступила в редакцию
19.04.78

УДК 534.211:222

О. А. ВАСИЛЬЕВА, А. А. КАРАБУТОВ, Е. А. ЛАПШИН,
Г. П. ПАНАСЕНКО, О. В. РУДЕНКО**ОБ ЭВОЛЮЦИИ ИНТЕНСИВНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ
ПРИ КОНЕЧНЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА**

Трансформация акустических сигналов, возбуждаемых на границе слаболинейного слабодиссипативного полупространства, может быть описана уравнением Бюргера [1, 2]

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} v \frac{\partial v}{\partial \tau_*} - \frac{b}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau_*^2} = 0. \quad (1)$$

Характер эволюции сигнала определяется одним безразмерным параметром — числом Рейнольдса $Re = 2\rho_0 c_0 v_0 \tau_0 / b$, которое характеризует отношение длины диспансии звуковой волны к длине, на которой должны проявиться нелинейные эффекты.

Подстановка Хопфа—Коула [1, 2] сводит уравнение (1) к линейному уравнению теплопроводности. С ее помощью возможно представить решение задачи (1) в квадратурах при любом виде функции f . Обычно оно поддается анализу лишь в считанных случаях и при существенных упрощающих предположениях (обычно это либо случай слабого проявления нелинейных эффектов $Re \ll 1$, либо случай сильно выраженных нелинейных искажений, когда профиль волны содержит разрывы). В то же время значительный интерес представляет исследование (1) при не слишком больших числах Рейнольдса. В настоящей работе предложен численный метод интегрирования задачи (1), не связанный с ограничениями на величину Re .

Уравнение (1) приводилось к безразмерному виду

$$\frac{\partial u}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{u^2}{2} \right) + \frac{1}{\varepsilon Re} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2},$$

$$u(\sigma = 0, T) = f(T), \quad (2)$$

где

$$u = v/v_0, \quad T = \tau_*/\tau_0, \quad \sigma = 2\varepsilon v_0 x / c_0^2 \tau_0.$$

Для численного решения такого уравнения предлагается разностная схема (см. [3]), аппроксимирующая слагаемые $\partial u/\partial \sigma$ и $\partial(u^2)/\partial T$ с третьим порядком точности, а слагаемое $1/\epsilon \text{Re} \partial^2 u/\partial T^2$ — со вторым порядком. Схемы третьего порядка точности, основанные на идее метода Рунге—Кутты, были использованы при решении ряда задач газовой динамики [3—6] и задач об оптико-акустическом взаимодействии [7], имеющих вид

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial F(w, z, t)}{\partial z} + \varphi(w, z, t),$$

где F, φ — некоторые вектор-функции переменных w, z, t . При решении задачи (2) применяется схема из [3], модифицированная с учетом слагаемого $1/\epsilon \text{Re} \partial^2 u/\partial T^2$. Эта модифицированная схема, предназначенная для решения уравнения

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial F(w, z, t)}{\partial z} + \kappa \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \varphi(w, z, t),$$

имеет вид

$$\begin{aligned} w_m^{(1)} &= \mu w_m^n + \frac{\tau}{2h} \delta F_m^n + \tau \mu \varphi_m^n, \\ w_{m+\frac{1}{2}}^{(2)} &= w_{m+\frac{1}{2}}^n + \frac{\tau}{h} \delta F_{m+\frac{1}{2}}^{(1)} + 2\tau \mu \varphi_{m+\frac{1}{2}}^{(1)}, \\ w_m^{(3)} &= \frac{1}{4} \mu w_m^n + \frac{3}{4} w_m^{(1)} + \frac{9}{8} \frac{\tau}{n} \delta F_m^{(2)} + \frac{9}{4} \tau \mu \varphi_m^{(2)} - \\ &\quad - \frac{1}{8} \delta w_m^{(1)} - \frac{1}{4} \tau \mu \delta^2 \varphi_m^n + \kappa \frac{\tau}{n^2} \delta^2 \mu w_m^n, \end{aligned} \quad (3)$$

где n — целые, m — целые или полуцелые числа, h, τ — шаги по осям z, t соответственно, $z_m = mh$, $t^n = n\tau$, w_m^n — значение решения разностной схемы в точке (z_m, t^n) . Смысл остальных обозначений определяется равенствами

$$\begin{aligned} \Phi_m^{(s)} &= \Phi(w_m^{(s)}, z_m, t^n + s\tau/3); \quad \Phi_m^n = \Phi(w_m^n, z_m, t^n), \\ \mu \psi_m &= (\psi_{m+\frac{1}{2}} - \psi_{m-\frac{1}{2}})/2; \quad \delta \psi_m = \psi_{m+\frac{1}{2}} - \psi_{m-\frac{1}{2}}; \quad w_m^{n+1} = w_m^{(3)}. \end{aligned}$$

Схема (3) четырехточечная и имеет второй порядок аппроксимации. При численных экспериментах исследовались три вида граничного возмущения:

$$f_1 = \exp(-T^2), \quad f_2 = -T \exp(-T^2), \quad f_3 = T \exp(-T^2),$$

которые моделируют наиболее важные импульсные сигналы: однополярный (f_1), биполярный с фазой сжатия, опережающей фазу разрежения (f_2), и биполярный с обратным порядком следования фаз (f_3). Эволюция каждого из импульсов рассчитывалась для $\epsilon \text{Re} = 5, 10, 20$.

Рисунки 1—2 наглядно демонстрируют характерные этапы процесса. Сначала происходит медленное уменьшение амплитуды волны за счет диссипации и укручение фронта вследствие нелинейности. После

того как укручение будет скомпенсировано диссипацией энергии на фронте волны, наступает период более быстрого спадания амплитуды, обусловленного одновременным действием нелинейности и диссипации. Импульс приобретает треугольную форму, фронт его постепенно уширяется, амплитуда убывает; впоследствии, на конечном этапе эволюции, линейная диссипация станет преобладающим эффектом.

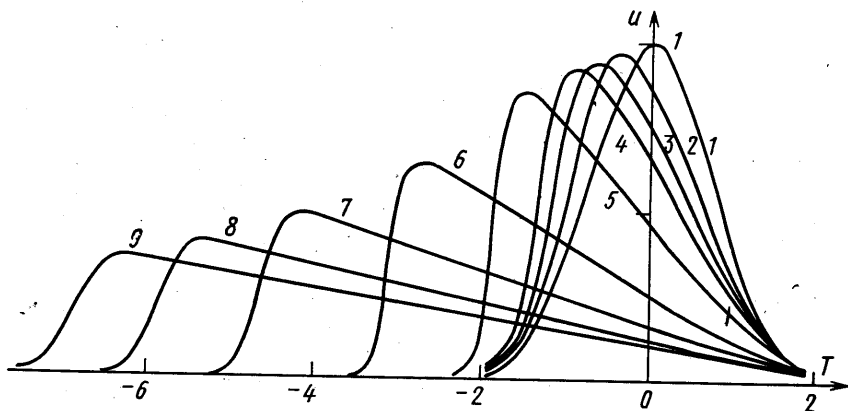
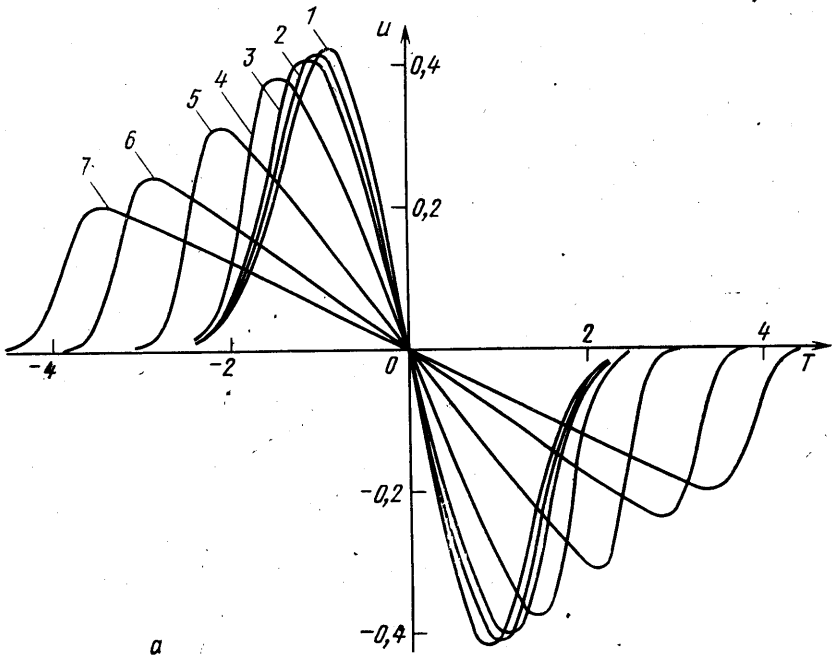


Рис. 1. Нелинейно-диссипативная трансформация формы импульса $f_1(T) = \exp(-T^2)$ при $\epsilon Re = 10$. 1 соответствует $\sigma = 0$; 2 — $\sigma = 0,4$; 3 — $\sigma = 0,7$; 4 — $\sigma = 1$; 5 — $\sigma = 2$; 6 — $\sigma = 5$; 7 — $\sigma = 10$; 8 — $\sigma = 15$ и 9 — $\sigma = 20$

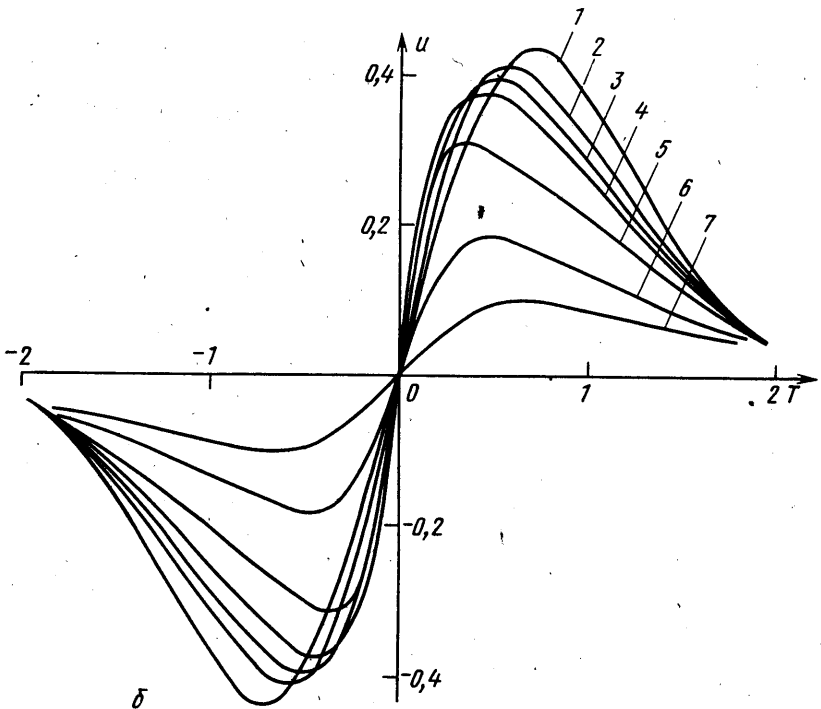
Динамика максимальной величины u представлена на рис. 3. Медленное убывание максимального значения на расстояниях до образования разрыва переходит в степенной закон спадания на длинах, в несколько раз больших длины нелинейности. Для функций f_1 и f_2 показатель степени в закономерности убывания — $(-1/2)$, а для f_3 — (-1) . Такое различие поведения решения для функций f_2 и f_3 объясняется тем, что в случае f_2 фаза сжатия опережает во времени фазу разряжения и ударные фронты, отдаляясь друг от друга, практически не взаимодействуют. В случае f_3 порядок следования фаз обратный и фронты сближаются. В результате их взаимодействия максимальное значение убывает существенно быстрее. Такая интерпретация подтверждается тем, что скорости спадания максимума в случае биполярного импульса f_2 и однополярного импульса f_1 совпадают.

Из сравнения кривых при различных величинах числа Рейнольдса видно, что при $\epsilon Re = 5$ максимальное значение u убывает плавно, а у других кривых переход от этапа к этапу выражен более резко. В предельном случае больших чисел Рейнольдса на этих кривых должен образоваться угол. В принципе такое характерное разделение этапов линейного и нелинейного уменьшения максимума u может служить для определения параметра нелинейности сред ϵ по импульсным широкополосным измерениям.

Например, при термооптической демодуляции света могут генерироваться акустические импульсы малой длительности и большой амплитуды, имеющие профиль типа f_1 и f_2 (см. [8]). Определяя зависимость максимального значения u от расстояния, пройденного волной, находим длину образования разрыва по положению характерного из-



a



б

Рис. 2. Трансформация граничного возмущения. а: $f_2 = -T \exp(-T^2)$, при $\varepsilon \text{Re} = 20$; $\sigma = 0,4(1)$, $0,7(2)$, $1(3)$, $2(4)$, $5(5)$, $10(6)$ и $15(7)$; б: $f_3 = T \exp(-T^2)$, при $\varepsilon \text{Re} = 10$; $\sigma = 0(1)$, $0,4(2)$, $0,7(3)$, $1(4)$, $2(5)$, $5(6)$, $10(7)$

лома кривой. Далее по известным значениям амплитуды давления в волне, длительности импульса звука и скорости импульса звука в среде можно найти величину параметра нелинейности среды ϵ . Другой вариант измерения параметра нелинейности среды в широкополосных импульсных измерениях на основе определения кривой нелинейно-диссипативного насыщения амплитуды был предложен в [9].

Благодаря малой длительности звуковых импульсов и большой их интенсивности длина образования разрыва достаточно невелика. В силу этого импульсные методы измерения нелинейного параметра особенно перспективны для твердых тел, где измерение ϵ по генерации второй гармоники встречает известные трудности.

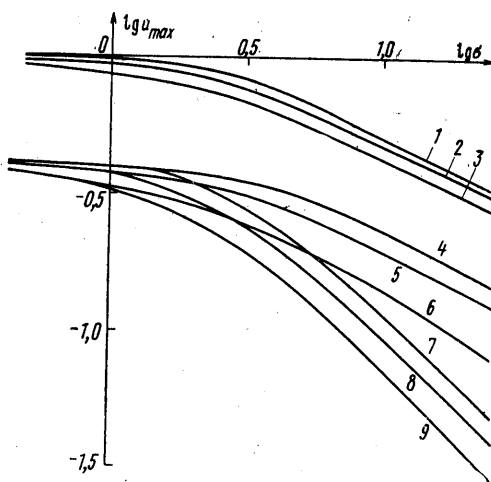


Рис. 3. Зависимость максимального значения колебательной скорости от расстояния. Кривые 1, 4, 7 — $\epsilon Re = 20$; 2, 5, 8 — $\epsilon Re = 10$; 3, 6, 9 — $\epsilon Re = 5$. Кривые 1, 2, 3 описывают динамику амплитуды импульса для f_1 , 4, 5, 6 — для f_2 и 7, 8, 9 — для f_3

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Солуян С. И., Хохлов Р. В. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астроном.», 1961, № 3, 52—61.
2. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., 1975.
3. Еремин В. В., Липницкий Ю. М. «Журн. вычисл. матем. и матем. физ.», 1974, 14, вып. 2, 379—389.
4. Rusanov V. V. „J. Comp. Phys.“, 1970, 5, 507—515.
5. Балакин В. Б. «Журн. вычисл. матем. и матем. физ.», 1970, 10, вып. 6, 1512—1519.
6. Русанов В. В. ДАН СССР, 1968, 180, 1303—1305.
7. Карабутов А. А., Лапшин Е. А., Панасенко Г. П., Руденко О. В. Тр. IX Всесоюзн. акуст. конференции. М., 1977.
8. Бункин Ф. В., Комиссаров В. М. «Акуст. журн.», 1973, 19, вып. 3, 305—320.
9. Карабутов А. А. Дипломная работа. М., 1975.

Кафедра
волновых процессов

Поступила в редакцию
02.06.78

УДК 533.9.082.5

В. Х. ФАЗЛАЕВ, А. М. ДЕВЯТОВ, С. В. МАКАРЫЧЕВ

ВОЗБУЖДЕНИЕ АТОМОВ Sr В РАЗРЯДЕ В ПОЛОМ КАТОДЕ

Возбуждение, ионизация и обратные им процессы определяют основные свойства газоразрядной низкотемпературной плазмы. Механизм образования возбужденных атомов инертных газов [1], цинка, кадмия