

С. А. ВЕНКСТЕРН, С. Н. КОЗЛОВ

О РАССЕЯНИИ ДВУМЕРНОГО ГАЗА СВОБОДНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА У ПОВЕРХНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКА КУЛОНОВСКИМИ ЦЕНТРАМИ

В ряде работ экспериментальные данные по подвижности носителей заряда в инверсионных каналах на поверхности полупроводников трактуются с привлечением механизма рассеяния на неэкранированном кулоновском потенциале [1—5]. В некоторых статьях в вычисления введены поправки, учитывающие экранировку заряженных рассеивающих центров свободными носителями [2, 6]. Однако разными авторами получены сильно различающиеся зависимости подвижности μ от основных параметров — температуры T , поверхностных избытков свободных носителей в канале Γ и концентрации рассеивающих центров N_I .

В настоящей работе анализируются пределы применимости существующих подходов к рассматриваемой проблеме и определяются возможные области использования различных зависимостей $\mu(T, \Gamma)$.

1. Общие соотношения. Как известно [7], дифференциальное сечение рассеяния подвижных носителей однозарядным кулоновским центром в двумерном (2D) случае определяется формулой

$$\sigma(\theta) = G \frac{\text{th}(\pi G)}{2k \sin^2 \theta/2},$$

где

$$G = \frac{mq^2}{\kappa k \hbar^2} = \frac{q^2}{\kappa \hbar} \sqrt{\frac{m}{2\varepsilon}}, \quad (1)$$

k , m , $\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ — квазиволновой вектор, эффективная масса и энергия носителей соответственно; κ — диэлектрическая проницаемость; q — величина заряда электрона.

Подставляя выражение для дифференциального сечения рассеяния $\sigma(\theta)$ в формулу

$$\frac{1}{\tau(\varepsilon)} = N_I \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} \int_{-\pi}^{\pi} \sigma(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta, \quad (1a)$$

получаем:

$$\tau(\varepsilon) = \frac{m}{2\pi \hbar N_I G \text{th}(\pi G)} = \frac{\kappa \sqrt{2m\varepsilon}}{2\pi q^2 N_I} \text{th}^{-1} \left(\frac{\pi q^2}{\kappa \hbar} \sqrt{\frac{m}{2\varepsilon}} \right). \quad (2)$$

Поскольку плотность состояний в двумерной зоне не зависит от энергии, справедливо соотношение:

$$\langle \tau \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \tau(\varepsilon) \varepsilon \left| \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right| d\varepsilon}{\int_0^{\infty} f_0(\varepsilon) d\varepsilon} \quad (3)$$

(здесь f_0 — функция Ферми — Дирака).

Наконец, подвижность носителей заряда определяется формулой

$$\mu = q \langle \tau \rangle / m. \quad (4)$$

2. Сильное вырождение. При сильном вырождении

$$\langle \tau \rangle = \tau(\varepsilon_F); \quad (5)$$

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2 \pi \Gamma}{r m}, \quad (6)$$

где ε_F — энергия Ферми, r — число эквивалентных долин.

Используя (4) — (6), получаем соотношение:

$$\mu = \frac{\kappa \hbar}{m q N_I} \sqrt{\frac{\Gamma}{2\pi r}} \operatorname{th}^{-1} \left[\frac{m q^2}{2\kappa \hbar^2} \sqrt{\frac{2\pi r}{\Gamma}} \right]. \quad (7)$$

В зависимости от величины аргумента гиперболического тангенса можно выделить два предельных случая.

$$a) \frac{m q^2}{2\kappa \hbar^2} \sqrt{\frac{2\pi r}{\Gamma}} \ll 1.$$

Это эквивалентно неравенству

$$\pi G \ll 1 \quad (8)$$

и соответствует условию применимости борновского приближения*. При этом

$$\operatorname{th}(\pi G) \approx \pi G \quad (9)$$

и

$$\mu \approx \frac{\kappa^2 \hbar^2 \Gamma}{\pi q^2 m^2 r N_I}. \quad (10)$$

Аналогичный результат был получен в работе [4], где наряду с предположением о сильном вырождении неявно использовалось борновское приближение как условие «слабой неидеальности» плазмы.

Определим теперь область применимости борновского приближения и, следовательно, формулы (10). Учтем при этом, что соотношение (9) справедливо с точностью не хуже 10%, когда

$$G \leq 0,15. \quad (11)$$

Проведем численные оценки для n -канала на окисленной (100) поверхности кремния. В этом случае [7]

$$m = 1,7 \cdot 10^{-28} \text{ г}; \quad \kappa = 8; \quad r = 2. \quad (12)$$

Неравенства (1), (6), (11) при этом дают:

$$\Gamma \geq 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}. \quad (13)$$

$$b) \frac{m q^2}{2\kappa \hbar^2} \sqrt{\frac{2\pi r}{\Gamma}} \gg 1, \text{ т. е. } \pi G \gg 1, \quad (14)$$

что соответствует условию применимости квазиклассического приближения*.

* Неравенства (8) и (14) близки к условиям применимости борновского и квазиклассического приближений в трехмерном случае: $G \ll 1$ и $G \gg 1$ соответственно [8].

Тогда

$$\text{th}(\pi G) \approx 1 \quad (15)$$

и из (8) получаем

$$\mu \approx \frac{\chi \hbar}{qmN_I} \sqrt{\frac{\Gamma}{2\pi r}}. \quad (16)$$

При оценке области применимости соотношения (16) учтем, что аппроксимация (15) справедлива с точностью не хуже 10%, когда $G \geq 0,5$.

Численные расчеты с использованием тех же параметров (12) дают:

$$\Gamma \leq 3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}. \quad (17)$$

Подчеркнем, что необходимым условием применимости соотношений (10) и (16) является сильное вырождение 2D-газа носителей, которое реализуется при

$$\Gamma \geq 2 \frac{mK_B T r}{\pi \hbar^2} (K_B - \text{постоянная Больцмана}),$$

что для тех же численных значений (12) эквивалентно

$$\Gamma/T \geq 3 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}.$$

3. Отсутствие вырождения. В этом случае $f_0 = \exp\left(-\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{K_B T}\right)$, поэтому

$$\langle \tau \rangle = \int_0^\infty \tau(\varepsilon) \varepsilon \exp(-\varepsilon/K_B T) d\varepsilon / \int_0^\infty \exp(-\varepsilon/K_B T) d\varepsilon, \quad (18)$$

и точное интегрирование в числителе с учетом (2) провести невозможно. Однако, используя аппроксимации (8), (9) или (14), (15) непосредственно в соотношении (2) и учитывая (4), получаем в борновском приближении

$$\mu \approx \frac{2\chi^2 \hbar K_B T}{m\pi^2 q^3 N_I} \quad (19)$$

и в квазиклассическом приближении

$$\mu \approx \frac{3\chi}{4qN_I} \sqrt{\frac{K_B T}{2\pi m}}. \quad (20)$$

Численные оценки, аналогичные проведенным в предыдущем параграфе, показывают, что соотношение (19) применимо при

$$T \geq 2 \cdot 10^4 \text{ К}, \quad (21)$$

а соотношение (20) — при

$$T \leq 2 \cdot 10^3 \text{ К}. \quad (22)$$

Кроме того, необходимым условием применимости статистики Больцмана является соотношение

$$\Gamma/T \leq 3 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2} \text{ К}^{-1}.$$

Формула (19) была получена в работе [5], где неявно использовалось борновское приближение как условие применимости теории возмущений; формула, аналогичная (20), выведена в [9] **.

Подчеркнем, что интеграл в числителе (18) может быть в принципе вычислен приближенно, например с помощью приема, использованного при выводе формулы Брукса — Херринга [10], или методом квадратурных формул, который подробно описан в книге [11]. Это позволяет получить зависимость для подвижности в той области температур, где ни борновское, ни квазиклассическое приближения не выполняются. Так, первый способ дает:

$$\mu \simeq \frac{\kappa}{\pi q N_I} \sqrt{\frac{K_B T}{m}} \cdot \text{th}^{-1} \left(\frac{\pi q^2}{2\kappa \hbar} \sqrt{\frac{m}{K_B T}} \right). \quad (23)$$

Второй подход с использованием двух узловых точек позволяет получить:

$$\begin{aligned} \mu \simeq \frac{\kappa}{\pi q N_I} \sqrt{\frac{K_B T}{2m}} \left[0,38 \text{th}^{-1} \left(\frac{1,3\pi q^2}{\kappa \hbar} \sqrt{\frac{m}{2K_B T}} \right) + \right. \\ \left. + 0,92 \text{th}^{-1} \left(\frac{0,54\pi q^2}{\kappa \hbar} \sqrt{\frac{m}{2K_B T}} \right) \right]. \quad (24) \end{aligned}$$

В предельных случаях борновского или квазиклассического приближений формула (23) переходит соответственно в выражения (19) или (20) с точностью около 6%, а формула (24) — с точностью около 2%.

Заметим, что в обычных экспериментальных условиях применимость квазиклассического приближения к рассмотрению рассеяния носителей заряда на поверхности кремния не вызывает сомнений — см. (17), (22). В то же время условия (13), (21), при выполнении которых возможно использование борновского приближения, реально недостижимы. Этот вывод сохраняет силу и в других частных случаях в экспериментах на кремнии (другие ориентации поверхности, p -каналы). Мы ограничились рассмотрением случаев сильно вырожденной и бальцмановской статистики. При этом оказалось, что в первом случае подвижность не зависит от T , а во втором — от Γ . Метод квадратурных формул [11] позволяет вычислить величину $\langle \tau \rangle$ (3) с любой степенью точности для произвольной статистики. Однако каждому положению уровня Ферми будет при этом соответствовать свой особый набор узловых точек и весовых множителей. Очевидно, в общем случае подвижность будет зависеть как от T , так и от Γ , но эти зависимости будут слабее, чем в предельных случаях (формулы (24) и (7) соответственно). Например, в квазиклассическом приближении, по-видимому, должно соблюдаться соотношение $\mu \sim \Gamma^\alpha T^\beta$; причем $\alpha + \beta \simeq 1/2$.

4. Об эффекте экранирования. Очевидно, что эффект экранирования кулоновских центров свободными носителями заряда должен приводить к росту величины μ и, вообще говоря, к изменению характера зависимостей $\mu(\Gamma, T)$. Однако использование неэкранированного потенциала оправдано, если большинство носителей заряда может под-

** Результат, содержащийся в [9], завышен вдвое по сравнению с (20), по-видимому, из-за иного выбора пределов интегрирования в (1а).

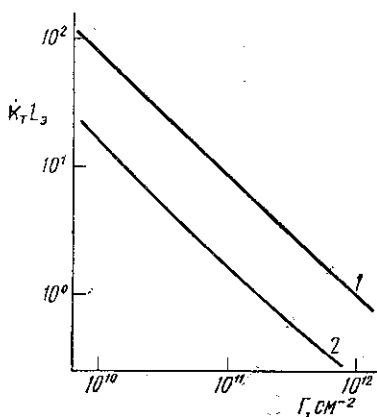
ходить к рассеивающему центру на расстояния, малые по сравнению с радиусом экранирования L_0 , что справедливо при условии

$$kL_0 > 1. \quad (25)$$

Определим пределы применимости этого неравенства. В качестве нижней оценки характерной величины k возьмем квазиволновой вектор теплового электрона

$$k_T = \frac{\sqrt{2mk_B T}}{\hbar}$$

и воспользуемся выражением для L_0 , полученным в [7] методом Томаса — Ферми для $2D$ -системы. На рисунке приведены зависимости $k_T L_0$ от Γ для температур 100 К и 300 К, построенные с учетом (12). Видно,



1— $T=300$ К, 2— $T=100$ К

что при 100 К неравенство (25) достаточно хорошо выполняется для $\Gamma \leq 10^{11}$ см $^{-2}$, а при 300 К — для $\Gamma \leq 5 \cdot 10^{11}$ см $^{-2}$. При больших значениях Γ использование неэкранированного потенциала неправомерно и требуется последовательный учет экранировки. Однако в этом случае определяющую роль играют, как правило, другие механизмы релаксации — рассеяние на фононах [12] и на поверхностном рельефе [13].

Авторы [6] пытались учесть экранировку, применяя к рассеянию в тонком инверсионном канале формулу Брукса—Херринга (БХ) [10], которая получена в борновском приближении. В предположении, что параметр теории БХ $b \ll 1$ ($b = 4k^2 L_0^2$), в [6] была получена зависимость $\mu \sim \Gamma^2 T^{-3/2}$. Между

тем, учитывая, что из условий (1), (11), (12) следует $k \geq 3 \cdot 10^7$ см $^{-1}$, легко видеть, что даже если длина экранирования порядка толщины инверсионного слоя ($L_0 \sim 2 \cdot 10^{-7}$ см), борновское приближение можно использовать только при $b \gg 1$.

Неудачным следует считать и использование авторами [2] двумерного аналога формулы Конуэлл — Вайскопфа [14]:

$$\tau(\epsilon) = \frac{r_0}{2} \sqrt{\frac{m}{2\epsilon}} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon_i} \left(\arctg \frac{2\epsilon}{\epsilon_i} \right)^{-1} \quad (26)$$

в предположении

$$2\epsilon \ll \epsilon_i \quad (27)$$

(здесь $r_0 = 1/2 \sqrt{N_I}$; $\epsilon_i = q^2 / \kappa r_0$). В результате такого рассмотрения была получена зависимость

$$\mu \sim \frac{1}{\sqrt{N_I T}}. \quad (28)$$

Однако условие (27) делает некорректным использование двумерной формулы Резерфорда, на которой основан вывод соотношения (26).

Таким образом, справедливость зависимости (28) весьма сомнительна, поскольку при ее выводе использованы внутренне противоречивые посылки.

Более строгий учет эффекта экранирования проводился только в рамках борновского приближения [7, 15]. Простых аналитических зависимостей $\mu(\Gamma, T)$ при этом получить не удастся. Следует заметить, что, ввиду ослабления взаимодействия носителей с заряженными центрами, условия применимости борновского приближения могут быть не столь жесткими, как (13), (21). Однако и в этом случае выводы соответствующих рассуждений далеко не бесспорны и в каждом конкретном случае нуждаются в дополнительном обосновании [7].

В заключение авторы благодарят В. Ф. Киселева за обсуждение работы и полезные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kawaji S., Kawaguchi J. «J. Phys. Soc. Japan. Suppl», 1966, 21, 336.
2. Rutledge J. L., Armstrong W. E. «Solid State Electronics», 1972, 15, 215.
3. Добровольский В. Н., Жарких Ю. С., Абессонова Л. Н. «Физ. и техн. полупроводников», 1971, 5, 723.
4. Чаплик А. В. ЖЭТФ, 1971, 60, 1845.
5. Sah C. T., Ning T. H., Tschopp L. L. «Surface Science», 1972, 32, 561.
6. Sugano T., Sakaki H., Hoh K. «Jap. J. Appl. Phys. Suppl.», 1970, 39, 192.
7. Stern F., Howard W. E. «Phys. Rev.», 1967, 163, 816.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1974.
9. Добровольский В. Н., Жарких Ю. С. «Полупроводниковая техника и микроэлектроника», 1972, вып. 8, 34.
10. Brooks H. «Advances in Electronics and Electron Physics, 1955, 7, 85.
11. Грязнов О. С. Вычисление кинетических коэффициентов. Л., 1977.
12. Kawaji S., Ezawa H., Nakamura K. «J. Vac. Sci. Technol.», 1972, 9, 762.
13. Cheng Y. C., Sullivan E. A. «Surface Science», 1973, 34, 717.
14. Conwell E., Weisskopf V. F. «Phys. Rev.», 1950, 77, 388.
15. Berz F. «Solid State Electronics», 1970, 13, 903.

Кафедра
общей физики для химфака

Поступила в редакцию
30.01.78

УДК 539.293.011.23

Ю. П. ДРОЖЖОВ

МАССОВЫЙ ОПЕРАТОР ЭЛЕКТРОНОВ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С АКУСТИЧЕСКИМИ ФОНОНАМИ В ОКРЕСТНОСТИ ОСОБОЙ ТОЧКИ ВАН-ХОВА

Как было показано в [1], при определенных условиях можно разогреть электронный газ так, что часть электронов окажется вблизи особой точки Ван-Хова. Хорошо известно [2], что поведение носителей в окрестности такой точки весьма специфично. (Особенно интересен случай, когда одна из эффективных масс, фигурирующих в законе дисперсии, обращается в бесконечность либо отрицательна.) В связи с этим возникает вопрос: каково влияние рассеяния в ближайшей окрестности такой точки на характеристики электронного газа?

Взаимодействие фононов с электронами в рамках теории возмущений рассматривалось многими авторами. Как будет показано ниже, в нашей задаче теория возмущений неприменима уже при сколь угодно малой затравочной константе связи. Это обусловлено наличием по-