

Таким образом, справедливость зависимости (28) весьма сомнительна, поскольку при ее выводе использованы внутренне противоречивые посылки.

Более строгий учет эффекта экранирования проводился только в рамках борновского приближения [7, 15]. Простых аналитических зависимостей $\mu(\Gamma, T)$ при этом получить не удастся. Следует заметить, что, ввиду ослабления взаимодействия носителей с заряженными центрами, условия применимости борновского приближения могут быть не столь жесткими, как (13), (21). Однако и в этом случае выводы соответствующих рассуждений далеко не бесспорны и в каждом конкретном случае нуждаются в дополнительном обосновании [7].

В заключение авторы благодарят В. Ф. Киселева за обсуждение работы и полезные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kawaji S., Kawaguchi J. «J. Phys. Soc. Japan. Suppl», 1966, 21, 336.
2. Rutledge J. L., Armstrong W. E. «Solid State Electronics», 1972, 15, 215.
3. Добровольский В. Н., Жарких Ю. С., Абессонова Л. Н. «Физ. и техн. полупроводников», 1971, 5, 723.
4. Чаплик А. В. ЖЭТФ, 1971, 60, 1845.
5. Sah C. T., Ning T. H., Tschopp L. L. «Surface Science», 1972, 32, 561.
6. Sugano T., Sakaki H., Hoh K. «Jap. J. Appl. Phys. Suppl.», 1970, 39, 192.
7. Stern F., Howard W. E. «Phys. Rev.», 1967, 163, 816.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1974.
9. Добровольский В. Н., Жарких Ю. С. «Полупроводниковая техника и микроэлектроника», 1972, вып. 8, 34.
10. Brooks H. «Advances in Electronics and Electron Physics», 1955, 7, 85.
11. Грязнов О. С. Вычисление кинетических коэффициентов. Л., 1977.
12. Kawaji S., Ezawa H., Nakamura K. «J. Vac. Sci. Technol.», 1972, 9, 762.
13. Cheng Y. C., Sullivan E. A. «Surface Science», 1973, 34, 717.
14. Conwell E., Weisskopf V. F. «Phys. Rev.», 1950, 77, 388.
15. Berz F. «Solid State Electronics», 1970, 13, 903.

Кафедра
общей физики для химфака

Поступила в редакцию
30.01.78

УДК 539.293.011.23

Ю. П. ДРОЖЖОВ

МАССОВЫЙ ОПЕРАТОР ЭЛЕКТРОНОВ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С АКУСТИЧЕСКИМИ ФОНОНАМИ В ОКРЕСТНОСТИ ОСОБОЙ ТОЧКИ ВАН-ХОВА

Как было показано в [1], при определенных условиях можно разогреть электронный газ так, что часть электронов окажется вблизи особой точки Ван-Хова. Хорошо известно [2], что поведение носителей в окрестности такой точки весьма специфично. (Особенно интересен случай, когда одна из эффективных масс, фигурирующих в законе дисперсии, обращается в бесконечность либо отрицательна.) В связи с этим возникает вопрос: каково влияние рассеяния в ближайшей окрестности такой точки на характеристики электронного газа?

Взаимодействие фононов с электронами в рамках теории возмущений рассматривалось многими авторами. Как будет показано ниже, в нашей задаче теория возмущений неприменима уже при сколь угодно малой затравочной константе связи. Это обусловлено наличием по-

роговых особенностей (пороги испускания и поглощения фононов) [3]. Однако в случае малой константы связи удастся получить решение задачи в замкнутом виде.

Нас будет интересовать область значений энергетической переменной гриновской функции (точка отсчета — особая точка) такая, что $p_0 \sim ms^2$. (Здесь m — затравочная эффективная масса, s — скорость звука.) При малой затравочной константе связи g_0 существенными оказываются все члены ряда для массового оператора и вершинной части (область $p_0 < \frac{m}{s^{1/2}} g_0 \epsilon_c$, где $\epsilon_c \sim \sqrt{TsQ}$, T — температура решетки, Q — импульс обрезания закона дисперсии). Вместе с тем при больших энергиях (промежуточная область) существенной оказывается лишь часть членов ряда. Их суммирование сводится, как обычно, к решению некоторого интегрального уравнения. С дальнейшим ростом энергии корреляции ослабевают и становится справедливой обычная теория возмущений. Как будет показано ниже, в промежуточной области массовый оператор имеет вид:

$$M \simeq g^2 A \left(1 - e^{-\frac{p_0}{B\epsilon^2}} \right).$$

Здесь величины A и B не зависят от g^2 , определяясь другими параметрами задачи.

§ 1. Постановка задачи. Рассмотрим поведение носителей заряда вблизи особой точки в импульсном пространстве ($\mathbf{p} \equiv \mathbf{p}_0$ и $\epsilon \equiv \epsilon_0$), в которой $\nabla_{\mathbf{p}} \epsilon(\mathbf{p}) = 0$. В некоторой окрестности радиуса Q около этой точки закон дисперсии можно записать в виде:

$$\epsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_{\perp}^2}{2m} + \frac{p_z^2}{2m_z}. \quad (1)$$

Здесь ось z выбрана вдоль вектора \mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_{\perp} — вектор, лежащий в плоскости p_x, p_y , и принято, что $m_x = m_y \equiv m$.

Сделаем следующие предположения:

1) пусть $|m_z| \gg \frac{Q}{s} \gg m$, тогда второй член в (1) можно опустить;

2) концентрация электронов в зоне проводимости и вблизи особой точки мала, т. е.

$$\frac{n}{N_c} \ll 1, \quad (2)$$

где $N_c \sim Q^3$ — эффективное число состояний вблизи рассматриваемой особой точки.

Тогда в нулевом порядке по концентрации носителей причинная функция Грина электронов совпадает с запаздывающей, а фононные функции Грина не перенормируются.

Введем, как обычно, затравочные функции Грина $D^{(0)}$ и $G^{(0)}$ [4]. Тогда в первом приближении по g_0^2 для массового оператора справедлива обычная формула ($\hbar \equiv 1$)

$$M^{(0)} = -ig_0^2 \int dk' G_c^{(0)}(k+k') D_c^{(0)}(k'), \quad (3)$$

где (для акустических фононов в приближении скалярного потенциала деформации)

$$G_c^{(0)} = - \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{1}{k_0 - \varepsilon(\mathbf{k}) + i\eta}, \quad (3a)$$

$$D_c^{(0)} = \frac{k^2}{(2\pi)^4} \frac{k_0^2 - \omega^2(\mathbf{k}) - i\eta(2\nu(\mathbf{k}) + 1)}{[k_0^2 - \omega^2(\mathbf{k})]^2 + \eta^2}. \quad (3b)$$

Здесь $\nu(\mathbf{k})$ — число заполнения фононов с волновым вектором \mathbf{k} . Будем считать далее температуру решетки достаточно высокой:

$$T \gg \omega_D, \quad (4)$$

где ω_D — дебаевская частота фононов, так что

$$\nu(\mathbf{k}) = \frac{T}{s|\mathbf{k}|} \gg 1. \quad (4a)$$

В силу (2) и (4a) интегрирование по энергетической переменной сводится к взятию вычетов в полюсах фононной функции Грина и умножению на T/s^2 . Тогда

$$M^{(0)} = - \frac{g_0^2}{(2\pi)^2} \frac{T}{s^2} \left\{ \int \frac{d^3k'}{p_0 + s|\mathbf{k}'| - \frac{(\mathbf{k}_\perp + \mathbf{k}'_\perp)^2}{2m} + i\eta} + (s \rightarrow -s) \right\} + M_1^{(0)} \equiv \Delta M + M_1^{(0)}. \quad (5)$$

Интегральное слагаемое в (5) обусловлено вкладом электронов, близких к особой точке, а второй член $M_1^{(0)}$ — вкладом далеких (по импульсу) областей. Его можно вычислить, используя теорию возмущений, ограничившись первым приближением по g_0^2 . Поскольку интересующие нас значения $p_0 \ll \varepsilon_0$, этот член можно считать просто константой: $M_1^{(0)} \sim g_0^2$. Можно показать, что мнимая часть ΔM остается конечной при $\mathbf{p} \rightarrow 0$ и $p_0 \rightarrow 0$. Физически это связано с поглощением реальных фононов. Вычисляя затем действительную часть массового оператора с помощью дисперсионного соотношения [5], получим логарифмическую расходимость при $p_0 \rightarrow 0$. Таким образом, массовый оператор ΔM оказывается не малым, и, следовательно, для его вычисления нельзя пользоваться стандартной теорией возмущения.

Перейдем к вершинной части. Поправку к вершине можно оценить, исходя из тождества Уорда [6]:

$$\Gamma(p, 0) = 1 - \frac{\partial M}{\partial p_0}, \quad (6)$$

что дает

$$\Gamma(p, 0) \sim \frac{1}{p_0}, \quad \text{при } p_0 \rightarrow 0,$$

§ 2. Вывод уравнения для массового оператора. Итак, теория возмущений по g_0^2 оказывается неприменимой, и необходимо исходить из точных уравнений для массового оператора и вершинной части. Сделаем предположение, которое подтвердится дальнейшим расчетом, что

наиболее существенна вершина с нулевым переданным импульсом. Тогда система уравнений может быть замкнута с помощью тождества Уорда (6). В этом предположении для массового оператора получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \Delta M(p) \equiv M(p) &= -ig_0^2 \int dk \Gamma(p, k) G_c(p+k) D_c(k) \approx \\ &\approx -ig_0^2 \Gamma(p, 0) \int G_c(p+k) D_c(k) dk = -ig_0^2 \left(1 - \frac{\partial M}{\partial p_0}\right) \int G_c(p+k) D_c^{(0)}(k) dk. \end{aligned} \quad (7)$$

В соответствии со сказанным выше $D_c(k) = D_c^{(0)}(k)$.

Выполняя в (7) интегрирование по энергетической переменной (аналогично (5)) и вводя новую константу связи $g_r^2 = g_0^2 \frac{T}{s^2} \frac{1}{(2\pi)^7}$, получим:

$$\begin{aligned} M(p) &= g_r^2 \left(1 - \frac{\partial M}{\partial p_0}\right) \times \\ &\times \left\{ \int \frac{d^3k}{p_0 + s|\mathbf{k}| - \varepsilon(\mathbf{p} + \mathbf{k}) - M(p_0 + s|\mathbf{k}|; \mathbf{p} + \mathbf{k})} + (s \rightarrow -s) \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь интегрирование ведется по всей зоне Бриллюэна.

Заметим, что интегральный член в (8) не имеет особенностей при действительных p_0 , поскольку массовый оператор имеет малую (в меру малости g_r^2), но конечную мнимую часть. Появление ее обусловлено процессами поглощения и испускания реальных фононов: электрон может испускать фононы с импульсом вдоль оси z , благодаря тому, что в окрестности такой точки $m_z = \infty$.

Введем новые обозначения:

$$\begin{aligned} (g_r^*)^2 &= g_r^2 \cdot ms^{-1}; \quad \mathbf{k}^* \equiv \frac{\mathbf{k}}{ms}; \quad ms^2 \mathcal{M}(p_0^*; \mathbf{p}^*) \equiv M(p) - M(0); \\ ms^2 p_0^* &\equiv p_0 - M(0). \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда в новых обозначениях уравнение (8) будет иметь следующий вид (мы опустим в дальнейшем звездочку у новых переменных):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(p_0; \mathbf{p}) &= g_r^2 \left(1 - \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial p_0}\right) \times \\ &\times \left\{ \int_{|\mathbf{k}| < \frac{Q}{ms}} \frac{d^3k}{p_0 + |\mathbf{k}| - \mathcal{M}(p_0 + |\mathbf{k}|; \mathbf{p} + \mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{p} + \mathbf{k})} + \right. \\ &\left. + \int_{|\mathbf{k}| < \frac{Q}{ms}} \frac{d^3k}{p_0 - |\mathbf{k}| - \mathcal{M} - \varepsilon(\mathbf{p} + \mathbf{k})} \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Предположим, что массовый оператор слабо зависит от векторных переменных, и положим в левой и правой частях (10) $\mathbf{p} = 0$. Если перейти в (10) от интегрирования по k_z к интегрированию по $v = \sqrt{k^2 + k_z^2}$,

то интегральный член в (10) запишется в следующем виде:

$$I_{p=0} = \int \frac{d^3k}{p_0 + |\mathbf{k}| - \mathcal{M}(p_0 + |\mathbf{k}|) - \varepsilon(p + \mathbf{k})} = \\ = -2\pi \int_0^{Q/ms} v dv \int_0^{v^2} \frac{du}{\sqrt{v^2 - u}(p_0 + v - \mathcal{M}(p_0 + v) - u)}. \quad (11)$$

Несмотря на то что подынтегральное выражение имеет особенность при $u=v^2$, основной вклад в (11) дает область $u \sim 0$ (см. Приложение). Тогда (11) можно записать в виде:

$$I = 2\pi \frac{Q}{ms} \int_0^{Q/ms} \frac{dv}{p_0 + v - \mathcal{M}(p_0 + v)} = 2\pi \frac{Q}{ms} \int_0^{Q/ms} G_c(p_0 + v) dv. \quad (12)$$

Аналогично преобразуется и член, описывающий испускание фононов, разница лишь в том, что верхний предел интегрирования затем необходимо заменить на p_0 . (Остальная часть интеграла может быть включена в перенормировку g_r^2 , поскольку она содержит функцию Грина от отрицательного аргумента.)

Таким образом, равенство (10) можно записать следующим образом:

$$\mathcal{M}(p_0, 0) = g_r^2 \frac{Q}{ms} \left(1 - \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial p_0} \right) \left\{ \int_0^{Q/ms} \frac{dv}{p_0 + v - \mathcal{M}(p_0 + v, 0)} + \right. \\ \left. + \int_0^{p_0} \frac{dv}{p_0 - v - \mathcal{M}(p_0 - v, 0)} \right\}. \quad (13)$$

Произведем в (13) замену переменных $p_0 + v \rightarrow v$ и $p_0 - v \rightarrow v$ соответственно в первом и втором слагаемых. Тогда при $p_0 \ll Q/ms$ интегральные члены в (13) слабо зависят от p_0 . Поэтому (13) можно окончательно записать в виде:

$$\mathcal{M}(p_0, 0) = \frac{Q}{ms} g_r^2 \left(1 - \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial p_0} \right) \int_0^{Q/ms} \frac{dv}{v - \mathcal{M}(v)}. \quad (14)$$

§ 3. Решение уравнения.

Полагая в (14)

$$\frac{Q}{ms} g_r^2 \int_0^{Q/ms} \frac{dv}{v - \mathcal{M}(v)} = \alpha + i\beta, \quad (15)$$

получим для $\mathcal{M}(p_0, 0)$ следующее уравнение:

$$\mathcal{M}(p_0, 0) = (\alpha + i\beta) \left(1 - \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial p_0} \right) \quad (16)$$

$$\text{при } \mathcal{M}(p_0, 0)|_{p_0=0} = 0 \quad (\text{см. (9)}). \quad (16a)$$

Отсюда

$$\mathcal{M}(p_0, 0) = (\alpha + i\beta) \exp \left[-\frac{(\alpha - i\beta)p_0}{\alpha^2 + \beta^2} \right]. \quad (17)$$

Следует отметить, что, строго говоря, мы не можем накладывать граничное условие на массовый оператор в виде (16а) и (см. далее) (25). Как будет показано ниже, существует нижняя граница по p_0 применимости этого решения (p_{0c}). Поэтому (16а) и (25) должны определять лишь шивание решения в непосредственной близости к особой точке с нашим. Решение при малых p_0 ($p_0 < p_{0c}$) можно в принципе получить, используя метод ренормализационной группы. Можно думать, что массовый оператор в этой области будет иметь вид: $\mathcal{M} \sim p_0^{\nu}$. Тогда в правых частях условий (16а) и (см. далее) (25) будет стоять $\mathcal{M}(p_0 = p_{0c}) = p_{0c}^{\nu}$, а нижний предел интегрирования в (15) необходимо заменить на p_{0c} . Переход к (14), (16а), (25) возможен, лишь если интеграл в (14) определяется областью больших ν . Тогда нижний предел интегрирования не существен. Вклад от области малых ν можно оценить, заменив нижний предел интегрирования на p_{0c} , а $\mathcal{M}(\nu) \rightarrow \mathcal{M}(p_{0c})$. Требование малости этого вклада по сравнению с вкладом больших ν налагает ограничение снизу на константу связи: $g_r^2 > \frac{ms}{Q}$. При меньших g_r^2 во все дальнейшие формулы войдет, по-видимому, вместо

$$\ln [Q/ms] \rightarrow \ln [Q/msp_{0c}] \sim \ln \frac{1}{g_r} \sqrt{\frac{Q}{ms}}.$$

Физически такое ограничение на константу связи означает, что наше решение не справедливо вблизи порога испускания фонона.

Подставляя (17) в (15), получим для α и β следующие выражения (с учетом замечания после формулы (17), при $g_r^2 > \frac{ms}{Q}$):

$$\alpha = g_r^2 \frac{Q}{ms} \ln \frac{Q}{ms}, \quad (18)$$

$$\beta = -\pi g_r^2 \frac{Q}{ms}. \quad (19)$$

В этом случае фактически следует положить:

$$\sin \frac{\beta p_0}{\alpha^2 + \beta^2} \sim 0; \quad \cos \frac{\beta p_0}{\alpha^2 + \beta^2} \sim 1.$$

Окончательно:

$$\mathcal{M}(p_0, 0) = \frac{Q}{ms} g_r^2 \left[\ln \frac{Q}{ms} - i\pi \right] \left[\left(1 - \exp \frac{p_0}{g_r^2 \frac{Q}{ms} \ln Q/ms} \right) \right]. \quad (20)$$

Как видно из (20), массовый оператор явно зависит от Q — радиуса сходимости закона дисперсии. В условиях (4) это является, по-видимому, характерной особенностью критической точки. (Напомним, что в силу (9) $p_0 > 0$).

§ 4. Зависимость массового оператора от p_z и p Будем искать решение уравнения (10) при малых, не равных нулю p_z и p_{\perp} в виде:

$$\mathcal{M}(p_0, p_z, p_{\perp}) \equiv \mathcal{M}(p_0, 0, 0) + f_1(p_0) \frac{p_z^2}{2} + f_2(p_0) \frac{p_{\perp}^2}{2}. \quad (21)$$

Тогда (10) запишется в виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\rho_0, 0) + f_1 \frac{p_z^2}{2} + f_2 \frac{p_{\perp}^2}{2} = g_r^2 \left(1 - \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial \rho_0} - \frac{\partial f_1}{\partial \rho_0} \frac{p_z^2}{2} - \frac{\partial f_2}{\partial \rho_0} \frac{p_{\perp}^2}{2} \right) \times \\ \times \left\{ \int \frac{k dk dv d\theta}{\rho_0 + v - \mathcal{M}(\rho_0 + v, 0) - \left[\frac{m}{m_z} + f_1(\rho_0 + v) \right] \times} \right. \\ \left. + \left[\frac{p_z + \sqrt{v^2 - k^2}}{2} - (1 + f_2) \frac{(p_{\perp} + k)^2}{2} \right] \sqrt{v^2 - k^2} \right\}. \quad (22) \end{aligned}$$

С помощью тех же преобразований, что и при переходе от (11) к (12), интегральные члены в (22) можно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned} I_2 = \frac{Q}{ms} \left[\int_0^{Q/ms} \frac{dv}{\rho_0 + v - \mathcal{M}(\rho_0 + v, 0)} + \int_0^{Q/ms} \frac{\left[\frac{m}{m_z} + f_1 \left(\rho_0 + \frac{Q}{ms} \right) \right] \frac{p_z^2}{2}}{Q^2/(ms)^2} dv + \right. \\ \left. + \frac{p_{\perp}^2}{2} \int_0^{Q/ms} \frac{1 + f_2 \left(\rho_0 + \frac{Q}{ms} \right)}{Q^2/(ms)^2} dv \right] = \frac{Q}{ms} \frac{\alpha + i\beta}{(Q/ms) g_r^2} + \frac{m}{m_z} \frac{p_z^2}{2} + \frac{p_{\perp}^2}{2}. \quad (23) \end{aligned}$$

При выводе (23) мы разложим подынтегральное выражение в ряд. Справедливость этой процедуры будет подтверждена результатом.

С учетом (23) из (22) можно получить следующие уравнения для f_1 и f_2 (в нулевом порядке по Q/ms):

$$\begin{aligned} f_1 - g_r^2 \frac{m}{m_z} = -(\alpha + i\beta) \frac{\partial f_1}{\partial \rho_0}, \\ f_2 - g_r^2 = -(\alpha + i\beta) \frac{\partial f_2}{\partial \rho_0}. \quad (24) \end{aligned}$$

Граничные условия к (24) имеют вид

$$f_1|_{\rho_0=0} = 0, \quad f_2|_{\rho_0=0} = 0, \quad (25)$$

поскольку массовый оператор в первом приближении по g^2 не зависит от ρ [4].

Решение уравнений (24) — (25) с учетом (19) легко получить:

$$\begin{aligned} f_1 = g_r^2 \frac{m}{m_z} \left[1 - \exp \left(- \frac{\rho_0}{g_r^2 \frac{Q}{ms} \ln \frac{Q}{ms}} \right) \right], \\ f_2 = g_r^2 \left[1 - \exp \left(- \frac{\rho_0}{g_r^2 \frac{Q}{ms} \ln \frac{Q}{ms}} \right) \right]. \quad (26) \end{aligned}$$

Суммируя (26) и (20) для $\mathcal{M}(p)$, получаем следующее выражение:

$$\mathcal{M}(p) = g_r^2 \left[1 - \exp \left(- \frac{p_0}{g_r^2 \frac{Q}{ms} \ln \frac{Q}{ms}} \right) \right] \times \\ \times \left(\frac{Q^i}{ms} \ln \frac{Q}{ms_1} - i\pi \frac{Q}{ms} + p_z^2 \frac{m}{m_z} + p_{\perp}^2 \right). \quad (27)$$

§ 5. Вершинная часть с ненулевым переданным импульсом. Проверим теперь справедливость сделанного ранее предположения о малости вершин с ненулевым переданным импульсом. Для этого опять исходим из точных уравнений, так как теория возмущений неприменима. Тем не менее вершинная часть может быть представлена в виде ряда, каждый член которого содержит лишь точные вершины и гриновские функции. Легко видеть, что величиной, определяющей сравнительный порядок малости каждого последующего члена этого разложения, будет

$$\eta \sim g^2 \Gamma^2 D G^2 B. \quad (28)$$

Здесь B — константа, характеризующая величину существенных импульсов. В нашем случае $B \sim \frac{Q}{ms}$. Следует отметить, что, вообще говоря, η различно для $\Gamma(p, 0)$ и $\Gamma(p, q)$ и имеет смысл эффективной константы связи [4]. Таким образом, вершинную часть можно записать в виде:

$$\Gamma \sim 1 + \Gamma \eta + \Gamma \eta^2 + \dots \quad (29)$$

Пользуясь определением η (28), а также (27) и (6) легко получим для $\eta_{\Gamma(p,0)}$ следующую оценку:

$$\eta_{\Gamma(p,0)} \sim \frac{g_r^2 \frac{Q}{ms}}{p_0^2}. \quad (30)$$

Чтобы представление Γ в виде ряда (29) имело смысл, должно выполняться условие $\eta \ll 1$. Тогда для p_0 получим нижнюю границу:

$$p_0 > g_r \sqrt{\frac{Q}{ms}}. \quad (31)$$

Аналогичные оценки для $\eta_{\Gamma(p,q)}$ дают:

$$\eta_{\Gamma(p,q)} \sim g^2 \Gamma^2 G(p) G(p+q) D(q) \frac{Q}{ms} \sim \frac{g_r^2 \frac{Q}{ms}}{p_0(p_0+q_0)}$$

Следовательно,

$$\eta_{\Gamma(p,0)} / \eta_{\Gamma(p,q)} \sim \frac{p_0 + q_0}{p_0}.$$

Порядковую величину переданной энергии можно оценить из уравнения (13). Существенные значения q_0 определяются областью переменной интегрирования в (13), дающей максимальный вклад в соответствующие интегралы. В первом члене, описывающем поглощение фоно-

нов, такой областью будет $v \sim \frac{Q}{ms}$, а, следовательно, $q_0 \sim sQ \gg p_0$. Во втором случае (испускание фононов) основной вклад дают $q_0 \sim p_0$. (При не слишком малых g_r ($g_r^2 > \frac{ms}{Q}$) интегралы в (13) определяются первым членом.)

Таким образом, $\Gamma(p, q)$ меньше $\Gamma(p, 0)$, что и доказывает справедливость сделанных предположений.

§ 6. Спектр электронов и плотность состояний. Из (27) видно, что взаимодействие с фононами приводит к сдвигу спектра на величину $\sim ms^2 \frac{Q}{ms} g_r^2 \ln \frac{Q}{ms}$, а плотность состояний дается следующей формулой:

$$\rho(p_0) \sim \left[1 - \exp \left(- \frac{p_0}{g_r^2 \frac{Q}{ms} \ln \frac{Q}{ms}} \right) \right] \rho_0(p_0). \quad (32)$$

Здесь $\rho_0(p_0)$ — затравочная плотность состояний.

Автор глубоко признателен В. Л. Бонч-Бруевичу за постоянное внимание к работе.

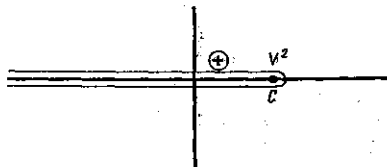
Приложение

Представим вьюренный интеграл в формуле (11) в виде контурного в плоскости комплексного u по контуру C (рисунок). Выбор ветви радикала определяется условием $\text{Im} \sqrt{\dots} < 0$. Тогда

$$\int_{v^2}^0 \frac{du}{\sqrt{v^2 - u} (p_0 + v - M(p_0 + v) - u)} = \left(-\frac{1}{2} \int_C + \int_{-\infty}^0 \right) \frac{du}{\sqrt{v^2 - u} (p_0 + v - M(p_0 + v) - u)} \equiv \Pi_1 + \Pi_2. \quad (A)$$

Второй интеграл в (A) не имеет особенностей по u , поэтому при больших v мы можем пренебречь мнимой частью массового оператора. Тогда после замены переменных $\sqrt{v^2 - u} = t$, этот интеграл легко вычисляется:

$$\Pi_2 \approx \frac{1}{v} \ln v.$$



Контурный интеграл в (A) вычислим по теореме о вычетах

$$\Pi_1 = - \frac{\pi i}{\sqrt{v^2 - p_0 - v + M(p_0 + v)}}. \quad (B)$$

Поскольку массовый оператор в (A) — запаздывающий и

$$\text{Im } p_0 > 0, \text{ то } \text{Im} [v^2 - p_0 - v + M(p_0 + v)] < 0.$$

При больших v значение радикала в (B) есть $+v$.

Тогда (A) можно переписать в виде:

$$\Pi_1 + \Pi_2 \approx \frac{1}{v} \ln v - \frac{\pi i}{v}.$$

Интегрируя это выражение по v , получим, с точностью до $1/\ln(Q/ms)$:

$$\begin{aligned} \int_0^{Q/ms} v dv (\Pi_1 + \Pi_2) &\approx \int_0^{Q/ms} \frac{dv}{\rho_0 + v - M(\rho_0 + v)} \approx \\ &\approx \frac{Q}{ms} \ln \frac{Q}{ms} - i\pi \frac{Q}{ms}. \end{aligned} \quad (C)$$

О нижнем пределе интегрирования см. замечание после формулы (17). С другой стороны, выражение (C) есть вклад наиболее существенной области $u \sim 0$ в интеграл Π_2 . Таким образом, оценка, использованная в тексте, справедлива с точностью $\sim \left(\ln \frac{Q}{ms}\right)^{-1}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бонч-Бруевич В. Л., Дрожжов Ю. П. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астроном.», 1977, № 4, 119.
2. Лифшиц И. М., Каганов М. И. «Успехи физ. наук», 1959, 69, 419.
3. Питаевский Л. П. ЖЭТФ, 1959, 36, 1168.
4. Бонч-Бруевич В. Л., Тябликов С. В. Метод функций Грина в статистической механике. М., 1961.
5. Бонч-Бруевич В. Л. «ДАН СССР», 1962, 147, 1049.
6. Engelsberg S., Shriiffer J. R. «Phys. Rev.», 1963, 131, 993.

Кафедра
физики полупроводников

Поступила в редакцию
10.03.78

УДК 533.951.7

Л. С. КУЗЬМЕНКОВ, П. А. ПОЛЯКОВ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ПЛАЗМЫ

Линейная теория плазменных волн не учитывает влияния возмущенных величин на фоновое распределение частиц. Линейные волны могут затухать или нарастать, тем не менее средние значения параметров плазмы с течением времени не меняются. Чтобы рассмотреть обратное влияние возмущений в плазме на среднюю функцию распределения частиц, необходимо в уравнениях, описывающих плазму, учитывать нелинейные члены. Учет нелинейных членов приводит как к зависимости от времени среднего равновесного распределения, так и к появлению взаимодействия между волнами, что сильно усложняет теоретический анализ плазменных явлений. Однако если амплитуды волн в плазме достаточно малы, можно пренебречь взаимодействием между волнами, но учесть влияние нелинейных членов на средние величины. Указанная нелинейная теория была впервые разработана Веденовым, Велиховым, Сагдеевым [1] и Драймондом и Пайнсом [2]. Отметим, что как в линейной, так и в нелинейной теориях в качестве единственной причины затухания волн в бесстолкновительной плазме рассмат-