УДК 538.56:530.145

А. А. ВОЛОДИН, В. Г. МАЛЬШАКОВ, А. И. НАГАЕВ, В. Н. ПАРЫГИН

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МОДУЛЯТОРА СВЕТА

В последние годы наблюдается повышенный интерес к оптическим методам обработки информации. Оптические системы обладают рядом преимуществ перед электронными. Основное преимущество оптических систем обработки информации — двумерность. Она дает возможность обрабатывать большие объемы информации, осуществлять многоканальные или двумерные интегральные преобразования. Быстродействие оптических систем, в принципе, ограничивается только скоростью ввода и вывода информации. Скорость ввода информации может быть увеличена при использовании пространственно-временных модуляторов света на основе электрооптических кристаллов типа KDP. Такие модуляторы преобразуют электрический сигнал в модулированный световой поток и могут обладать достаточно высоким быстродействием. Поэтому представляется перспективным их применение в качестве входных и операционных элементов оптических систем обработки информации. Пространственно-временные модуляторы могут также применяться и в проекционном телевидении.

Схематично устройство модулятора изображено на рис. 1. Тонкая пластинка $z$-среза электрооптического кристалла типа KDP (*1*) охлаждается холодильником (*2*). Одна из поверхностей кристалла металлизирована и служит одновременно электродом и зеркалом (*3*). По другой в процессе работы сканирует электронный луч (*4*), с помощью которого в соответствии с входным сигналом на поверхность кристалла наносится заряд плотности $\sigma(x, y)$. Упруго отраженные и вторичные электроны собираются мелкоструктурной коллекторной сеткой (*5*). Коллимированный световой пучок, проходя через систему поляроид (*6*) — кристалл-анализатор (*7*), модулируется благодаря линейному электрооптическому эффекту. При этом, как показано в [1], интенсивность светового потока на выходе системы определяется выражением

$$I(x, y) = I_0 \sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{U(x, y)}{U_{\lambda/2}}, \qquad (1)$$

где $I_0$ — интенсивность света на входе, $U(x, y)$ — разность потенциалов между соответствующими точками поверхностей кристаллов, $U_{\lambda/2}$ — полуволновое напряжение.

В настоящей работе рассматривается зависимость разрешающей способности описанного модулятора от таких параметров, как диаметр электронного луча, толщина и температура кристалла, расстояние от кристалла до коллекторной сетки. Для исследования этой зависимости следует определить распределение потенциала на поверхности кристалла $U(x, y)$, если поверхностная плотность заряда

описывается функцией $\sigma(x, y)$. Кристалл модулятора с окружающими электродами можно представить в виде системы, изображенной на рис. 2. Область $\alpha$ заполнена анизотропным диэлектриком, диэлектрическая проницаемость которого описывается тензором с главными значениями $\varepsilon_x = \varepsilon_y \equiv \varepsilon_\perp, \varepsilon_z \equiv \varepsilon_\parallel$, а область $\beta$ — вакуумом с $\varepsilon = 1$. Для опре-

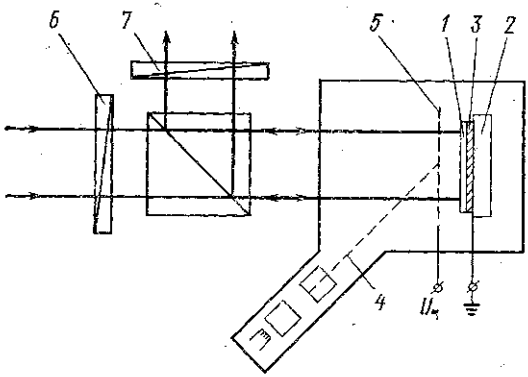


Рис. 1. Схема модулятора

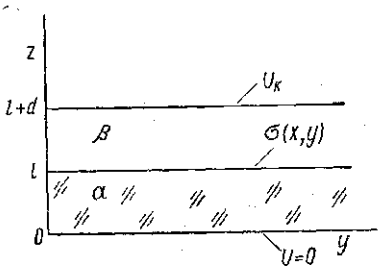


Рис. 2.

деления распределения потенциала в областях $\alpha$ и $\beta$ необходимо решить уравнения Лапласа:

$$\left[\varepsilon_\perp \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \varepsilon_\perp \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \varepsilon_\parallel \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] U_\alpha(x, y, z) = 0,$$
$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] U_\beta(x, y, z) = 0. \tag{2}$$

Будем считать, что области $\alpha$ и $\beta$ простираются бесконечно в плоскости $XY$, тогда решение уравнений (2) должно удовлетворять граничным условиям вида:

$$U_\alpha|_{z=0} = 0, \quad U_\beta|_{z=l+d} = U_k,$$
$$U_\alpha|_{z=l} = U_\beta|_{z=l}, \tag{3}$$
$$\left(\varepsilon_\parallel \frac{\partial U_\alpha}{\partial z} - \frac{\partial U_\beta}{\partial z}\right)\Big|_{z=l} = 4\pi\sigma(x, y),$$

где $U_k$ — потенциал коллектора (5) относительно электрода (3), $l$ — толщина кристалла, $d$ — расстояние от кристалла до коллектора.

Пусть на поверхности кристалла электронным лучом нанесена система одинаковых зарядовых полос, параллельных оси $OX$, с периодом $Y$ по оси $OY$. Если предположить, что распределение плотности тока в электронном луче является гауссовским, то выражение для плотности нанесенного заряда можно представить в виде

$$\sigma(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} D \exp\left[-\frac{(y - mY)^2}{2y_0^2}\right]. \tag{4}$$

Максимальная плотность заряда $D$ определяется плотностью тока и скоростью сканирования электронного луча, а параметр $y_0$ пропорционален диаметру луча. Функция $\sigma(x, y)$ в рассматриваемом случае периодична, что дает возможность разложить ее в ряд Фурье:

$$\sigma(x, y) = \sigma_0 \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_n}{\sigma_0} \cos\left(2\pi n \frac{y}{Y}\right) \right], \tag{5}$$

где

$$\sigma_0 = \sqrt{2\pi}\, 2D \frac{y_0}{Y}$$

и

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_0} = \exp\left[ -\frac{1}{2} \left(2\pi n \frac{y_0}{Y}\right)^2 \right].$$

Учитывая (5) и (3), будем искать решение уравнений (2) в виде

$$U_\alpha(x, y, z) = A + A_0 z + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[ A_{n1} \exp\left(2\pi n \frac{z}{Y} \sqrt{\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_\parallel}}\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + A_{n2} \exp\left(-2\pi n \frac{z}{Y} \sqrt{\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_\parallel}}\right) \right] \cos\left(2\pi n \frac{y}{Y}\right) \right\}, \tag{6}$$

$$U_\beta(x, y, z) = B + B_0 z + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[ B_{n1} \exp\left(2\pi n \frac{z}{Y}\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + B_{n2} \exp\left(-2\pi n \frac{z}{Y}\right) \right] \cos\left(2\pi n \frac{y}{Y}\right) \right\}.$$

Учитывая граничные условия (3), нетрудно получить выражение для распределения потенциала на поверхности кристалла ($z = l$)

$$U(x, y) = U_\Phi + U_0 \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_n}{\sigma_0} K_n(Y) \cos\left(2\pi n \frac{y}{Y}\right) \right], \tag{7}$$

где

$$U_\Phi = U_k \frac{l}{l + \varepsilon_\parallel d}, \quad U_0 = 4\pi\sigma_0 \frac{ld}{l + \varepsilon_\parallel d}, \tag{8}$$

$$K_n(Y) = \frac{l + \varepsilon_\parallel d}{2\pi n \frac{1}{Y} ld \left[ \sqrt{\varepsilon_\perp \varepsilon_\parallel}\, \mathrm{cth}\left(2\pi n \frac{l}{Y} \sqrt{\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_\parallel}}\right) + \mathrm{cth}\left(2\pi n \frac{d}{Y}\right) \right]}. \tag{9}$$

Выражение (7) позволяет определить контрастность оптического изображения, создаваемого модулятором

$$\eta = \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{U_0}{U_{\lambda/2}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_n}{\sigma_0} K_n(Y) \right] + \frac{U_\Phi}{U_{\lambda/2}} \right\}}{\sin^2 \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{U_0}{U_{\lambda/2}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sigma_n}{\sigma_0} K_n(Y) \right] + \frac{U_\Phi}{U_{\lambda/2}} \right.}. \tag{10}$$

Полученное выражение достаточно громоздко, поэтому его анализ проводился при помощи численного расчета. При этом для простоты предполагалось, что первый член выражения (7), обусловливающий паразитную фоновую засветку, существенно меньше полезного сигнала, т. е.

$$U_k \frac{l}{l+\varepsilon_{\parallel} d} \ll U_0. \tag{11}$$

Следует заметить, что условие (11) выполняется почти во всех практически интересных случаях.

В результате численного счета было получено семейство кривых, отображающих зависимость контрастности изображения от параметров $Y$, $l$, $y_0$, $d$, $\varepsilon_{\perp}$ и $\varepsilon_{\parallel}$. Кривые рассчитывались при условии $U_{\max}=3/4U_{\lambda/2}$. Некоторые из этих кривых приведены на рис. 3. По оси абсцисс в логарифмическом масштабе отложено значение величины, обратно пропорциональной периоду следования зарядовых полос $Y$. Коэффициент пропорциональности определяется физическими и геометрическими параметрами модулятора. По оси ординат отложена величина контрастности получаемого изображения. Каждая из кривых соответствует своему значению параметра

$$\frac{y_0 (l+\varepsilon_{\parallel} d)}{ld\sqrt{\varepsilon_{\perp}\varepsilon_{\parallel}}}.$$

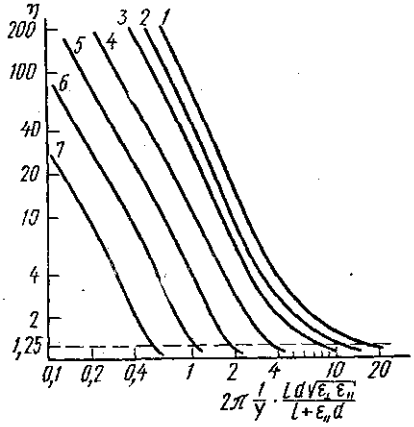


Рис. 3. Зависимость контрастности изображения от частоты следования зарядовых полос при различных значениях параметра $y_0 (l+\varepsilon_{\parallel} d)/ld\sqrt{\varepsilon_{\perp}\varepsilon_{\parallel}}$: 1—0,01; 2—0,04; 3—0,1; 4—0,4; 5—1; 6—2; 7—4

Рассекая семейство кривых на уровне контрастности 1,25 (критерий Рэлея), можно получить зависимость разрешающей способности модулятора от параметров системы. Исследование показало, что зависимость периода следования разрешаемых по критерию Рэлея линий можно с большой точностью аппроксимировать следующей функцией:

$$Y_{1,25} \simeq 2{,}83 y_0 + 0{,}45 \frac{ld\sqrt{\varepsilon_{\perp}\varepsilon_{\parallel}}}{l+\varepsilon_{\parallel} d}. \tag{12}$$

Величина $\frac{1}{Y_{1,25}}$ по существу есть разрешающая способность модулятора на уровне контрастности 1,25. Аналогичным образом можно определить разрешающую способность на любом другом уровне контрастности. Следует заметить, что в некотором диапазоне температур выше температуры перехода из сегнетоэлектрической фазы в параэлектрическую диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{\perp}$ практически постоянна, а $\varepsilon_{\parallel}$ меняется по закону Кюри — Вейсса:

$$\varepsilon_{\parallel} \simeq \frac{\text{const}}{T - T_{\text{Кюри}}}.$$

Это дает возможность увеличивать разрешающую способность охлаждением кристалла до температуры близкой к $T_{\text{Кюри}}$. Для кристалла

DKDP, например, при $T \simeq 220$ К экспериментально было достигнуто $\varepsilon_{\parallel} \simeq 650$ при $\varepsilon_{\perp} \simeq 60$. При $\varepsilon_{\parallel} d \gg l$ формула (12) упрощается:

$$Y_{1,25} \simeq 2{,}83 y_0 + 0{,}45 l \sqrt{\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon_{\parallel}}}. \qquad (13)$$

В работе [2] приводится аналогичная формула, отличающаяся от (13) численными коэффициентами. О причинах этого отличия судить трудно, поскольку в упомянутой работе не указан метод расчета.

Результаты, полученные в настоящей работе, дают возможность определить разрешающую способность пространственных модуляторов света на основе электрооптических кристаллов DKDP в зависимости от параметров системы на любом уровне контрастности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. Методы модуляции и сканирования света. М., 1970.
2. Casasent D. «IEEE Trans. El. Dev.», 1973, ED-20, 1109.

Кафедра
физики колебаний

Поступила в редакцию
28.02.78

УДК 538.56

**Ю. А. ПИРОГОВ, Н. Ф. РЯПОЛОВ, Н. А. СИМОНОВ**

# ДИФРАКЦИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВОЛН НА КОЛЬЦЕВЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Вопросы дифракции электромагнитных волн на плоских периодических структурах достаточно подробно изучены. Открытые резонаторы с плоскими решетками находят широкое применение в дифракционной электронике [1, 2]. Весьма перспективными для этих целей представляются цилиндрические коаксиальные с отражательной решеткой на одном из зеркал резонаторы, геометрические особенности которых позволяют полнее использовать энергию дифракционного излучения электронных потоков [3, 4]. Однако изучены такие системы в значительно меньшей степени, чем плоские.

В настоящей работе рассматривается дифракция цилиндрических волн на кольцевых периодических структурах, состоящих из металлических дисков с круговыми отверстиями. Такая решетка с внешним бочкообразным зеркалом может использоваться в качестве колебательной системы приборов дифракционной электроники. Под воздействием собственного поля резонатора вблизи граничных поверхностей дифракционной решетки возбуждаются пространственные гармоники как вне ($r \geqslant r_1$), так и внутри ($r \leqslant r_2$) периодической структуры; именно в этих областях может пропускаться электронный пучок для осуществления электронно-волновых взаимодействий.

Особенно перспективной представляется система взаимодействия с пропусканием электронного пучка во внутреннем канале дифракционной структуры. Как будет показано ниже, амплитуда пространственных гармоник во внутреннем канале убывает с удалением от структуры медленнее, чем в случае плоской или выпуклой решетки, а концентрация