УДК 523.11

В. Г. АГАКОВ

ФИЗИЧЕСКИ ОДНОРОДНЫЕ ПРОСТРАНСТВА С ВРАЩЕНИЕМ

Современное состояние Метагалактики вполне описывается однородной изотропной космологической моделью. Но даже полное отсутствие заметной неоднородности и ощутимой анизотропии в современную эпоху не позволило бы игнорировать их возможное наличие в прошлом и полагаться на теорию однородной изотропной Вселенной, ибо, как показал А. Л. Зельманов [1], анизотропия может существовать и при полной однородности, влияет на поведение Метагалактики с течением времени и при некоторых условиях должна быстро падать с расширением Метагалактики. Существенный интерес представляет исследование космологических моделей с вращением. В данной работе рассматриваются физически однородные пространства с вращением.

1. Физический критерий пространственной однородности. Критерий пространственной однородности, который является непосредственным обобщением критерия однородности, принятого в нерелятивистской физике, был сформулирован А. Л. Зельмановым [1]. Этот критерий (его называют дифференциальным) требует равенства нулю факторов неоднородности — хронометрически инвариантных (х. и.) ковариантных производных по пространственным координатам от х. и. тензорных, векторных, скалярных полей.

Если существует система отсчета (с. о.), в которой справедливы соотношения $^*\nabla_j A_{ik}=0$, $^*\nabla_j D_{ik}=0$, $^*\nabla_j F_i=0$, $^*\nabla_j C_{ik}=0$, то пространство этой с. о. будем называть физически однородным *.

Здесь $^*\nabla_j$ — символ х. и. ковариантной производной, C_{ik} — х. и. тензор Риччи, A_{ik} — х. и. тензор угловой скорости вращения, D_{ik} — х. и. тензор скоростей деформации, F_i — х. и. вектор гравитационно-инерциальной силы. Х. и. операторы дифференцирования будем отмечать звездочками. Тогда

$$\frac{^*\partial}{\partial t}=\frac{1}{\sqrt{g_{00}}}\frac{\partial}{\partial t};\quad \frac{^*\partial}{\partial x^i}=\frac{\partial}{\partial x^i}-\frac{g_{0i}}{cg_{00}}\frac{\partial}{\partial t};$$

$$D_{ik}=\frac{1}{2}\frac{^*\partial h_{ik}}{\partial t};\quad D=\frac{^*\partial \ln\sqrt{h}}{\partial t},$$

где $h_{ik}=-g_{ik}+g_{0i}g_{0k}(g_{00})^{-1}$ — х. и. метрический тензор, h — фундаментальный определитель.

Пусть величины $Q^{m\dots}_{l\dots}$ описывают некоторое тензорное поле, мы потребуем однородности этого поля. За условия однородности данного

---

* Греческие индексы пробегают значения 0, 1, 2, 3; латинские индексы — лишь 1, 2, 3. Фундаментальную скорость обозначим через c, эйнштейновскую гравитационную постоянную — через $\varkappa$.

поля можем принять условия ${}^*\nabla_j Q^{m\dots}_{l\dots} = 0$, но также можем принять условия ${}^*\nabla_j Q^{m\dots}_{l\dots} = 0$, ${}^*\nabla_j {}^*\partial Q^{m\dots}_{l\dots}/\partial t = 0$, ${}^*\nabla_j {}^*\partial^2 Q^{m\dots}_{l\dots}/\partial t^2 = 0, \dots$, то есть можем потребовать однородности не только самих величин $Q^{m\dots}_{l\dots}$, но и однородности всех его х. и. производных по времени, так как эти производные тоже описывают свойства тензорного поля $Q^{m\dots}_{l\dots}$. Условия, которые требуют не только однородности самих величин $Q^{m\dots}_{l\dots}$ некоторого тензорного поля, но и однородности всех х. и. производных по времени, будем называть условием полной однородности тензорного поля $Q^{m\dots}_{l\dots}$.

Сформулируем утверждения, раскрывающие взаимосвязь условий физической однородности величин $Q^{m\dots}_{l\dots}$ с условием их полной физической однородности.

Утверждение 1. Пусть в пространстве с вращением ($A_{ik}\neq 0$) выполняются условия однородности ${}^*\nabla_j C_{ik}=0$, ${}^*\nabla_j A_{ik}=0$, ${}^*\nabla_j D_{ik}=0$. Тогда из однородности величин $Q^{m\dots}_{l\dots}$, описывающих некоторое тензорное поле, следует однородность всех х. и. производных по времени от $Q^{m\dots}_{l\dots}$.

Утверждение 2. Пусть выполняются условия однородности тензора скоростей деформации (${}^*\nabla_j D_{ik}=0$) и нет гравитационно-инерциального силового поля ($F_i=0$). Тогда из однородности величин $Q^{m\dots}_{l\dots}$, описывающих некоторое тензорное поле, следует однородность всех х. и. производных по времени от $Q^{m\dots}_{l\dots}$.

Утверждение 3. Пусть в пространстве без вращения ($A_{ik}=0$) существует гравитационно-инерциальное поле ($F_i\neq 0$). Тогда из однородности величин $Q^{m\dots}_{l\dots}$, описывающих некоторое тензорное поле, вообще говоря, не вытекает однородность х. и. производных по времени от $Q^{m\dots}_{l\dots}$.

2. Определение физически однородных метрик для пространств с вращением. Поставим перед собой задачу определения без использования уравнений Эйнштейна компонент метрического тензора $g_{\mu\nu}$, удовлетворяющих требованиям:

$$ {}^*\nabla_j A_{ik} = 0,\ {}^*\nabla_j D_{ik} = 0,\ {}^*\nabla_j F_i = 0,\ {}^*\nabla_j C_{ik} = 0. \tag{1} $$

Применяя коммутативное соотношение [1, 2]

$$ \frac{{}^*\partial^2}{\partial x^i \partial x^k} - \frac{{}^*\partial^2}{\partial x^k \partial x^i} = \frac{2A_{ik}}{c^2}\cdot\frac{{}^*\partial}{\partial t} $$

к скаляру Q, отличному от нуля и пространственно однородному ($\partial Q/\partial x^i=0$), в силу однородности Q имеем:

$$ A_{ik}\cdot\frac{{}^*\partial Q}{\partial t} = 0. $$

Выполнение этого равенства возможно в двух случаях:

1) пространство без вращения ($A_{ik}=0$);

2) пространство с вращением ($A_{ik}\neq 0$), тогда ${}^*\partial Q/\partial t=0$, т. е. все однородные скаляры не зависят от времени, следовательно, они не зависят и от пространственных координат. Действительно,

$$ 0 = \frac{{}^*\partial Q}{\partial x^i} = \frac{\partial Q}{\partial x^i} - \frac{g_{0i}}{c g_{00}}\cdot\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial x^i}. $$

Нестационарные метрики для физически однородных пространств без вращения были найдены в работе [3], стационарные метрики — в [4]. Мы будем искать нестационарные метрики для физически однородных пространств с вращением. За условие нестационарности примем условие $D_{ik} \neq 0$.

Сформулируем важное для дальнейшего утверждение.

Утверждение 4. Если существует однородное вращение ($A_{ik} \neq 0$, ${}^*\nabla_j A_{ik} = 0$) и выполняются условия однородности ${}^*\nabla_j F_i = 0$, то объем элемента пространства не меняется с течением времени ($D = 0$).

Введем х. и. вектор угловой скорости вращения [1]:

$$\Omega^i = \frac{1}{2}\varepsilon^{ijk} A_{jk}, \quad \Omega_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk} A^{jk},$$

где ε_{ijk}, ε^{ijk} — совершенно антисимметричные единичные х. и. тензоры, причем $\varepsilon_{123} = (h)^{\frac{1}{2}}$, $\varepsilon^{123} = (h)^{-\frac{1}{2}}$.

В силу утверждения 4 контравариантные компоненты Ω^i не зависят от времени, ${}^*\partial\Omega^i/\partial t = 0$. Выберем такую систему координат (с. к.) в данной с. о., где компоненты поля Ω^i одновременно во всех точках приобретают вид $(0, 0, \omega)$, где ω — постоянная.

Учет условий однородности F_i, D_{ik}, C_{ik}, при использовании оставшегося произвола в преобразованиях координат, позволяет сделать следующий вывод:

Метрика пространства-времени, пространство которого является физически однородным в некоторой с. о., обладает в данной с. о. вращением и определяется величинами, которые выбором с. к. в данной с. о. можно привести к одному из следующих видов.

Случай $F_i \neq 0$.

$$h_{11} = \frac{2D_0^2 f^2}{F_0^2} t^2 + \frac{f^2}{F_0^2}, \; h_{12} = \beta t, \; h_{22} = a^2, \; h_{13} = \alpha t,$$

$$h_{23} = 0, \; h_{33} = b^2, \; g_{01} = \frac{f}{c} t + \frac{2\omega abf}{F_0 c} x^2, \; g_{02} = g_{03} = 0, \; g_{00} = 1.$$

Здесь D_0, α, β, f, F_0, ω, a, b — постоянные, причем справедливо соотношение $2D_0^2/f^2 = \alpha^2/b^2 + \beta^2/a^2$. Приведем выражения для некоторых основных величин.

$$h = \frac{a^2 f^2 b^2}{F_0^2}, \; F_1 = f, \; F_2 = F_3 = 0, \; F_i F^i = F_0^2,$$

$$A_{12} = \omega\sqrt{h}, \quad A_{13} = A_{23} = 0, \; D_{11} = \frac{2D_0^2 f^2}{F_0^2} t, \quad D_{12} = \frac{\beta}{2},$$

$$D_{13} = \frac{\alpha}{2}, \; D_{22} = D_{23} = D_{33} = 0,, \; D = 0, \; D_{ik} D^{ik} = D_0^2,$$

$$H_{11} = \frac{2\beta\omega\sqrt{h}}{a^2 c^2}, \; H_{22} = H_{33} = 0, \; H_{ik} = 0, \; i \neq k,$$

$$H = H_{ik} h^{ik} = \frac{2\beta\omega bF_0}{af},$$

где

$$H_{ik} = C_{ik} + \frac{1}{c^2}(A_{kl} D^l_i + A_{il} D^l_k + A_{kl} D).$$

Случай $F_i = 0$.

$$\text{1. } h_{11} = \varepsilon^2 (A \cos 2rt + 1), \ h_{22} = -a^2 (A \cos 2rt - 1),$$

$$h_{12} = a\varepsilon A \sin 2rt, \ h_{13} = \varepsilon (\alpha \sin rt + \beta \cos rt), \tag{2}$$

$$h_{23} = a(\beta \sin rt - \alpha \cos rt), \ h_{33} = b^2,$$

$$g_{01} = -\frac{c}{ar} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x^2}, \ g_{02} = g_{03} = 0, \ g_{00} = 1.$$

Здесь $\varepsilon = \varepsilon(x^1, x^2)$ определяется из уравнения $\partial^2\varepsilon/(\partial x^2)^2 - k\varepsilon = 0$, где $k = -2ar\omega m/c^2$, знак k может быть как положительным, так и отрицательным. Величины A, r, α, β, a, b, ω — постоянные,

$$m = a[b^2(1 - A^2) - \beta^2(1 - A) - \alpha^2(1 + A)]^{\frac{1}{2}}.$$

Сигнатурные условия накладывают следующие ограничения на постоянные:

$$|A| < 1, \ 2b^2 - \alpha^2 - \beta^2 > 0, \ b^2(1 - A^2) - \beta^2(1 - A) - \alpha^2(1 + A) > 0.$$

Приведем некоторые основные величины для этого случая:

$$A_{12} = \omega m\varepsilon, \ A_{13} = A_{23} = 0, \ H_{11} = \frac{k}{a^2}\varepsilon, \ H_{22} = k, \ H_{33} = 0,$$

$$H_{ik} = 0, \ i \neq k, \ H = \frac{k}{m^2}(2b^2 - \alpha^2 - \beta^2),$$

$$D_{11} = -\varepsilon^2 Ar \sin 2rt, \ D_{22} = a^2 Ar \sin 2rt, \ D_{33} = 0,$$

$$D_{12} = a\varepsilon Ar \cos 2rt, \ D_{13} = \frac{\varepsilon}{2} r(\alpha \cos rt - \beta \sin rt),$$

$$D_{23} = \frac{a}{2} r(\beta \cos rt + \alpha \sin rt), \ D = 0.$$

2.

$$h_{11} = \varepsilon^2 (A \operatorname{ch} 2rt + 1), \ h_{22} = a^2 (A \operatorname{ch} 2rt - 1),$$

$$h_{12} = -a\varepsilon A \operatorname{sh} 2rt, \ h_{13} = \varepsilon(-\alpha \operatorname{sh} rt + \beta \operatorname{ch} rt),$$

$$h_{23} = a(\alpha \operatorname{ch} rt - \beta \operatorname{sh} rt), \ h_{33} = b^2,$$

$$g_{01} = \frac{c}{ar} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x^2}, \ g_{02} = g_{03} = 0, \ g_{00} = 1.$$

Здесь $\varepsilon = \varepsilon(x^1, x^2)$ определяется из уравнения $\partial^2\varepsilon/(\partial x^2)^2 - k\varepsilon = 0$, где $k = 2arm\omega/c^2$, знак k может быть как положительным, так и отрицательным. Величины A, r, α, β, a, b, ω — постоянные,

$$m = a[b^2(A - 1) - \beta^2(A - 1) - \alpha^2(A + 1)]^{\frac{1}{2}}.$$

Сигнатурные условия накладывают следующие ограничения на постоянные: $|A|>1$,

$$2b^2+\alpha^2-\beta^2>0,\ b^2(A-1)-\beta^2(A-1)-\alpha^2(A+1)>0.$$

Некоторые основные величины для этого случая имеют вид:

$$A_{12}=\omega m\varepsilon,\ A_{13}=A_{23}=0,\ H_{11}=-\frac{\varepsilon^2}{a^2}k,\ H_{22}=k,\ H_{33}=0,$$

$$H_{ik}=0,\ i\neq k,\ H=\frac{k}{m^2}(2b^2+\alpha^2-\beta^2),\ D_{11}=\varepsilon^2 Ar\,\mathrm{sh}\,2rt,$$

$$D_{22}=a^2Ar\,\mathrm{sh}\,2rt,\ D_{33}=0,\ D_{13}=\frac{\varepsilon}{2}r(-\alpha\,\mathrm{ch}\,rt+\beta\,\mathrm{sh}\,rt),$$

$$D_{12}=-a\varepsilon Ar\,\mathrm{ch}\,2rt,\ D_{23}=\frac{a}{2}r(\alpha\,\mathrm{sh}\,rt-\beta\,\mathrm{ch}\,rt),\ D=0.$$

Заметим, что при замене a на ia, r на ir, α на $i\alpha$, где i — мнимая единица, все формулы случая *2* переходят в соответствующие формулы случая *1*.

3.

$$h_{11}=[t(A\alpha t+2\beta)-aA\varepsilon]^2+4\alpha^2t^2+\lambda^2,$$

$$h_{12}=Aat[t(A\alpha t+2\beta)-aA\varepsilon]+2a\alpha t,$$

$$h_{22}=a^2(A^2t^2+1),\ h_{13}=b^2[t(A\alpha t+2\beta)-aA\varepsilon],$$

$$h_{23}=abAt,\ h_{33}=b^2,\ g_{01}=\frac{\partial\varepsilon}{\partial x^2},\ g_{02}=g_{03}=0,\ g_{00}=1.$$

Здесь $\varepsilon=\omega ab\lambda(x^2)^2/c^2$, A, α, β, a, b, λ — произвольные постоянные, из сигнатурных условий следует, что a, b, λ отличны от нуля.

Заметим, что при $A=0$ метрические коэффициенты h_{ik} с точностью до обозначений совпадают с метрическими коэффициентами для случая $F_i\neq0$, где наличие силового поля F_i проявляется в нестационарности g_{01}.

Легко видеть, что найденные физически однородные пространства являются анизотропными. Метрики этих пространств найдены без использования уравнений Эйнштейна, только исходя из условий физической однородности. Поэтому представляет определенный интерес решение уравнений Эйнштейна для этих метрик.

3. Решение уравнений Эйнштейна. Будем искать решение уравнений Эйнштейна для метрики (2) в случае $F_i=0$. Решение этого случая представляет особый интерес, ибо, как будет показано ниже, оно является нестационарным обобщением модели Гёделя.

Уравнения Эйнштейна, записанные в х. и. форме, имеют следующий вид [1, 2]:

$$\frac{{}^*\partial D}{\partial t}+D_{jl}D^{jl}+A_{jl}A^{lj}+{}^*\nabla_jF^j-\frac{1}{c^2}F_jF^j=-\frac{\varkappa}{2}(\rho c^2+U)+\Lambda c^2,$$

$${}^*\nabla_j(h^{ij}D-D^{ij}-A^{ij})+\frac{2}{c^2}F_jA^{ij}=\varkappa J^i,$$

$$\frac{{}^*\partial D_{ik}}{\partial t}-(D_{ij}+A_{ij})(D^j_k+A^{\cdot j}_{k\cdot})+DD_{ik}-D_{ij}D^j_k+3A_{ij}A^{\cdot j}_{k\cdot}+$$

$$+\frac{1}{2}({}^*\nabla_i F_k + {}^*\nabla_k F_i) - \frac{1}{c^2} F_i F_k - c^2 C_{ik} =$$

$$= \frac{\varkappa}{2}(\rho c^2 h_{ik} + 2U_{ik} - U h_{ik}) + \Lambda c^2 h_{ik}.$$

В качестве правой части мы возьмем компоненты тензора энергии-импульса идеальной среды

$$T^{\mu\nu} = \left(\rho_{00} + \frac{p_0}{c^2}\right) u^\mu u^\nu - \frac{p_0}{c^2} g^{\mu\nu}.$$

Здесь $\rho = T_{00}/g_{00}$ — плотность массы в данной с. о.; J^i — вектор плотности потока массы, равный вектору плотности импульса; u^{ik} — тензор плотности потока импульса, $U = U^i{}_i$; ρ_{00} — плотность массы в сопутствующей с. о.; p_0 — истинное давление в сопутствующей с. о.

С учетом условий однородности для случая $F_i = 0$ уравнения Эйнштейна с тензором энергии-импульса идеальной среды приобретают вид:

$$D_{jl} D^{lj} + A_{jl} A^{lj} = -\frac{\varkappa}{2}(\rho_{00} c^2 + 3p_0) + \Lambda c^2, \tag{3}$$

$$0 = \varkappa J^i, \tag{4}$$

$$\frac{{}^*\partial D_{ik}}{\partial t} - 2D_{ij} D^j_k + 2A_{ij} A^j_k - c^2 H_{ik} = h_{ik}\left[\frac{\varkappa}{2}(\rho_{00} c^2 - p_0) + \Lambda c^2\right]. \tag{5}$$

В дальнейшем для простоты будем полагать, что для метрики (2) справедливы соотношения $h_{13} = h_{23} = 0$; это достигается равенством нулю произвольных постоянных α, β. Из (4) следует, что с. о. является сопутствующей среде.

Уравнения (3), (5) накладывают следующие ограничения на метрику (2) при $h_{13} = h_{23} = 0$:

$$2r^2 = \varkappa c^2 (\rho_{00} + p_0/c^2), \quad A^2 = 1 - r^2/\omega^2 b^2,$$

отсюда, в частности, следует, что

$$r^2 < \omega^2 b^2, \quad \varepsilon = N_1(x^1)\exp(-kx^2) + N_2(x^1)\exp(kx^2).$$

Уравнение состояния является следствием уравнений Эйнштейна:

$$\varkappa(\rho_{00} - p_0/c^2) = -2\Lambda.$$

4. Обобщенная модель Гёделя. Напишем основные величины для модели Гёделя [1, 5]:

$$h_{11} = a^2, \ h_{22} = \frac{a^2}{2} e^{2x^1}, \ h_{33} = a^2, \ h_{ik} = 0, \ i \neq k, \ F_i = 0, \ D_{ik} = 0,$$

$$A_{12} = -\frac{ac}{2} e^{x^1}, \ A_{13} = A_{23} = 0, \ C_{11} = 1, \ C_{22} = \frac{1}{2} e^{2x^1}, \ C_{33} = 0,$$

$$C_{ik} = 0, \ i \neq k, \ \varkappa\rho = \frac{1}{a^2} = -2\Lambda, \ p = 0, \ J^i = 0.$$

Основные величины для нашей модели имеют вид:

$$h_{11} = \varepsilon^2 (A\cos 2rt + 1), \ h_{12} = -a\varepsilon A \sin 2rt, \ h_{13} = 0,$$

$$h_{22} = -a^2(A\cos 2rt - 1),\ h_{33} = b^2,\ h_{23} = 0,\ F_i = 0,$$

$$A_{12} = \omega ab(1 - A^2)^{\frac{1}{2}}\varepsilon,\ A_{13} = A_{23} = 0,$$

$$C_{11} = \frac{2r^2}{c^2(1 - A^2)}h_{11},\ C_{22} = \frac{2r^2}{c^2(1 - A^2)}h_{22},\ C_{12} = \frac{2r^2}{c^2(1 - A^2)}h_{12},$$

$$C_{i3} = 0,\ C = \frac{4\omega^2 b^2}{c^2},\ \varkappa\left(\rho_{00} - \frac{p_0}{c^2}\right) = -2\Lambda,$$

$$r^2 = \frac{\varkappa c^2}{2}\left(\rho_{00} + \frac{p_0}{c^2}\right),\quad A^2 = 1 - \frac{r^2}{\omega^2 b^2},$$

$$\varepsilon = N_1(x^1)\exp(-kx^2) + N_2(x^1)\exp(kx^2),\ k^2 = \frac{2a^2r^2}{c^2},$$

$N_1(x^1)$, $N_2(x^1)$ — произвольные функции от x^1.

В дальнейшем будем считать, что $N_1=0$, $N_2=N=\mathrm{const}$. Покажем, что в каждый момент времени t_0 в определенной с. к. наша модель переходит в модель Гёделя.

В фиксированный момент времени t_0 имеем:

$$h_{11} = \lambda_0^2\varepsilon^2,\ h_{12} = \beta_0\varepsilon,\ h_{22} = \gamma_0^2 a^2,\ \lambda_0^2 = A\cos 2rt_0 + 1,$$

$$\beta_0 = -aA\sin 2rt_0,\ \gamma_0^2 = -A\cos 2rt_0 + 1.$$

Здесь λ_0, β_0, γ_0 являются постоянными для момента t_0 и не зависят от пространственных координат.

Рассмотрим квадратичную форму

$$d\sigma^2 = h_{11}(dx^1)^2 + 2h_{12}\,dx^1 dx^2 + h_{22}(dx^2)^2 = \left(\lambda_0\varepsilon\,dx^1 + \frac{\beta_0}{\lambda_0}dx^2\right)^2 + $$
$$+ \frac{a^2\gamma_0^2\lambda_0^2 - \beta_0^2}{\lambda_0^2}(dx^2)^2.$$

Из сигнатурных условий следует, что $a^2\gamma_0^2\lambda_0^2 - \beta_0^2 > 0$. Рассмотрим выражение $\lambda_0\varepsilon dx^1 + (\beta_0/\lambda_0)dx^2$, которое является пфаффовой формой двух переменных. Пфаффова форма двух переменных всегда имеет интегрирующий множитель. Легко показать, что интегрирующим множителем нашего выражения является $\pi = \pi_0\exp(-kx^2)$, где π_0 — произвольная постоянная. Квадратичная форма $d\sigma^2$ принимает вид:

$$d\sigma^2 = \pi_0^2\exp(2k\tilde{x}^2)(d\tilde{x}^1)^2 + \frac{a^2\gamma_0^2\lambda_0^2 - \beta_0^2}{\lambda_0^2}(d\tilde{x}^2)^2.$$

Здесь

$$\tilde{x}^1 = \pi_0\lambda_0(t_0)Nx^1 - (\beta_0\pi_0/\lambda_0 k)\exp(-kx^2),\quad \tilde{x}^2 = x^2.$$

Легко видеть, что $\tilde{x}^1$ зависит от t_0 как от параметра, следовательно, для разных моментов времени имеем разные системы координат. Итак, в фиксированный момент времени в определенной с. к. (разной для разных моментов времени) наша метрика имеет вид:

$$h_{11} = \pi_0^2\exp(2k\tilde{x}^2),\ h_{22} = \tilde{\gamma}_0^2,\ h_{33} = b^2,\ h_{ik} = 0,\ i \neq k,$$

где π_0, k, $\widetilde{\gamma}_0$ — постоянные величины. С точностью до обозначений эти величины h_{ik} совпадают с величинами h_{ik} в модели Гёделя. Если $A=0$, наша модель переходит в модель Гёделя. На основании этого можно утверждать, что наша модель является нестационарным обобщением модели Гёделя. Аналогичная нестационарная модель другим способом была независимо получена З. Р. Хабибовым.

Наконец, заметим, что уравнение состояния в нашей модели $\varkappa(\rho_{00}-p_0/c^2)=-2\Lambda$ переходит в уравнение состояния в модели Гёделя $\varkappa\rho_{00}=-2\Lambda$ в случае, когда давление $p_0=0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зельманов А. Л. В сб.: Тр. VI совещания по вопросам космогонии. М., 1959 144.
2. Зельманов А. Л. «ДАН СССР», 1956, **107**, № 6, 815.
3. Грищук Л. П. «Астрон. журнал», 1967, **44**, № 5, 1097.
4. Агаков В. Г. «Сообщения ГАИШ», 1978, № 192.
5. Gödel K. «Rev. Mod. Phys.», 1949, **21**, N 3, 447.

ГАИШ

Кафедра
астрофизики

Поступила в редакцию
22.03.78