УДК 535.231.12

И. В. ЛУПАНДИН

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ ЧАСТИЦ С УЧЕТОМ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Целью данной работы является получение и качественный анализ формулы для интенсивности черенковского излучения пучка частиц, движущихся в фиксированном направлении (с пренебрежимо малым угловым расхождением) с малой дисперсией скоростей и начальных координат.

Такая постановка задачи представляет интерес в связи с возможностью построения модели эксперимента по обнаружению интерференционных эффектов и изучению параметров пучков заряженных частиц.

Энергия, излученная N частицами с момента t_0 по t_k, определяется выражением (см., например, Байер [1])

$$E = \frac{e^2}{4\pi^2c^3}\int\limits_{t_0}^{t_k} d\tau_1 \int\limits_{t_0}^{t_k} d\tau_2 \int\limits_0^\infty n\omega^2 d\omega \int d\Omega \left\{ \sum_{n,m=1}^{N} (\mathbf{v}_n(\tau_1), \mathbf{e}_3) \times \right.$$

$$\left. \times (\mathbf{v}_m(\tau_2)\, \mathbf{e}_2) \exp\left(i\omega(\tau_1 - \tau_2) - (\mathbf{k}, \xi_n(\tau_1)) + \mathbf{k}, \xi_m(\tau_2)\right)\right), \quad (1$$

где $n(\omega)$ — показатель преломления среды; e — заряд частицы; c — скорость света в вакууме; $\xi(\tau)$ — закон движения частицы; $\mathbf{v}(\tau)$ — скорость частицы; $\mathbf{n} = c\mathbf{k}/\omega$;

$$\mathbf{e}_2 = [\mathbf{nv}]/|[\mathbf{nv}]|; \; e_3 = [\mathbf{e}_2\mathbf{n}]/|[\mathbf{e}_2\mathbf{n}]|.$$

Пусть частицы движутся по следующему закону:

$$\xi_n(\tau) = \{x_n(\tau), 0, 0\},$$

$$x_n(\tau) = v_n\tau + \overset{0}{x}_n.$$

При этом направление осей OX, OY, OZ зададим так: ось OX по направлению движения, ось OZ так, чтобы вектор $\mathbf{k}$ был в плоскости XZ.

Начало координат выберем таким образом, чтобы $\overset{0}{x}/L \gg 1$, где $\overset{0}{x}$ — среднее значение начальных координат частиц, L — дисперсия начальной координаты (одинакова для всех частиц).

Считаем, что плотность вероятности такого состояния частицы, в котором она имеет модули скорости и начальной координаты соответственно v_n и $\overset{0}{x}_n$, такова:

$$\rho(\overset{0}{x}_n, v_n) = \frac{4}{\pi L \Delta v} \exp\left(-\frac{(v_0 - v_n)^2}{(\Delta v)^2} - \frac{(\overset{0}{x} - \overset{0}{x}_n)^2}{L^2}\right).$$

Правую часть выражения (1) можно разбить на N диагональных членов и $N(N-1)$ интерференционных:

$$E_{\text{д}} = \frac{e^2}{4\pi c^3}\int\limits_{t_0}^{t_k} d\tau_1 \int\limits_{t_0}^{t_k} d\tau_2 \int\limits_0^\infty n\omega^2 d\omega \int d\Omega \int\limits_0^\infty dv_m v_m^2 \sin^2\theta \times$$

$$\times \frac{2}{\sqrt{\pi}\,\Delta v}\exp\left(i\omega(\tau_1-\tau_2) - k\cos\theta v_m(\tau_1-\tau_2) - \frac{(v_0-v_m)^2}{(\Delta v)^2}\right),$$

$$E_{\text{и}} = \frac{e^2}{4\pi c^3}\int\limits_{t_0}^{t_k} d\tau_1 \int\limits_{t_0}^{t_k} d\tau_2 \int\limits_0^\infty n\omega^2 d\omega \int d\Omega \int\limits_0^\infty dv_m \int\limits_0^\infty dv_n \int\limits_0^\infty d\overset{0}{x}_n \times$$

$$\times \int\limits_0^\infty d\overset{0}{x}_m v_m v_n \sin^2\theta \frac{16}{\pi^2 L^2(\Delta v)^2}\exp\left(-\frac{(v_0-v_n)^2}{(\Delta v)^2} - \frac{(\overset{0}{x}-\overset{0}{x}_n)^2}{L^2} - \right.$$

$$-\frac{(v_0-v_m)^2}{(\Delta v)^2} - \frac{(\overset{0}{x}-\overset{0}{x}_m)^2}{L^2} + i\omega(\tau_1-\tau_2) + k\cos\theta(v_m\tau_2 - v_n\tau_1) +$$

$$\left. + k\cos\theta(\overset{0}{x}_m - \overset{0}{x}_n)\right).$$

Продифференцировав оба равенства по t_k, введя $\tau = t_k - t_0$ (длительность излучения), положив $t = \tau_z - \tau$ и воспользовавшись инвариантностью подынтегральных выражений относительно замены $\tau_1 \rightleftarrows \tau_2$, $v_n \rightleftarrows v_m$, получим соответствующие выражения для интенсивности:

$$I_{\text{д}} = \frac{e^2}{4\pi c^3}\int\limits_0^\tau dt \int\limits_0^\infty n\omega^2 d\omega \int d\Omega \int\limits_0^\infty dv_m v_m^2 \sin^2\theta \frac{2}{\sqrt{\pi}\,\Delta v} \times$$

$$\times \exp\left(-\frac{(v_0-v_m)^2}{(\Delta v)^2} + i\omega t - k\cos\theta v_m t\right),$$

$$I_{\text{и}} = \frac{e^2}{4\pi c^3}\int\limits_0^\tau dt \int\limits_0^\infty n\omega^2 d\omega \int d\Omega \int\limits_0^\infty dv_m \int\limits_0^\infty dv_n \int\limits_0^\infty d\overset{0}{x}_n \int\limits_0^\infty d\overset{0}{x}_m \times$$

$$\times v_n v_m \sin^2\theta \frac{16}{\pi^2 L^2(\Delta v)^2}\exp\left(-\frac{(\overset{0}{x}-\overset{0}{x}_n)^2}{L^2} - \frac{(v_0-v_m)^2}{(\Delta v)^2} - \right.$$

$$-\frac{(v_0-v_n)^2}{(\Delta v)^2} - \frac{(\overset{0}{x}-\overset{0}{x}_m)^2}{L^2} + i\omega t - k\cos\theta\, v_m t + ik\cos\theta \times$$

$$\times (v_n - v_m)\tau + k\cos\theta(\overset{0}{x}_m - \overset{0}{x}_n).$$

Производя затем интегрирование по dv_m, dv_n, dt, $d\overset{0}{x}_n$, $d\overset{0}{x}_m$ с учетом неравенств $\left(\frac{v_0}{\Delta v}\right)^3 \gg \omega\tau$, $\frac{\Delta v}{v_0} \ll 1$, $\frac{L}{\overset{0}{x}} \ll 1$ и сложив обычные и интерференционные члены, окончательно получим:

$$I(\theta) = \frac{Ne^2 v_0^2 \sin^3\theta}{\pi c^3 \Delta v \cos\theta} \int\limits_{\omega:\,\frac{n(\omega)v_0^{\gamma}}{c} > 1} \omega\alpha(\theta, \omega) \times$$

$$\times \left(1 + (N-1)\exp\left(-\frac{\omega^2}{4v_0^2}(\tau^2(\Delta v)^2 + 2L^2)\right)\right) d\omega, \tag{2}$$

$$\alpha(\theta, \omega) = \int\limits_{-\frac{n(\omega)\omega\cos\theta\Delta v\tau}{4c}}^{+\frac{n(\omega)\omega\cos\theta\Delta v\tau}{4c}} \cos\left(\frac{2zc}{n(\omega)\cos\theta\Delta v}\left(1 - \frac{\cos\theta n(\omega)v_0}{c}\right)\right)\exp(-z^2)\,dz$$

Существует ряд экспериментов по определению интенсивности черенковского излучения. Несмотря на то, что в этих экспериментах [2, 3] используются пучки частиц, результаты сравниваются с формулой Тамма — Франка для интенсивности черенковского излучения одной частицы. Следствием этого является расхождение теории с экспериментом. В опытах Мазера [2], а также и в опытах Коллинза и Рейлинга [3] интенсивность черенковского излучения на одну частицу оказалась примерно в 2,5 раза меньше, чем это следовало из применяемой ими формулы Тамма — Франка.

В экспериментах Коллинза — Рейлинга и Мазера измерение длительности наблюдаемого черенковского излучения не производилось, поэтому нельзя количественно согласовать результаты экспериментов с формулой (2), в которую длительность излучения входит как один из параметров. Длительность черенковского излучения зависит от вещества и не превышает 10^{-11} с [4]. Необходимо учесть при этом, что длительность излучения пучка превышает длительность излучения одной частицы. Можно изменять длительность излучения, изменяя толщину пластинки, при прохождении которой пучком частиц и возникает наблюдаемое излучение.

Интерференционные члены как в опыте Мазера, так и в опыте Коллинза и Рейлинга дают пренебрежимо малый вклад в интенсивность из-за того, что диаметры пучков, используемых в экспериментах, велики по сравнению с длинами излучаемых волн. В формуле (2) L характеризует продольный разброс частиц, но поперечный разброс отличается от продольного множителем порядка единицы в показателе экспоненты, который при диаметре пучка порядка 1 см [2] имеет, таким образом, порядок 10^8, и интерференционные члены в e^{-8} раза меньше обычных, т. е. ничтожны.

Из формулы (2), однако, следует, что в веществах, в которых порог возникновения черенковского излучения соответствует частотам, малым по сравнению с частотой видимого света, и при специально подготовленных пучках $\left(L \sim \frac{v_0}{\omega};\ D \sim \frac{v_0}{\omega}\right)$ можно наблюдать колоссальное увеличение интенсивности черенковского излучения. Пропуская подобный пучок через различные вещества, в которых длительность черенковского излучения неодинакова (или через пластинки разной толщины), можно построить зависимость интенсивности от времени излучения, график которой даст информацию о параметрах пучка.

Если интерференционные члены вклада в интенсивность не дают, то можно пользоваться упрощенной формулой:

$$I_{\text{полн}} = \frac{Ne^2 v_0}{c^2}(1-\varepsilon)\int\limits_{\omega:\, \frac{n(\omega)v_0}{c}<1} \omega\left(1-\frac{1}{\beta^2 n^2(\omega)}\right)d\omega,$$

$$\varepsilon \sim \frac{1}{4}.$$

В этом случае интенсивность получается не зависящей от пространственных параметров пучка, но можно, построив зависимость $\varepsilon\left(\frac{\Delta v}{v_0}\right)$, получить информацию о дисперсии скоростей частиц в пучке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Байер В. Н., Катков В. М., Фадин В. С. Излучение релятивистских электронов. М., 1973.
2. Mather R. L. «Phys. Rev.», 1951, 84, 181.
3. Collins G. B., Reiling V. G. «Phys. Rev.», 1938, 54, 499.
4. Зрелов В. П. Излучение Вавилова — Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М., 1968.

Кафедра
квантовой теории

Поступила в редакцию
16.06.78