СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б. ДАН СССР, 1949, **69**, 555.
2. Bohm D., Gross E. «Phys. Rev.», 1949, **75**, 1851.
3. Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А. Волны в магнитоактивной плазме. М., 1975.
4. Кузьменков Л. С., Поляков П. А. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1978, **19**, № 1, 65.
5. Кузьменков Л. С., Поляков П. А. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1978, **19**, № 3, 95.
6. Кузьменков Л. С., Поляков П. А. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1977, **18**, № 1, 94.
7. Крол Н., Трайвелпис А. Основы физики плазмы. М., 1975.
8. Фаддеева В. Н., Терентьев Н. М. Таблицы значений интеграла вероятностей от мнимого аргумента. М., 1954.

Кафедра
теоретической физики

Поступила в редакцию
07.02.78

УДК 539.12;530.145

В. Ч. ЖУКОВСКИЙ, ШАРИФ АБДАЛЛА ХАМИД (Судан)

РОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННЫХ ПАР МАССИВНЫМ ФОТОНОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Известно, что различные процессы, такие, как, например, образование позитрония [1], рождение лептонов и адронов при рассеянии лептонов на ядре [2], а также распад ρ^0-мезона [3] или аннигиляция чармония в электрон-позитронную пару [4], идут через образование промежуточного массивного фотона. С другой стороны, в литературе появились указания на возможность существования в сверхсильном магнитном поле $\mathscr{H} > B_0 = m^2/e_0 = 4{,}41 \cdot 10^{13}$ Гс * особого резонансного состояния с квантовыми числами фотона и с отличной от нуля массой [5]. Этот вывод был сделан на основе анализа поляризационного оператора электромагнитного поля при $\mathscr{H} > B_0$ [6].

В связи с этим представляет интерес рассмотреть процесс распада массивного фотона с образованием электронно-позитронной пары, а также обратный процесс — аннигиляцию пары с образованием массивного фотона, происходящие в интенсивном внешнем магнитном поле.

1. Рождение e^+e^--пары. Выберем наиболее простой векторный вариант взаимодействия поля электронов ψ с векторным полем B с лагранжианом

$$L_{\mathrm{int}} = e\psi^+\gamma^0\gamma_\mu\psi B^\mu, \tag{1}$$

где e — эффективная константа связи. В случае резонанса, предсказанного в работе [6], $e = e_0$ (e_0 — заряд электрона), а в случае ρ^0-мезона $e = e_0^2/2\gamma_\rho$ ($\gamma_\rho^2 \approx 0{,}5$ [7]).

Матричный элемент распада $B \to e^+e^-$ с учетом (1) может быть записан в виде

$$M_{fi} = \sqrt{4\pi}\, e\,(j^\mu e_\mu)/\sqrt{2q^0},$$

$$j^\mu = \int \psi^+\alpha^\mu e^{i\mathbf{qr}}\,\psi' d^3x, \quad (\mu = 0, 1, 2, 3),$$

* Принята система единиц $c = \hbar = 1$.

где e_μ и $\mathbf{q}$ — вектор поляризации и импульс B-частицы ($q^2 = q^{02} - \mathbf{q}^2 = M^2$, M — масса B-частицы). Электронные ψ и позитронные ψ' состояния описываются соответственно положительно- и отрицательночастотными частями решения уравнения Дирака в постоянном и однородном магнитном поле $\vec{\mathscr{H}} \| oz$ [8]:

$$\psi = e^{-iEt} e^{ip_z z} f_{n,s,\zeta}(x, y), \quad \psi' = e^{iE't - ip_z' z} f_{n',s',\zeta'}(x, y).$$

Здесь E и E' — энергия электрона и позитрона соответственно, $E = m(1+2n\mathscr{H}/B_0+p_z^2/m^2)^{1/2}$; n, s, p_z, ζ и n', s', p_z', ζ' — квантовые числа:

$$n = 0, 1, 2, \ldots, \quad s = 0, 1, 2, \ldots, \quad -\infty < p_z < \infty, \quad \zeta = \pm 1,$$

которые связаны со следующими характеристиками состояния электрона в магнитном поле [8]:

$$R = 2[(n + 1/2)g]^{1/2}/m, \quad a = 2(sg)^{1/2}/m,$$

R — радиус квазиклассической орбиты, a — расстояние от центра орбиты до оси z, p_z — проекция импульса на ось z; ζ — спиновое число, указывающее на одно из двух возможных состояний поляризации электрона: $\zeta=1$ — спин вдоль поля $\mathscr{H}$, $\zeta=-1$ — против поля. Параметр g, задающий относительную величину магнитного поля, равен

$$g = B_0/2\mathscr{H}.$$

Вероятность рождения пар вычисляется по формуле

$$w = (\sqrt{4\pi}\, e)^2 \frac{1}{2q^0} \sum 2\pi\delta(q^0 - E - E')\, |j_\mu e^\mu|^2,$$

где суммирование производится по квантовым числам электрона и позитрона.

Усредняя по поляризациям частицы B, получим

$$\overline{|j_\mu e^\mu|^2}^{e} = -\frac{1}{3}(j^{\mu +} j_\mu),$$

где для $(j^{\mu +} j_\mu)$ после суммирования по спинам электрона и позитрона имеем, согласно [8]

$$-\sum_{\zeta\zeta'} j^{\mu +} j_\mu = \left[\frac{m^2}{EE'}(I^2_{n-1,\, n'-1} + I^2_{nn'}) + 2\,\frac{2e_0\mathscr{H}\sqrt{nn'}}{EE'} I_{n-1,\, n'-1} I_{nn'} + \right.$$

$$\left. + \left(1 - \frac{p_z p_z'}{EE'} + \frac{m^2}{EE'}\right)(I^2_{n,n'-1} + I^2_{n-1,n'})\right] \delta_{p_z+p_z',q_z}\, I^2_{ss'}. \qquad (2)$$

Здесь функции Лагерра $I_{nn'}$, $J_{ss'}$, определяемые равенством

$$I_{nn'}(x) = \sqrt{\frac{n'!}{n!}}\, e^{-x/2} x^{\frac{n-n'}{2}} L_{n'}^{n-n'}(x),$$

зависят от аргумента

$$x = q_\perp^2/2e_0\mathscr{H}$$

$L_n^{n-n'}(x)$ — полином Лагерра, $q_\perp$ — компонента импульса B-частицы q, ортогональная полю $\vec{\mathscr{H}}$, q_z — продольная компонента, которую мы для простоты положим равной нулю).

Учитывая равенства

$$\sum_{s'=0}^{\infty} I_{ss'}^2(x) = 1, \quad \sum_{s=0}^{s_{\text{макс}}} 1 = s_{\text{макс}} = e_0\mathscr{H}L^2/2\pi$$

и интегрируя по $p_z = -p_z'$ с помощью δ-функции

$$\delta(q^0 - E - E') = \frac{\delta(p_z - p_z^+) + \delta(p_z - p_z^-)}{|\partial(E+E')/\partial p_z|},$$

где

$$\left|\frac{\partial(E+E')}{\partial p_z}\right| = \frac{\Delta_{nn'}}{\frac{1}{2} - 2\frac{e^2\mathscr{H}^2}{q_0^4}(n-n')^2},$$

$$\Delta_{nn'} = [1 + (2e_0\mathscr{H}/q_0^2)^2(n-n')^2 - (4e_0\mathscr{H}/q_0^2)(n+n') - 4m^2/q_0^2]^{1/2},$$

получим вероятность образования пары неполяризованной частицей B:

$$w = \sum_{nn'} w_{nn'} = \frac{4}{3}e^2 q_0\left(\frac{e_0\mathscr{H}}{q_0^2}\right)\sum_{nn'}\Delta_{nn'}^{-1}\left[\left(\frac{m}{q_0}\right)^2(I_{nn'}^2 + I_{n-1,\,n'-1}^2) + \right.$$

$$\left. + \frac{4e_0\mathscr{H}}{q_0^2}\sqrt{nn'}\, I_{nn'}I_{n-1,\,n'-1} + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2e_0\mathscr{H}}{q_0^2}(n+n')\right)(I_{n-1,n'}^2 + I_{n,n-1}^2)\right].$$

В этой формуле сумма распространяется на те значения n и n', для которых

$$\sqrt{m^2 + 2e_0\mathscr{H}n} + \sqrt{m^2 + 2e_0\mathscr{H}n'} \leqslant q^0,$$

при этом $\Delta_{nn'}^2 \geqslant 0$.

В качестве примера рассмотрим случай покоящейся частицы: $\mathbf{q}=0$, $q^0=M$. Тогда

$$I_{nn'}(x) = \delta_{nn'}, \quad I_{ss'}(x) = \delta_{ss'}, \quad I_{n,n'-1}(x) = \delta_{n,n'-1}$$

и т. д. Как видно из (3), вклад в вероятность дают только уровни $n=n'$ и $n=n'\pm 1$. Отдельно запишем вероятность рождения пары в состояниях $n=n'$:

$$w_{nn} = \frac{4}{3}e^2\left(\frac{e_0\mathscr{H}}{M^2}\right)\frac{m^2 + 2e_0\mathscr{H}n}{\left(\frac{M^2}{4} - 2e_0\mathscr{H}n - m^2\right)^{1/2}}, \tag{4}$$

причем здесь $0 < n \leqslant [(M^2/4 - m^2)/2e_0\mathscr{H}]$. Если

$$\left(\frac{M^2}{4} - m^2\right)\Big/ 2e_0\mathscr{H} < 1, \tag{5}$$

то тогда возможно только одно значение $n=0$, для которого получаем $(n=n'=0,\ \zeta=-\zeta'=-1)$

$$w_{00} = \frac{2}{3}e^2\left(\frac{e_0\mathscr{H}}{M^2}\right)\frac{m^2}{[M^2/4 - m^2]^{1/2}}. \tag{6}$$

Теперь запишем вероятность рождения пары в состояниях $n=n'-1$:

$$w_{n,n+1}=\frac{2}{3}e^2\left(\frac{e_0\mathscr{H}}{M}\right)\frac{\left(1-\frac{2e\mathscr{H}}{M^2}(2n+1)\right)}{\left[\left(1-\frac{2e\mathscr{H}}{M^2}\right)^2-\frac{4}{M^2}(2e_0\mathscr{H}n+m^2)\right]^{1/2}},\tag{7}$$

где

$$0\leqslant n\leqslant\frac{1}{2e_0\mathscr{H}}\left[\frac{1}{M^2}(M^2/2-e\mathscr{H})^2-m^2\right].\tag{8}$$

Аналогично для $n'=n-1$ получим вероятность $w_{n,n-1}$, которая определяется формулой (7) с заменой $n\to n'$ *.

Если в формуле (8) правая часть неравенства меньше единицы,

$$\frac{1}{2e\mathscr{H}}\left(\frac{1}{M^2}\left(\frac{M^2}{2}-e_0\mathscr{H}\right)^2-m^2\right)<1,\tag{9}$$

то вероятность (7) отлична от нуля лишь для значения $n=0$:

$$w_{0,1}=\frac{2}{3}e^2\left(\frac{e_0\mathscr{H}}{M}\right)\frac{(1-2e_0\mathscr{H}/M^2)}{\left[\left(1-\frac{2e\mathscr{H}}{M^2}\right)^2-4\frac{m^2}{M^2}\right]^{1/2}}.$$

Наконец, если

$$\sqrt{2e_0\mathscr{H}+m^2}+m>M,\tag{10}$$

то в этом случае вообще невозможно рождение электрона и позитрона на разных уровнях $n=n'\pm1$.

В явном виде для магнитного поля $\mathscr{H}$ из условий (5), (9) и (10) получим следующие пороговые значения:

1). $$e_0\mathscr{H}>\frac{1}{2}\left(\frac{M^2}{4}-m^2\right).$$

e^+e^- рождаются в состояниях $n=n'=0$, $\zeta=-\zeta'=-1$ и не могут рождаться в состояниях $n=n'=1, 2, \ldots$

2). $$e_0\mathscr{H}>\frac{3}{2}M^2-M\sqrt{2M^2+m^2}.$$

Компоненты пары образуются в состояниях $n=0$, $n'=1$ или $n=1$, $n'=0$; состояния $n=n'+1=2, 3, \ldots$ или $n=n'-1=1, 2, 3, \ldots$ запрещены.

3). $$e_0\mathscr{H}>M\left(\frac{M}{2}-m\right).$$

Вообще невозможно рождение e^+e^- в состояниях $n=n'\pm1$.

2. Аннигиляция пар. Вероятность аннигиляции определяется общей формулой

$$dw=(\sqrt{4\pi}\,e)^2\,2\pi\delta(q^0-E-E')\,|j_\mu e^\mu|^2\,\frac{d^3q}{2q^0(2\pi)^3}.\tag{11}$$

---

* Выражения (4) и (7) для вероятности рождения пар соответствуют значениям мнимой части поляризационного оператора фотона в магнитном поле, полученным в работе [6]. Формула (6) для w_{00} была ранее получена Лоскутовым и Скобелевым [9].

Проведем усреднение по квантовым числам центров орбит и по поляризациям e^+e^- и потом проинтегрируем по импульсу частицы B:

$$w=\frac{1}{4}\sum_{\zeta\zeta'}\frac{1}{s^2_{\text{макс}}}\sum_{ss'}\int dw.$$

Интеграл по q_z в (11) заменим суммой, которая берется с учетом δ-символа в матричном элементе $\delta_{p_z+p'_z,q_z}$, причем считаем, что $p_z=p'_z=0$. Интегралы по q_x, q_y вычисляются с помощью δ-функций:

$$\frac{1}{(2\pi)^2}\int dq_x dq_y \delta(q^0-E-E')=\frac{1}{2\pi}\int q_\perp dq_\perp \delta\left(\sqrt{q_\perp^2+M^2}-E-E'\right).$$

Итак,

$$w=(2\pi)^2 e^2\frac{1}{e_0\mathcal{H}L^3}\,\frac{1}{4}\sum_{\zeta\zeta'}(\mathrm{j}^+\mathrm{j}-j^{0+}j^0), \tag{12}$$

где $\sum\limits_{\zeta\zeta'}(\mathrm{j}^+\mathrm{j}-j^{0+}j^0)$ определяется формулой (2) предыдущего раздела.

Физический смысл имеет время жизни электрона (позитрона) в среде из позитронов (соответственно, электронов) с плотностью $\rho=N/L^3$. Умножая (12) на число позитронов N, получим обратное время жизни электрона относительно образования массивного фотона с энергией $q^0\simeq E\gg m$:

$$\tau^{-1}=\rho\,\frac{(2\pi)^2e^2}{e_0\mathcal{H}}\,\frac{1}{4}\sum_{\zeta\zeta'}(\mathrm{j}^+\mathrm{j}-j^{0+}j^0). \tag{13}$$

Представляет интерес найти τ^{-1} при столкновении релятивистского электрона $E\gg m$ с нерелятивистским позитроном $E'\gtrsim m$ в поле $\mathcal{H}\sim B_0=m^2/e_0$. Для этого случая аргумент функций Лагерра $I_{nn'}$ можно приближенно записать в виде

$$x\simeq n+2\sqrt{n(n'+g)}-M^2/2e_0\mathcal{H},\quad (g=B_0/2\mathcal{H}\sim 1).$$

Это значение близко к точке перехода функции $I_{nn'}(x)$ при $n\gg 1$, $n'\ll n$:

$$x_0=n+2\sqrt{n(n'+1/2)}.$$

Поэтому для функций Лагерра справедлива асимптотика [10]:

$$I_{nn'}(x)\simeq\frac{(-1)^{n'}}{\sqrt{n'!\sqrt{2\pi n}}}D_{n'}(\eta),$$

где функции параболического цилиндра

$$D_{n'}(\eta)=2^{-n'/2}e^{-\eta^2/4}H_{n'}(\eta/\sqrt{2})$$

зависят от аргумента

$$\eta=2\sqrt{n'+g}-\frac{M^2}{mE}\sqrt{g}.$$

С помощью указанной асимптотики обратное время жизни (13) записывается так:

$$\tau^{-1}=\frac{e^2\rho(\pi)^{3/2}}{mE}\left(\frac{B_0}{\mathcal{H}}\right)^{1/2}\frac{1}{n'!}\left[n'D^2_{n'-1}(\eta)+D^2_{n'}(\eta)-\frac{2n'}{\sqrt{n'+g}}D_{n'}(\eta)D_{n'-1}(\eta)\right].$$

В частности, если позитрон находится в основном состоянии ($n'=0$, $\zeta'=1$), то

$$\tau_0^{-1}=\frac{2e^2}{mE}\pi^{3/2}\rho\left(\frac{B_0}{\mathcal{H}}\right)^{1/2}e^{-\frac{B_0}{\mathcal{H}}(1-M^2/2mE)^2}.$$

С увеличением поля $\mathcal{H}$ время жизни τ_0 уменьшается и достигает минимального значения при

$$\mathcal{H}=2B_0\left(1-\frac{M^2}{2mE}\right)^2=2\frac{m^2}{e_0}\left(1-\frac{M^2}{2mE}\right)^2.$$

В дальнейшем с ростом $\mathcal{H}$ время жизни увеличивается пропорционально $\mathcal{H}^{1/2}$.

В случае рождения ρ^0-мезона с массой $M=770$ МэВ электроном с энергией $E\sim10^7$ ГэВ параметр $M^2/mE\sim0{,}1$. Магнитное поле в поверхностном слое нейтронных звезд может достигать значений $\mathcal{H}\sim10^{13}$ Гс [11] (во внутренних слоях, согласно некоторым оценкам [12, 13], возможны значения $\mathcal{H}\leqslant10^{17}$—$10^{18}$ Гс). В этих условиях исследованное нами влияние внешнего магнитного поля на рождение и распад массивного фотона с образованием e^+e^--пар может стать существенным.

Авторы благодарят А. А. Соколова за внимание к работе и А. В. Борисова за обсуждение результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Неменов Л. Л. «Ядерная физика», 1976, **24**, 319.
2. Lee T. D., Wick G. C. «Phys. Rev.», 1970, **D2**, 1033.
3. Kroll N. M., Lee T. D., Zumino B. «Phys. Rev.», 1967, **157**, 1376. (перевод в сб.: Электромагнитные взаимодействия и структура элементарных частиц. М., 1969, с. 266.).
4. Вайнштейн А. И., Волошин М. Б., Захаров В. И., Новиков В. А., Окунь Л. Б., Шифман М. А. «Успехи физ. наук», 1977, **123**, 217.
5. Cover R. A., Kalman G. «Phys. Rev. Lett.», 1974, **33**, 1113.
6. Bakshi P., Cover R. A., Kalman G. «Phys. Rev.», 1976, **D14**, 2532.
7. Gell-Mann M., Sharp D., Wagner W. G. «Phys. Rev. Lett.», 1962, **8**, 261.
8. Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон М., 1974.
9. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1976, **17**, №4, 387.
10. Борисов А. В., Жуковский В. Ч., Соколов А. А., Тернов И. М. «Phys. Lett.», 1974, **49A**, 9; «Изв. вузов. Физика», 1975, №4, 65.
11. Ter Haar D. «Contemp. Phys.», 1975, **16**, 243.
12. Шульман Г. А. «Астрон. журнал», 1975, **52**, 1166.
13. Киржниц Д. А. Международная конференция по физике тяжелых ионов, Дубна, 1971. Тезисы докладов.

Кафедра
теоретической физики

Поступила в редакцию
31.03.78