

УДК 539.1.08

Е. А. КЛИВАДЕНКО, М. С. ПОЛЯКОВА

## О ВЗАИМНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ДВУХ СПИНОВЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

В данной работе рассматривается задача об устойчивости генерации спиновое генератора [1] с неоднородно уширенной линией рабочего вещества. Уширение происходит из-за неоднородности магнитного поля  $H_0$ . Так как изучение устойчивости генерации в случае произвольного распределения поля по образцу представляет довольно сложную математическую задачу, то в данной работе мы ограничились рассмотрением случая, когда половина образца находится под действием поля  $H_0 + \Delta H$ , а другая половина — под действием поля  $H_0 - \Delta H$ . Таким образом, задача сводится к исследованию режимов генерации двух связанных спиновых генераторов, каждый из которых описывается уравнением Блоха [2], а связь между ними осуществляется за счет общего поперечного магнитного поля. Характер устойчивости одночастотной генерации исследовался неоднократно [3—7] для спиновое генератора в неоднородном магнитном поле с симметричной и несимметричной функцией распределения при равных и неравных временах релаксации и нулевом фазовом угле в цепи обратной связи. В [8] получен критерий, определяющий границы области устойчивости спиновое генератора для произвольного фазового угла и нелинейной цепи обратной связи. В данной работе основное внимание уделено исследованию влияния сдвига фазы в цепи обратной связи на режим устойчивой одночастотной генерации и на характер биений вне области устойчивого одночастотного режима.

Если решение уравнений Блоха для  $i$ -го генератора искать в виде

$$M_{xi} = a_i(t) \cos [\Omega t + \varphi_i(t)], \quad M_{zi} = M_0 b_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

то для медленных переменных  $a_i$ ,  $b_i$  и  $\varphi_i$  получаются следующие укороченные уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{da_1}{dt} &= -a_1 + kb_1 [a_1 \cos \theta + a_2 \cos (\theta + \psi)], \\ \frac{da_2}{dt} &= -a_2 + kb_2 [a_2 \cos \theta + a_1 \cos (\theta - \psi)], \\ \frac{db_1}{dt} &= \delta (1 - b_1) - ka_1 [a_1 \cos \theta + a_2 \cos (\theta + \psi)], \\ \frac{db_2}{dt} &= \delta (1 - b_2) - ka_2 [a_2 \cos \theta + a_1 \cos (\theta - \psi)], \\ \frac{d\psi}{dt} &= -\frac{\xi}{2} + k \sin \theta (b_2 - b_1) + \\ &+ k \left[ b_2 \frac{a_1}{a_2} \sin (\theta - \psi) - b_1 \frac{a_2}{a_1} \sin (\theta + \psi) \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$\xi = \frac{(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{\Omega^2 \delta_2}, \quad \tau = \Omega \delta_2 t, \quad \delta = \frac{\delta_1 \eta}{\delta_2}, \quad k = \frac{\gamma \alpha}{2 M_0 \Omega}, \quad \psi = \varphi_2 - \varphi_1,$$

$\omega_i$  — частота автономных колебаний  $i$ -го генератора,  $1/\delta_2$  — время поперечной релаксации,  $1/\delta_1$  — время продольной релаксации,  $\theta$  — набег фазы в цепи обратной связи,  $\gamma$  — гиромангнитное отношение,  $\alpha$  — коэффициент усиления,  $M_0$  — равновесная намагниченность,  $\Omega$  — пока неизвестная частота синхронных одночастотных колебаний.

Расстройка по частоте между генераторами определяется величиной  $\xi$ .

Для определения частоты синхронных колебаний можно записать следующее алгебраическое уравнение:

$$\frac{\eta}{2} = kb_2 \left[ \sin \theta + \left( \frac{a_1}{a_2} \right) \sin (\theta - \psi) \right], \quad (3)$$

где  $\eta = \frac{(\Omega^2 - \omega_2^2)}{\Omega^2 \delta_2}$ .

В общем случае произвольных значений параметров системы  $\delta$ ,  $\xi$ ,  $k$ ,  $\theta$  найти стационарное решение системы (2) (3) и исследовать его на устойчивость в аналитическом виде не удастся. Поэтому рассмотрим частный случай  $\delta=1$ ,  $\theta \neq 0$ , т. е. времена поперечной и продольной релаксации одинаковы, но существует набег фазы в цепи обратной связи.

В этом случае решение системы трансцендентных уравнений (2), (3) может быть сведено к решению следующего уравнения для неизвестной приведенной частоты синхронных колебаний  $\eta$ :

$$\left[ \left( \eta - \frac{\xi}{2} \right) \cos \theta - 2 \sin \theta \right] [\eta^2 \cos \theta - 2\eta \sin \theta - \eta \xi \cos \theta + 4k + 2\xi \sin \theta] = \left( \frac{\xi^2}{2} \right) \sin \theta \cos \theta. \quad (4)$$

Уравнение (4) является квадратным уравнением по  $\xi$  и имеет два корня. Однако физический смысл имеет лишь тот корень, который при  $\theta \rightarrow 0$  стремится к  $2\eta$  [3], т. е.

$$\xi = \frac{3}{2} \eta - \operatorname{tg} \theta + \frac{2k}{\eta \cos \theta - 2 \sin \theta} + \sqrt{\left( \frac{\eta}{2} + \operatorname{tg} \theta - \frac{2k}{\eta \cos \theta - 2 \sin \theta} \right)^2 + \frac{16 \operatorname{tg} \theta k}{\eta \cos \theta - 2 \sin \theta}}. \quad (5)$$

Расчет границ области синхронизации можно провести на ЦВМ. На рис. 1 представлены результаты таких расчетов для  $\theta=0,5$ ;  $10$ ;  $20$  и  $45^\circ$ . Нижняя граница области режима синхронных колебаний соответствует условию самовозбуждения колебаний, или  $a_1=a_2=0$ . На всех графиках наблюдается расширение области одночастотного режима синхронных колебаний при двух значениях коэффициента обратной связи  $k$ . Одно такое расширение происходит при  $k=2/\cos \theta$ , при этом  $\xi \rightarrow \infty$ . Это сильное расширение полосы синхронизации происходит на границе возбуждения, где условия генерации для одного генератора выполнены, а для второго нет. Таким образом, мы имеем не режим син-

хронных колебаний, а вынужденные одночастотные колебания. Рис. 2, б хорошо иллюстрирует это явление. Аналогичное явление устойчивой одночастотной генерации при большом неоднородном уширении поля получено К. В. Владимирским [3] для случая трех генераторов также на границе возбуждения. Отметим, что при  $k=2/\cos\theta$   $\psi=\pi/2-\theta$  при  $\xi \rightarrow \infty$ .

Второе расширение области одночастотной генерации наблюдается при больших значениях  $k$ . Нам не удалось получить аналитического выражения для соответствующего значения  $k$ . Однако, как показали расчеты на ЦВМ, при этом значении  $k$  на границе области синхронизации угол  $\psi$  равен  $\pi/2$ . При малых  $\theta$  второе расширение области синхронизации происходит при  $k$ , близких к  $2/\cos\theta$ . С увеличением  $\theta$  это расширение наступает при больших  $k$ : для  $\theta=10, 20$  и  $45^\circ$  расширение максимально при  $k=4; 6,5$  и  $k>6,5$  соответственно.

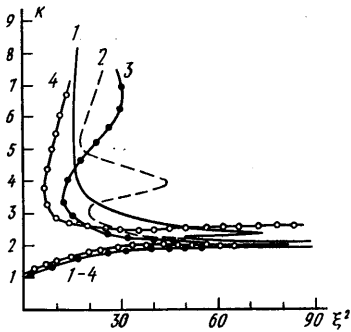


Рис. 1. Границы области синхронизации для четырех значений сдвига фаз в цепи обратной связи:  $\theta=0,5^\circ$  (1),  $10^\circ$  (2),  $20^\circ$  (3),  $45^\circ$  (4)

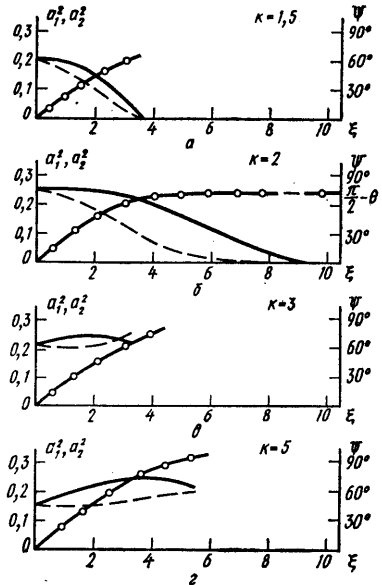


Рис. 2. Графики зависимости квадратов амплитуд  $a_1^2$  и  $a_2^2$  колебаний генераторов и сдвига фаз между ними  $\psi$  от расстройки  $\xi$  для различных значений коэффициента усиления  $k$  при сдвиге фаз в цепи обратной связи  $\theta = 15^\circ$ ; —  $a_1^2$ , — — —  $a_2^2$ , —○—  $\psi$

Рассмотрим биения вне области устойчивой одночастотной генерации для случая  $\theta=0$  и  $\delta \neq 1$ . Условия устойчивости одночастотного режима генерации для этого частного случая получены в работах [3—7]. Прежде чем перейти к исследованию биений, отметим, что при  $\theta=0$  в силу симметрии укороченных уравнений (2)

$$a_1(t) = a_2(t) = a(t), \quad b_1(t) = b_2(t) = b(t). \quad (6)$$

Далее удобно сделать следующую замену переменных:

$$u = a \cos\left(\frac{\psi}{2}\right), \quad v = a \sin\left(\frac{\psi}{2}\right).$$

Тогда уравнения (2) переписутся в виде

$$\dot{u} = -u + 2kbu + \left(\frac{\xi}{4}\right)v, \quad (7)$$

$$\dot{v} = -v - \left(\frac{\xi}{4}\right)u,$$

$$\dot{b} = \delta(1-b) - 2ku^2.$$

В катушке обратной связи наблюдается сигнал

$$a_1 \cos \Omega t + a_2 \cos \left(\Omega t + \psi\right) = 2u(t) \cos \left(\Omega t + \frac{\psi}{2}\right).$$

Следовательно, функция  $2u(t)$  является огибающей высокочастотного поля, наблюдаемого в эксперименте. Биениям соответствуют автоколебания в системе уравнений (7). Аналитически найти частоту и амплитуду автоколебаний можно в двух предельных случаях, когда они являются синусоидальными:

1.  $\Delta = \xi - \xi_{\text{гр}} \ll \xi_{\text{гр}}$  — биения у границы области синхронизации. Такие биения рассмотрены в работах [3, 7]. Их амплитуда растет как  $\sqrt{\Delta}$ , а частота при  $k=2$  равна нулю и далее растет с ростом  $k$ .

2.  $\xi > \xi_{\text{гр}}$  — линии хорошо разрешены и находятся достаточно далеко друг от друга.

Этот случай рассмотрен в работе [9]. При указанных условиях система (7) имеет лишь одно неустойчивое стационарное состояние:

$$u = v = 0, \quad b = 1. \quad (8)$$

Если искать решение системы (7) в виде

$$v = A(t) \cos \left(\frac{\xi}{4} t + \varphi(t)\right), \quad u = A(t) \beta \cos \left(\left(\frac{\xi}{4}\right)t + \varphi(t) + \theta\right), \quad b = b(t),$$

то для  $A(t)$ ,  $b(t)$  и  $\varphi(t)$  мы получим [10] следующие уравнения:

$$\frac{dA}{dt} = -A[1 - kb], \quad (9)$$

$$\frac{db}{dt} = \delta(1-b) - \frac{16k}{\xi^2} A^2 \left(1 + \frac{\xi^2}{16}\right),$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{4k}{\xi} b, \quad \text{где } \beta^2 = \left(1 + \frac{\xi^2}{16}\right), \quad \text{tg } \theta = -\frac{\xi}{4}.$$

Установившиеся биения переменной  $u$  имеют амплитуду, определяемую из равенства

$$A^2 = \frac{\delta(1-1/k)}{\beta^2 \cdot 16k} \xi^2, \quad (10)$$

и частоту

$$\Omega = \frac{\xi}{4} + \dot{\varphi} \approx \frac{\xi}{4}. \quad (11)$$

Для случая промежуточных  $\xi$  не существует регулярных методов вычисления амплитуды и частоты предельного цикла системы (7). Поэтому мы исследовали систему (7) на АВМ. Результаты исследований

показаны на рис. 3, 4. Как видно из рисунков, характер биений качественно мало отличается в случаях  $\delta=1$  и  $\delta \neq 1$ . Заметим, что колебания генераторов вне полосы синхронизации модулированы как по амплитуде, так и по частоте.

В заключение авторы приносят благодарность Ю. С. Константинову и А. М. Смирнову за постановку задачи и многочисленные плодотворные обсуждения ее результатов.

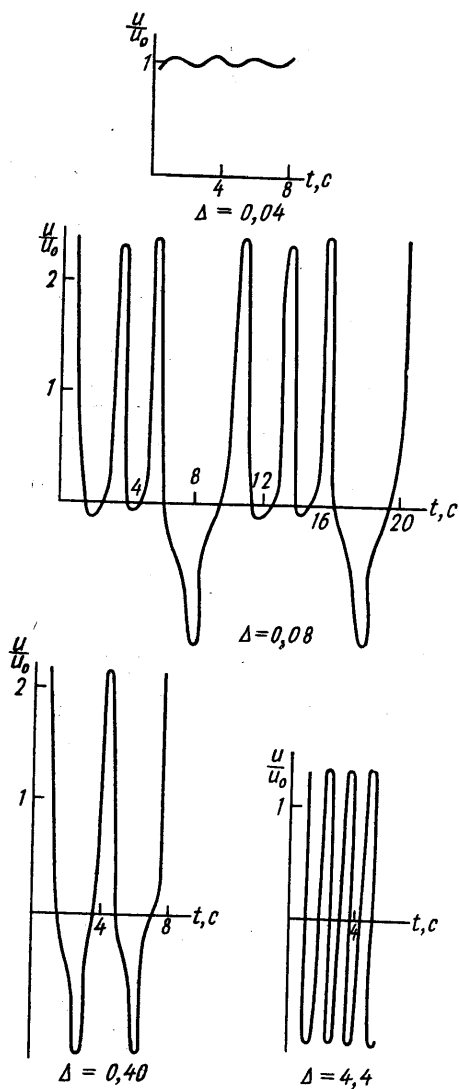


Рис. 3. Графики зависимости  $u(t)/u_0$  ( $u_0$  — значение  $u(t)$  на границе полосы синхронизации) вне полосы синхронизации для различных значений расстроек между генераторами  $\Delta$  при  $\delta=1$ ,  $\xi_{rp}=4$ ,  $k=5$ ,  $u_0 \approx 0,61$

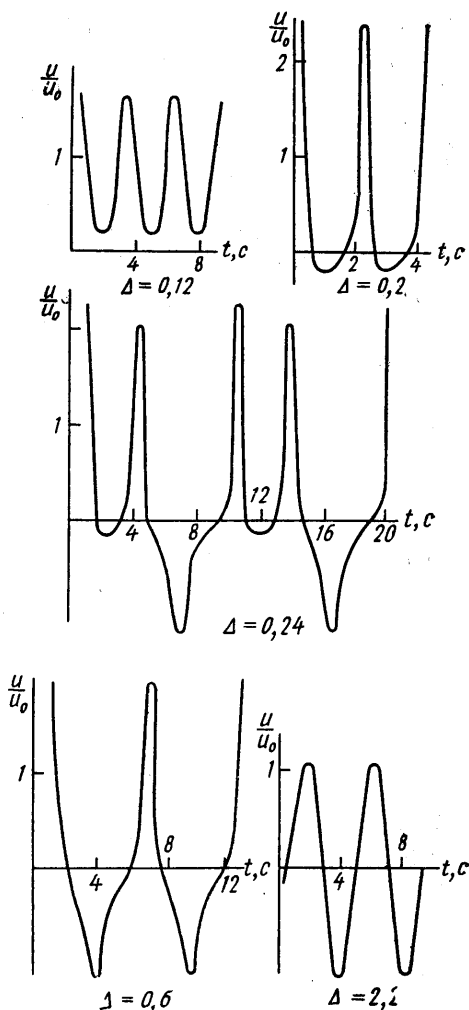


Рис. 4. Графики зависимости  $u(t)/u_0$  вне полосы синхронизации для различных значений расстроек между генераторами  $\Delta$  при  $\delta=0,5$ ;  $\xi_{rp}=2,8$ ;  $k=5$ ;  $u_0 \approx 0,24$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иевская Н. М., Умарходжаев Р. М. «Электричество», 1965, № 7, 57.
2. Кузнецов П. И., Малыгин Л. И. «Электричество», 1967, № 7, 82.
3. Владимирский К. В. В сб.: «Краткие сообщения по физике», 1971, № 10, 41.
4. Владимирский К. В. В сб.: «Краткие сообщения по физике», 1972, № 3, 47.
5. Умарходжаев Р. М., Коткин А. Л. «Радиотехн. и электроника», 1976, XXI, № 12, 2533.
6. Умарходжаев Р. М., Зубенко В. В. «Изв. вузов. Радиофизика», 1974, XVII, № 6, 824.
7. Владимирский К. В. Автореф. докт. дис. М., 1974.
8. Умарходжаев Р. М., Коткин А. Л. V Всесоюзная школа по магнитному резонансу. Тезисы докладов. Красноярск, 1975.
9. Константинов Ю. С., Смирнов А. М. «Радиотехн. и электроника», 1972, XVII, № 11, 2456.
10. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., 1974.

Кафедра  
общей физики для мехмата

Поступила в редакцию  
17.03.78

УДК 550.362 \*

Р. П. ЮРЧАК, А. А. МЕГАХЕД (Египет)

## МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ПОЛУПРОЗРАЧНЫХ ВЕЩЕСТВ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Исследование тепловых свойств полупрозрачных веществ представляет одну из важных, но трудных задач высокотемпературной теплофизики. При измерениях на объектах такого рода, кроме обычных затруднений, сопутствующих высокотемпературному эксперименту, возникают трудности, связанные с лучистым (радиационным) переносом тепла, свойственным некоторым диэлектрикам и полупроводникам. Принципиальное отличие лучистого (фотонного) переноса тепловой энергии от обычного (кондуктивного) делает невозможным постановку однозначного эксперимента. В этом можно убедиться из рассмотрения рис. 1, где представлена температурная зависимость теплопроводности  $\lambda$  плавленого кварца, полученная разными авторами в области повышенных температур. Из рисунка видно, что данные разных авторов существенно отличаются. Основная причина такого разногласия — частичная прозрачность плавленого кварца в инфракрасной области спектра. Влияние оптических свойств на результаты измерения теплопроводности требует специального учета состояния поверхности и характеристического размера исследуемого образца, а в процессе проведения эксперимента —

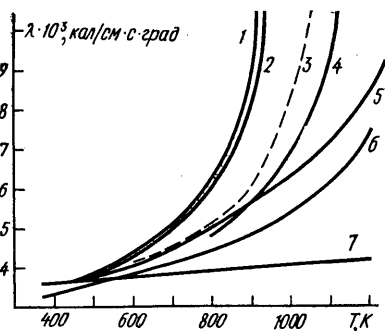


Рис. 1. Теплопроводность плавленого кварца. Кривые 1—6 построены по данным [1—6] соответственно, 7 —  $\lambda_{\text{фон}}$  по данным [7]