СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чечельницкий А. З. «Теплофиз. высоких температур», 1972, **10**, №2, 63.
2. Мень А. А., Сергеев О. А. В сб.: «Тепло- и массоперенос», 1972, **7**, 103.
3. Ромашин А. Г. «Теплофиз. высоких температур», 1969, **7**, №4, 659.
4. Девяткова Е. Д. «Физ. тв. тела», 1960, **2**, №4, 736.
5. Безрукова Е. Н. «Теплофиз. высоких температур», 1973, **11**, №1, 93.
6. Kanamori H. «J. Geophys. Res.», 1968, **73**, N 2, 315.
7. Мень А. А., Сергеев О. А. ДАН СССР, 1972, **203**, №6, 272.
8. Poltz H. «Int. J. Heat Mass Transfere», 1965, **8**, N 4, 515.
9. Гуренкова Т. В. Автореферат канд. дис. Казань, 1971.
10. Мень А. А., Сергеев О. А. Теплофизические свойства полупрозрачных материалов. М., 1978.
11. Спэрроу Э. М., Сеес Р. Д. Теплообмен излучением. Л., 1971.
12. Юрчак Р. П., Хромов А. В. «Заводская лаборатория», 1978, №5, 557.
13. Мень А. А. «Теплофиз. высоких температур», 1972, **10**, №5, 1073.
14. Белов Г. Я. «Теплофиз. высоких температур», 1977, **15**, №5, 1062.
15. Белов Г. Я. «Теплофиз. высоких температур», 1978, **16**, № 4, 755.
16. Варгафтик Н. Б., Филиппов Л. П. Теплопроводность газов и жидкостей. М., 1970.
17. Anderson O. L., Schreiber E. «J. Geophys. Res.», 1965, **70**, N 6, 2115.
18. Southard J. C. «J. Am. Chem. Soc.», 1941, **63**, 3142.

Кафедра
физики Земли

Поступила в редакцию
21.03.78

УДК 518.98+621.372.061

В. И. ШЕСТАКОВ

ОПЕРАЦИИ ОБРАЩЕНИЯ И ИНВЕРСИИ КОМПЛЕКСНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

§ 1. Числовые значения физических величин

Пусть V_e — **положительная скалярная величина** [1], принятая за единицу величины V. Величина V называется **комплексной**, если

$$V = \gamma V_e, \tag{1}$$

где $\gamma=\alpha+j\beta$, α, β — конечные действительные числа, $j=\sqrt{-1}$, или же $\gamma=\infty$, где ∞ — несобственное число, присоединяемое обычно к множеству комплексных чисел. Величина V называется **мнимой**, если $\alpha=0$, $\beta\neq 0$ и **действительной величиной**, если $\alpha\neq 0$, $\beta=0$.

Числа 0 и ∞ условимся называть **особыми** ввиду особой роли, которую они играют в алгебраических операциях. Выражения: $\infty-\infty$, $0\cdot\infty$, $\infty\cdot 0$, $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ обычно считаются **неопределенными**, тогда как подобные выражения для всех остальных чисел имеют однозначно-определенные значения. Значения $0V_e$ и ∞V_e величины V будем называть ее **особыми** или **вырожденными значениями.** Переменную величину с областью значений $\{0V_e, \infty V_e\}$ будем называть **вырожденной переменной** и обозначать строчной буквой v. В частности, **вырожденной числовой переменной** будем называть числовую переменную с областью значений $\{0, \infty\}$.

Если система единиц физических величин фиксирована и, стало быть, фиксирована единица V_e величины V, то целесообразно ввести для обозначения **числового значения** γ величины V специальный символ „V", определяемый формулой

$$„V" \underset{D}{=} V/V_e, \qquad (D1)$$

где $\underset{D}{=}$ — знак **равенства по определению.**

Полагая в равенстве (1) $\gamma=„V"$, получаем равенство

$$V = „V" V_e. \qquad (2)$$

Если $V_e=1$, т. е. если V — **безразмерная величина** (число), то

$$V = „V". \qquad (2_0)$$

Например, равенство (2_0) справедливо, если V — коэффициент усиления тока, напряжения или мощности некоторого усилителя или же коэффициент поперечного или продольного увеличения какой-либо оптической системы. Для небезразмерных физических величин равенство вида (2_0) смысла не имеет. В частности, и равенства

$$0\, V_e = 0, \quad \infty V_e = \infty \qquad (3)$$

имеют смысл, лишь если V_e — число.

Размерность $[V]$ всякой физической величины V не зависит, как известно, от ее числового значения „V" и потому остается одной и той же как для невырожденных, так и для вырожденных значений величины V.

Для равенства

$$V = W \qquad (4)$$

физических величин $V=„V"V_e$ и $W=„W"W_e$ необходимо и достаточно выполнение двух равенств:

$$„V" = „W", \quad V_e = W_e. \qquad (5)$$

Первое из них будем называть **численным равенством величин** V и W. Равенство (4) не имеет смысла, если величины V и W имеют различные размерности.

Если величины V и W численно равны, т. е. удовлетворяют первому из равенств (5), то, очевидно,

$$V = „W" V_e, \quad W = „V" W_e. \qquad (6)$$

Очевидно также, что и наоборот, из каждого равенства (6) следует первое из равенств (5).

Величину V, **численно равную величине** W, условимся обозначать символом $V_{„W"}$, определяемым формулой

$$V_{„W"} \underset{D}{=} „W" V_e. \qquad (D2)$$

Этим символом будем обозначать лишь то из значений величины V, которое удовлетворяет первому из равенств (6) при некотором заданном значении величины W. Аналогичный смысл имеет и символ $W_{„V"}$.

Легко убедиться, что

$$V_{„W"} \cdot W_{„V"} = W \cdot V. \qquad (7)$$

Действительно,

$$V_{„W"} \cdot W_{„V"} = „W" V_e \cdot „V" W_e = „V" W_e \cdot „W" V_e = W \cdot V.$$

§ 2. Операции обращения чисел и физических величин

Операцию γ^{-1} преобразования числа γ в обратное ему число $1/\gamma$ условимся называть **операцией обращения числа** γ. Эту операцию распространим на числа 0 и ∞ посредством следующего определения:

$$\gamma^{-1} \underset{D}{=} \begin{cases} 1/\gamma, & \text{если } \gamma \neq 0 \text{ и } \gamma \neq \infty, \\ 0, & \text{если } \gamma = \infty, \\ \infty, & \text{если } \gamma = 0. \end{cases} \qquad (D3)$$

Операцию V^{-1}, определяемую формулой

$$V^{-1} \underset{D}{=} „V"^{-1} \cdot V_e^{-1}, \qquad (D4)$$

где V_e^{-1} — единица, обратная единице V_e, назовем **операцией обращения величины** V.

Из определения ($D4$) следует равенство

$$(\gamma V)^{-1} = \gamma^{-1} V^{-1}, \qquad (8)$$

утверждающее, что **операция обращения распределительна относительно умножения** γV **любого числа** γ **на любую конечную положительную величину** V.

Из ($D4$), в частности, следует также и равенство

$$v^{-1} = „v"^{-1} V_e^{-1}, \qquad (9)$$

из которого, в силу ($D3$), следуют равенства

$$(0V_e)^{-1} = \infty V_e^{-1}, \quad (\infty V_e)^{-1} = 0V_e^{-1}. \qquad (10)$$

Из определений ($D3$) и ($D4$) следует также **инволютивность операции обращения**, т. е. истинность равенств

$$(\gamma^{-1})^{-1} = \gamma, \quad (V^{-1})^{-1} = V \qquad (11)$$

для **любых значений** γ и V.

Когда одно из числовых переменных γ и δ принимает значение 0, а другое — значение ∞, тогда их произведение становится неопределенным: $\gamma\delta = 0 \cdot \infty$ или $\gamma\delta = \infty \cdot 0$. Эту неопределенность нельзя раскрыть, если переменные γ и δ независимы, ибо произведение $\gamma\delta$ не имеет в этом случае предела при стремлении переменных γ и δ к **различным значениям**: 0 и ∞. Однако если $\delta = \gamma^{-1}$, то справедливы равенства

$$\gamma\gamma^{-1} = \gamma^{-1}\gamma = \frac{\gamma}{\gamma} = 1, \qquad (12)$$

которые остаются верными, как известно, и в предельных случаях — при $\gamma \to 0$ и при $\gamma \to \infty$. Отсюда, в силу ($D4$), следует, что равенства

$$VV^{-1} = V^{-1}V = \frac{V}{V} = 1 \qquad (13)$$

верны при **любых значениях** V.

§ 3. Операция инверсии физических величин

Операцию V', определяемую формулой

$$V' \underset{D}{=} V^{-1} V_e^2, \tag{D5}$$

назовем **инверсией величины** V.

Из определений ($D5$) и ($D4$) следует равенство

$$V' = „V"^{-1} V_e, \tag{14а}$$

равносильное, очевидно, равенству

$$V' = „V^{-1}" V_e. \tag{14б}$$

В силу ($D2$) это равенство эквивалентно следующему:

$$V' = V_{„V^{-1}"}. \tag{15}$$

Равенства (14а), (14б) и (15) утверждают (в несколько различной форме), что **инверсия** V' **величины** V **численно равна величине** $1/V$, **обратной величине** V. Это утверждение справедливо, в частности, и для вырожденных значений v величины V:

$$v^{-1} = v_{„v^{-1}"}. \tag{16}$$

Действительно, подставляя в (14а) значения вырожденного переменного v, получаем равенства

$$(0V_e)' = \infty V_e, \quad (\infty V_e)' = 0V_e, \tag{17}$$

правые части которых соответственно **численно равны** правым частям равенств (10).

Из инволютивности операции обращения чисел, т. е. из первого равенства (11), следует **инволютивность операции инверсии**:

$$(V')' = V. \tag{18}$$

Действительно:

$$(V')' = („V"^{-1} V_e)' = („V"^{-1})^{-1} V_e = „V" V_e = V.$$

Следует отметить, что **операции обращения и инверсии перестановочны:**

$$(V')^{-1} = (V^{-1})'. \tag{19}$$

Действительно:

$$(V')^{-1} = („V"^{-1} V_e)^{-1} = („V"^{-1})^{-1} V_e^{-1} = („V"^{-1} V_e^{-1})' = (V^{-1})'.$$

Как видно из формулы ($D5$),

$$V' = V^{-1} \tag{20}$$

лишь в случае, если $V_e = 1$ и, следовательно,

$$\gamma' = \gamma^{-1}. \tag{20_0}$$

Используя последовательно равенства (2), (14а), (8), (14а) и (20_0), получаем равенство

$$(\gamma V)' = \gamma' V', \tag{21}$$

утверждающее, что **операция инверсии распределительна относительно умножения любого числа** γ **на любую величину** V.

Основное различие операций V' и V^{-1} заключается в том, что равенство $V^{-1} = V$ бессмысленно, если V не есть число, тогда как аналогичное равенство $V' = V$ имеет смысл для любой физической величины V, хотя **верно оно лишь** при $V = V_e$.

§ 4. Операции обращения и инверсии комплексных физических величин

Сложение комплексных физических величин

$$V_1 = \gamma_1 V_e, \quad V_2 = \gamma_2 V_e \tag{22}$$

определяем формулой

$$\gamma_1 V_e + \gamma_2 V_e \underset{D}{=} (\gamma_1 + \gamma_2) V_e. \tag{D6}$$

Так как единицей V_e величин V_1 и V_2 может служить произвольная конечная положительная величина V того же рода, что V_1 и V_2, то из определения ($D6$) непосредственно следует, что

$$\gamma_1 V + \gamma_2 V = (\gamma_1 + \gamma_2) V \tag{23}$$

при любом конечном положительном значении V и любых числах γ_1 и γ_2.

Из определения ($D6$) следует также и равенство

$$V' + V = (\gamma^{-1} + \gamma) V_e, \tag{24}$$

справедливое для любой физической величины V.

Операцию $V_1 \bullet V_2$, определяемую формулой

$$V_1 \bullet V_2 \underset{D}{=} (V_1' + V_2')', \tag{D7}$$

назовем **инверсным сложением**, а результат этой операции — **инверсной суммой** величин V_1 и V_2.

Используя последовательно формулы ($D7$), (14а), ($D6$), (14а), (11), (8), ($D6$), (8) и (22), получаем цепь равенств:

$$V_1 \bullet V_2 = (V_1' + V_2')' = (\gamma_1^{-1} V_e + \gamma_2^{-1} V_e)' = ((\gamma_1^{-1} + \gamma_2^{-1}) V_e)' =$$
$$= (\gamma_1^{-1} + \gamma_2^{-1})^{-1} V_e = (\gamma_1^{-1} + \gamma_2^{-1})^{-1} (V_e^{-1})^{-1} = ((\gamma_1^{-1} + \gamma_2^{-1}) V_e^{-1})^{-1} =$$
$$= (\gamma_1^{-1} V_e^{-1} + \gamma_2^{-1} V_e^{-1})^{-1} = ((\gamma_1 V_e)^{-1} + (\gamma_2 V_e^{-1}))^{-1} = (V_1^{-1} + V_2^{-1})^{-1},$$

из которой следует формула

$$V_1 \bullet V_2 = (V_1^{-1} + V_2^{-1})^{-1}. \tag{D7'}$$

Из этой формулы и бессмысленности выражений $V^{-1} + V$, $V + V^{-1}$ в случае, когда V — небезразмерная величина, следует, что и выражения $V^{-1} \bullet V$, $V \bullet V^{-1}$ не имеют смысла в этом случае.

Из дистрибутивного закона (23) следует дистрибутивный (относительно инверсного сложения чисел) закон умножения:

$$\gamma_1 V \bullet \gamma_2 V = (\gamma_1 \bullet \gamma_2) V, \qquad (23')$$

справедливый для любой положительной величины V и любых чисел γ_1 и γ_2. Отсюда, в частности, получаем формулу

$$\gamma_1 V_e \bullet \gamma_2 V_e = (\gamma_1 \bullet \gamma_2) V_e,$$

аналогичную определению ($D6$). Из этой формулы следует равенство

$$V' \bullet V = (\gamma^{-1} \bullet \gamma) V_e, \qquad (24')$$

аналогичное равенству (24).

В силу инволютивности операций обращения и инверсии из формул ($D7$) и ($D7'$) следуют формулы

$$(V_1 \bullet V_2)^{-1} = V_1^{-1} + V_2^{-1}, \quad (V_1 \bullet V_2)' = V_1' + V_2'. \qquad (25)$$

Заменяя величины V_1 и V_2 в левой формуле (25) соответственно величинами V_1^{-1} и V_2^{-1}, а в правой формуле (25) — величинами V_1' и V_2', получаем (в силу инволютивности операций обращения и инверсии) равенства:

$$V_1 + V_2 = (V_1^{-1} \bullet V_2^{-1})^{-1}, \quad V_1 + V_2 = (V_1' \bullet V_2')'. \qquad (26)$$

Как видно из сравнения этих равенств с формулами ($D7$) и ($D7'$), сложение $V_1 + V_2$ величин V_1 и V_2 выражается через операцию инверсного сложения величин V_1^{-1} и V_2^{-1} или величин V_1' и V_2' совершенно так же, как и инверсное сложение $V_1 \bullet V_2$ величин V_1 и V_2 выражается через сложение величин V_1^{-1} и V_2^{-1} или величин V_1' и V_2'. Короче говоря, операции $V_1 + V_2$ и $V_1 \bullet V_2$ являются **изоморфами** друг друга. Для безразмерных величин V_1 и V_2 операция обращения совпадает, как видно из формулы (20), с операцией инверсии и потому различие между формулами ($D7$) и ($D7'$) исчезает. Операцию $V_1 \bullet V_2$ будет называть в этом случае, как и в статье [2], **гармоническим сложением**.

В силу взаимной двойственности операций $+$ и $\bullet$ из коммутативности и ассоциативности операции $+$ следует коммутативность и ассоциативность **операции** $\bullet$:

$$V_1 + V_2 = V_2 + V_1, \qquad V_1 \bullet V_2 = V_2 \bullet V_1, \qquad (A_1)$$

$$V_1 + (V_2 + V_3) = (V_1 + V_2) + V_3, \quad V_1 \bullet (V_2 \bullet V_3) = (V_1 \bullet V_2) \bullet V_3. \qquad (A_2)$$

Вырожденные величины играют в операциях $+$ и $\bullet$, как легко проверить, взаимно противоположные роли:

$$0V_e + V = V, \quad 0V_e \bullet V = 0V_e, \qquad (27)$$

$$\infty V_e + V = \infty V_e, \quad \infty V_e \bullet V = V, \qquad (28)$$

т. е. величина $0V_e$, являющаяся **нейтральным элементом (нулем) операции** $+$, оказывается **всепоглощающим элементом (универсальным абсорбером) операции** $\bullet$, а величина ∞V_e, являющаяся **всепоглощающим элементом операции** $+$, оказывается **нейтральным элементом операции** $\bullet$.

Легко убедиться, используя формулы (27) и (28), что справедливы **законы поглощения:**

$$(V_1 \bullet v_2) + v_2 = v_2, \ (V_1 + v_2) \bullet v_2 = v_2 \qquad (A_3)$$

и следующие **дистрибутивные законы:**

$$v_1 \bullet (V_2 + V_3) = (v_1 \bullet V_2) + (v_1 \bullet V_3), \ v_1 + (V_2 \bullet V_3) = (v_1 + V_2) \bullet (v_1 + V_3), \qquad (A_4)$$

где v_1 и v_2 — вырожденные, а V_1, V_2 и V_3 — **любые** физические величины.

Заменяя в равенствах (24) и (24′) любую величину V вырожденной величиной v и учитывая, что $\infty + 0 = \infty$ и $\infty \bullet 0 = \infty$, получаем равенства:

$$v \bullet v' = 0V_e, \ v + v' = \infty V_e, \qquad (29)$$

из которых в силу формул (27) и (28) следуют равенства:

$$(v \bullet v') + V_2 = V_2, \quad (v + v') \bullet V_2 = V_2. \qquad (A_5)$$

Если все величины V_1, V_2 и V_3 заменить соответственно вырожденными величинами v_1, v_2 и v_3, то приведенные выше формулы (A_1)—(A_5) оказываются аксиомами булевой алгебры [3], основным операциям которой $A \cup B$, $A \cap B$ и $-A$ соответствуют операции $v_1 + v_2$, $v_1 \bullet v_2$ и v_1' над вырожденными физическими величинами v_1 и v_2.

Иначе говоря, операции сложения $V_1 + V_2$, инверсного сложения $V_1 \bullet V_2$ и инверсии V' для вырожденных значений v_1, v_2 и v физических величин V_1, V_2 и V «вырождаются» соответственно в операции булева сложения $\cup$, булева умножения $\cap$ и операции дополнения — ( ) двузначной булевой алгебры, т. е. **алгебра вырожденных физических величин является двузначной булевой алгеброй.**

Алгебру, системой аксиом которой является совокупность приведенных выше формул (A_1)—(A_5), можно назвать **частично булевой алгеброй**. Как и в булевой алгебре, число основных операций в частично булевой алгебре можно сократить до двух, а именно, основными ее операциями можно считать либо сложение и инверсию, либо инверсное сложение и инверсию, ибо операции $+$ и $\bullet$ могут быть выражены друг через друга и операцию инверсии. Следует отметить, что операцию инверсии нельзя заменить операцией обращения, ибо выражения $V + V^{-1}$ и $V \bullet V^{-1}$ не имеют, как уже отмечалось, смысла для любой величины V, не являющейся числом.

§ 5. О реальном выполнении операции инверсии физических величин

Операция обращения V^{-1} какого-либо параметра V преобразует его в обратный ему параметр $1/V$, что, разумеется, нисколько не изменяет физическую систему, характеризуемую параметром V. При выполнении операции V^{-1} меняется лишь математическое описание физической системы. Например, заменив сопротивление R, емкость C и индуктивность L какого-либо колебательного контура обратными им параметрами $1/R$, $1/C$ и $1/L$, мы не изменим колебательный контур; изменятся лишь формулы, описывающие этот контур и колебания в нем.

Операция инверсии V' параметра V заключается в замене его значения „V" V_e новым значением $V_{,,V^{-1}''}$, что символически описывается равенством (15). Если, например, мы возьмем адмитанс Y некоторой цепи переменного тока в качестве параметра V, то равенство (15) примет вид

$$Y' = Y_{,,Z''}, \tag{30}$$

где $Z = Y^{-1}$ — импеданс той же цепи. Операция инверсии Y' в этом случае есть операция замены цепи с адмитансом Y новой цепью с адмитансом $Y_{,,Z''}$, **численно равным** импедансу Z прежней цепи. Операция инверсии $(Y_{,,Z''})'$ только что полученной цепи преобразует ее в первоначальную цепь:

$$(Y_{,,Z''})' = Y. \tag{31}$$

На рис. 1 показана схема, посредством которой можно осуществить операцию инверсии адмитанса. Эта операция реализуется в данном

2/3

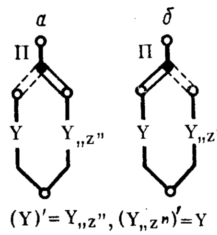

Рис. 1

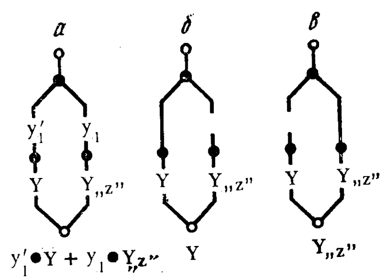

Рис. 2

случае посредством переключения переключателя П; переключая его из левого положения, указанного на рис. 1, *а* пунктиром, в правое его положение осуществляем преобразование, описываемое равенством (30). Обратное переключение осуществляет обратное преобразование, описываемое равенством (31), как показано на рис. 1, *б*.

Осуществление операции инверсии Y' можно автоматизировать, используя схему рис. 2, *а*, в которой переключатель П схемы рис. 1 заменен контактами y_1' и y_1 некоторого реле R_1. Схема, изображенная на рис. 2, *а*, может быть представлена алгебраическим выражением

$$y_1' \bullet Y + y_1 \bullet Y_{,,Z''}, \tag{32}$$

где y_1' и y_1 проводимости соответственно размыкающего и замыкающего контактов реле R_1. Черные кружочки служат здесь знаками инверсного сложения и одновременно знаками последовательных соединений $y_1' \bullet Y$ и $y_1 \bullet Y_{,,Z''}$ контактов y_1' и y_1 соответственно с двухполюсниками Y и $Y_{,,Z''}$. Знак $+$ в выражении (32) служит знаком сложения выражений $y_1' \bullet Y$ и $y_1 \bullet Y_{,,Z''}$ и одновременно означает, что цепи $y_1' \bullet Y$ и $y_1 \bullet Y_{,,Z''}$ соединены друг с другом параллельно (рис. 2, *а*).

При невозбужденном состоянии реле R_1 его размыкающий контакт y_1' замкнут, а замыкающий контакт y_1 разомкнут, т. е. $y_1' = \infty$ Ом$^{-1}$, $y_1 = 0$ Ом$^{-1}$ и, следовательно,

$$y_1' \bullet Y + y_1 \bullet Y_{,,z''} = \infty \text{ Ом}^{-1} \bullet Y + 0 \text{ Ом}^{-1} \bullet Y_{,,z''} = Y,$$

т. е. схема рис. 2, *а* принимает вид, изображенный на рис. 2, *б*. При возбужденном состоянии реле R_1 контакт y_1' разомкнут, а контакт y_1 замкнут, т. е. $y_1' = 0$ Ом$^{-1}$, $y_1 = \infty$ Ом$^{-1}$ и, следовательно,

$$y_1' \bullet Y + y_1 \bullet Y_{,,z''} = 0 \text{ Ом}^{-1} \bullet Y + \infty \text{ Ом}^{-1} \bullet Y_{,,z''} = Y_{,,z''},$$

т. е. схема на рис. 2, *а* принимает вид, изображенный на рис. 2, *в*.

Таким образом, при переходе реле R_1 из невозбужденного состояния в возбужденное (рабочее) состояние осуществляется операция инверсии, описываемая равенством (30), а при обратном переходе — описываемая равенством (31).

Схемы рис. 1 и рис. 2, *а* лишь механизируют и автоматизируют процесс выполнения операции инверсии Y' адмитанса Y. Эту операцию можно, разумеется, выполнить, заменяя «вручную» двухполюсник с адмитансом Y двухполюсником с новым «инверсным» значением $Y_{,,z''}$ адмитанса.

Аналогичная ситуация имеет место и в случае инверсии V' любой комплексной физической величины V.

Следует отметить, что операция инверсии, определенная формулой ($D5$), является обобщением известного геометрического преобразования — **инверсии плоскости относительно круга.** Действительно, при $V = l$, где l — длина стержня, нити, провода или какого-либо другого физического объекта, мы получаем из формулы ($D5$) равенство

$$l \cdot l' = l_e^2, \tag{а}$$

аналогичное равенству

$$OP \cdot OP' = r^2, \tag{б}$$

где r — радиус круга с центром O, а точка P' — образ точки P, причем точка P' лежит на прямой OP по ту же сторону от O, что и P. Если положить $l_e = r$, $l = OP$, то $l' = OP'$, т. е. равенства (а) и (б) совпадут друг с другом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Математическая энциклопедия. «Величина». М., 1977.
2. Шестаков В. И. ЖТФ, 1941, т. 11, вып. 6, 532.
3. Сикорский Р. Булевы алгебры. М., 1966.

Кафедра
общей физики
для физического факультета

Поступила в редакцию
26.05.78