УДК 530.145:621.385.6

Ф. А. КОРОЛЕВ, А. В. ТУЛУПОВ

К КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ВЫНУЖДЕННОГО СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНА С РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПРОДОЛЬНОЙ СКОРОСТЬЮ

В настоящее время широкое применение для генерации мощного электромагнитного излучения в миллиметровом, субмиллиметровом и ИК-диапазонах спектра нашли релятивистские электронные пучки. Теория взаимодействия релятивистского пучка с электромагнитной волной развивается в основном с классических позиций, связанных чаще всего с численным интегрированием на ЭВМ (см., например, [1, 2]).

На наш взгляд, весьма интересным является квантовый подход, базирующийся на фундаментальных работах А. А. Соколова и И. М. Тернова по синхротронному излучению [3, 4], позволяющий с единых позиций рассматривать вопросы теории как вынужденного, так и спонтанного синхротронного излучения в широком диапазоне спектра и в большом интервале энергий электрона.

Пусть электроны движутся по винтовой траектории в постоянном и однородном магнитном поле $\mathbf{H}=\{0, 0, H\}$. Энергетический спектр их будет даваться формулой [3, 4]:

$$W_n = c\hbar K_n = c\hbar\sqrt{k_0^2+4\gamma n+k_z^2}, \tag{1}$$

где $k_0=\frac{m_0c}{\hbar}$, $\gamma=\frac{eH}{2c\hbar}$, $\hbar k_z$ — импульс электрона вдоль поля, e, m_0 — заряд и масса покоя электрона, n — главное квантовое число ($n=0$, 1, 2, ...).

Выражение для собственных частот излучения электрона будет выглядеть следующим образом:

$$\omega_{n,n-\nu}=\frac{W_n-W_{n'}}{\hbar}=\frac{\nu\omega_c}{1-\beta_{\parallel}\cos\theta}\left(1+\frac{\nu}{4n}\beta_{\perp}^2\frac{\sin^2\theta}{(1-\beta_{\parallel}\cos\theta)^2}\right), \tag{2}$$

где W_n, W_n' — энергии начального и конечного состояний электрона, $\omega_c=\frac{eHc}{W}$, $c\beta_{\parallel}$, $c\beta_{\perp}$ — параллельная и перпендикулярная составляющие скорости электрона, ν — номер гармоники ($\nu\ll n$, $n\gg 1$), θ — угол между волновым вектором излученного фотона и направлением магнитного поля.

Пусть электрон взаимодействует с внешней — линейно-поляризованной электромагнитной волной, распространяющейся под углом θ к направлению $\mathbf{H}$. Тогда, используя выражения для вероятности вынужденных переходов электрона и его волновых функций, полученные в [3], будем иметь формулу для мощности вынужденного синхротронного излучения:

$$P_n=\frac{2e^2E^2c^2\tau}{W}\frac{\nu\omega_c}{\omega}S, \tag{3}$$

где

$$S = \frac{J_\nu'^2(z)}{1+x^2}\left\{\frac{\nu^2-z^2}{z}\frac{J_\nu(z)}{J_\nu'(z)} - \frac{\beta_\perp^2}{1-\beta_\parallel\cos\theta} + \frac{\beta_\perp^2 xQ\tau}{1+x^2}\right\}, \tag{4}$$

$$x = \tau(\omega_n - \omega),\ Q = \frac{\nu\omega_c\sin^2\theta}{(1-\beta_\parallel\cos\theta)^2},\ z = \frac{\omega_c}{\omega_c}\beta_\perp\sin\theta,$$

$I_\nu(z)$ — функция Бесселя порядка ν, $\tau/2$ — среднее время пребывания электрона в начальном состоянии, E — амплитуда электрического поля волны.

Из формул (3) и (4) видно, что при $x<0$, $P_n<0$ и электроны вынужденно излучают, что аналогично слаборелятивистскому случаю [5]. Однако в релятивистском случае возможно вынужденное излучение и при точном совпадении частоты внешней волны ω и собственной частоты излучения электрона ($x=0$), т. е. в случае резонанса. При этом выражения (3), (4) принимают вид:

$$P_n = \frac{2e^2E^2c^2\tau}{W}(1-\beta_\parallel\cos\theta)S, \tag{5}$$

$$S = J_\nu'^2(z)\left\{\frac{\nu^2-z^2}{z}\frac{J_\nu(z)}{J_\nu'(z)} - \frac{\beta_\perp^2}{1-\beta_\parallel\cos\theta}\right\}, \tag{6}$$

где z определяется следующим образом:

$$z = \frac{\nu\beta_\perp\sin\theta}{1-\beta_\parallel\cos\theta}.$$

В ультрарелятивистском случае $\beta\to1$, $\beta_\parallel\to\cos\alpha$, ($\alpha$ — угол между направлением мгновенной скорости электрона и магнитным полем). При малых α, $\beta_\parallel\gg\beta_\perp$, $\theta\sim\alpha$ и $\frac{z}{\nu}\sim1$ для функций Бесселя можно использовать приближенные выражения [6]:

$$J_\nu(z) = \frac{\Gamma(1/3)}{\pi 2^{2/3}3^{1/6}}\nu^{-1/3} \simeq 0{,}45\nu^{-1/3},$$

$$J_\nu'(z) = \frac{\Gamma(2/3)3^{1/6}}{\pi 2^{1/3}}\nu^{-2/3} \simeq 0{,}41\nu^{-2/3}. \tag{7}$$

С учетом (7) выражения (5) и (6) принимают вид:

$$P_n = 0{,}336\nu^{-4/3}\frac{e^2E^2c^2\tau}{W}(1-\beta_\parallel\cos\theta)S, \tag{8}$$

$$S = 1{,}1\nu^{4/3}\left(1 - \frac{\beta_\perp^2\sin^2\theta}{(1-\beta_\parallel\cos\theta)^2}\right) - 1. \tag{9}$$

Из формулы (9) следует, что преобладание вынужденного излучения над поглощением возможно вплоть до гармоник:

$$\nu < \sqrt{\nu_{max}}, \tag{10}$$

где

$$\nu_{max} \simeq \frac{1}{\varepsilon^{3/2}},\ \varepsilon = 1 - \frac{\beta_\perp^2\sin^2\theta}{(1-\beta_\parallel\cos\theta)^2},$$

ν_{max} — дает максимум для интенсивности спонтанного синхротронного излучения [7]. Аналогичный результат, но для случая $\beta_{\parallel}=0$, $\theta=\pi/2$ был получен в работе [8].

Таким образом, в рассматриваемом нами случае возможно наблюдение вынужденного синхротронного излучения и на высоких гармониках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петелин М. И. «Изв. вузов. Радиофизика», 1974, **17**, 902.
2. Сморгонский А. В. «Изв. вузов. Радиофизика», 1973, **16**, 150.
3. Соколов А. А., Тернов И. М. Синхротронное излучение. М., 1966.
4. Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М., 1974.
5. Schneider J. «Phys. Rev. Lett.», 1959, **2**, 504.
6. Ватсон Г. И. Теория бесселевых функций. М., 1948.
7. Соколов А. А., Жуковский В. Ч. и др. «Изв. вузов. Физика», 1969, **2**, 108.
8. Соколов А. А., Тернов И. М., «Письма в ЖЭТФ», 1966, **4**, 90.

Кафедра
оптики

Поступила в редакцию
24.10.78

УДК 530.145

С. П. ВЯТЧАНИН

О СВОЙСТВАХ «СВЕРХКОГЕРЕНТНЫХ» СОСТОЯНИЙ

В работе [1] были сформулированы условия на коэффициенты C_n разложения волновой функции по энергетическим состояниям $|\psi\rangle=\sum_n C_n|n\rangle$, при которых неопределенность фазы равна $\Delta\varphi\simeq\simeq 1/2\,n$, а неопределенность числа фотонов $\Delta n\simeq n$, $n=\langle n\rangle$ (для когерентных состояний $\Delta\varphi\simeq 1/2\sqrt{n}$; $\Delta n\simeq\sqrt{n}$). Такие состояния названы «сверхкогерентными». Ниже в других терминах сформулированы условия, при которых $\Delta\varphi\simeq 1/n$, указан их физический смысл и предложен метод измерения фазы «сверхкогерентного» состояния.

1. Для конкретности будем рассматривать механический гармонический осциллятор, частоты ω. Поскольку затруднительно корректно ввести оператор фазы, будем пользоваться операторами $\hat C$ и $\hat S$ [2, 3] (квантовомеханические аналоги косинуса и синуса). Везде ниже будем считать $n\equiv\langle\hat n+1/2\rangle\gg 1$ ($\hat n$ — оператор рода фотонов). Тогда операторы C и S можно записать в виде разложения по степеням $(\hat n+1/2)^{-1}$ (обозначим $\hat k\equiv\hat n+1/2$):

$$\hat C=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\sqrt{\hat k}};\ \hat x\right\}+\frac{i}{8}\left[\frac{1}{\hat k\sqrt{\hat k}};\ \hat y\right]+\dots \tag{1}$$

$$\hat S=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\sqrt{\hat k}};\ \hat y\right\}-\frac{i}{8}\left[\frac{1}{\hat k\sqrt{\hat k}};\ \hat x\right]+\dots \tag{2}$$

где $\hat x=\frac{1}{2}(a^+ + a)$, $\hat y=\frac{1}{2i}(a^+ - a)$, a^+ и a — операторы рождения и уничтожения, скобки $\{\dots\}$ и $[\dots]$ означают коммутатор и антикоммутатор.