ν_{max} — дает максимум для интенсивности спонтанного синхротронного излучения [7]. Аналогичный результат, но для случая $\beta_{\parallel}=0$, $\theta=\pi/2$ был получен в работе [8].

Таким образом, в рассматриваемом нами случае возможно наблюдение вынужденного синхротронного излучения и на высоких гармониках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петелин М. И. «Изв. вузов. Радиофизика», 1974, **17**, 902.
2. Сморгонский А. В. «Изв. вузов. Радиофизика», 1973, **16**, 150.
3. Соколов А. А., Тернов И. М. Синхротронное излучение. М., 1966.
4. Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М., 1974.
5. Schneider J. «Phys. Rev. Lett.», 1959, **2**, 504.
6. Ватсон Г. И. Теория бесселевых функций. М., 1948.
7. Соколов А. А., Жуковский В. Ч. и др. «Изв. вузов. Физика», 1969, **2**, 108.
8. Соколов А. А., Тернов И. М., «Письма в ЖЭТФ», 1966, **4**, 90.

Кафедра
оптики

Поступила в редакцию
24.10.78

УДК 530.145

С. П. ВЯТЧАНИН

О СВОЙСТВАХ «СВЕРХКОГЕРЕНТНЫХ» СОСТОЯНИЙ

В работе [1] были сформулированы условия на коэффициенты C_n разложения волновой функции по энергетическим состояниям $|\psi\rangle=\sum\limits_n C_n|n\rangle$, при которых неопределенность фазы равна $\Delta\varphi\simeq$ $\simeq 1/2\ n$, а неопределенность числа фотонов $\Delta n\simeq n$, $n=\langle n\rangle$ (для когерентных состояний $\Delta\varphi\simeq 1/2\sqrt{n}$; $\Delta n\simeq\sqrt{n}$). Такие состояния названы «сверхкогерентными». Ниже в других терминах сформулированы условия, при которых $\Delta\varphi\simeq 1/n$, указан их физический смысл и предложен метод измерения фазы «сверхкогерентного» состояния.

1. Для конкретности будем рассматривать механический гармонический осциллятор, частоты ω. Поскольку затруднительно корректно ввести оператор фазы, будем пользоваться операторами $\hat{C}$ и $\hat{S}$ [2, 3] (квантовомеханические аналоги косинуса и синуса). Везде ниже будем считать $n\equiv\langle\hat{n}+1/2\rangle\gg 1$ ($\hat{n}$ — оператор рода фотонов). Тогда операторы C и S можно записать в виде разложения по степеням $(\hat{n}+1/2)^{-1}$ (обозначим $\hat{k}\equiv\hat{n}+1/2$):

$$\hat{C}=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\sqrt{\hat{k}}};\ \hat{x}\right\}+\frac{i}{8}\left[\frac{1}{\hat{k}\sqrt{\hat{k}}};\ \hat{y}\right]+\ldots \tag{1}$$

$$\hat{S}=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\sqrt{\hat{k}}};\ \hat{y}\right\}-\frac{i}{8}\left[\frac{1}{\hat{k}\sqrt{\hat{k}}};\ \hat{x}\right]+\ldots \tag{2}$$

где $\hat{x}=\frac{1}{2}(a^{+}+a)$, $\hat{y}=\frac{1}{2i}(a^{+}-a)$, a^{+} и a — операторы рождения и уничтожения, скобки $\{\ldots\}$ и $[\ldots]$ означают коммутатор и антикоммутатор.

Нетрудно показать, что среднеквадратичные отклонения $\langle\Delta^2\hat{C}\rangle \equiv \langle\hat{C}^2\rangle - \langle\hat{C}\rangle^2$ и $\langle\Delta^2\hat{S}\rangle$ изменяются со временем t по простому закону [3]:

$$\begin{aligned}\langle\Delta^2\hat{C}\rangle &= \langle\Delta^2\hat{C}\rangle_0\cos^2\omega t + \langle\Delta^2\hat{S}\rangle_0\sin^2\omega t + \frac{1}{2}\langle\{\Delta\hat{C};\ \Delta\hat{S}\}\rangle_0\sin 2\omega t,\\ \langle\Delta^2\hat{S}\rangle &= \langle\Delta^2\hat{S}\rangle_0\cos^2\omega t + \langle\Delta^2\hat{C}\rangle_0\sin^2\omega t - \frac{1}{2}\langle\{\Delta\hat{S};\ \Delta\hat{C}\}\rangle_0\sin 2\omega t,\end{aligned} \tag{3}$$

где $\langle\ldots\rangle_0$ означает усреднение в начальный момент времени, $\Delta\hat{C} \equiv \hat{C} - \langle\hat{C}\rangle$. Отсюда видно, что задача о нахождении условий «сверхкогерентности» распадается на две:

а. Найти условия, при которых только один оператор фазы, скажем $\langle\Delta^2\hat{C}\rangle_0 < 1/n^2$. Если при этом одновременно $\langle\Delta^2\hat{S}\rangle_0 > 1/n^2$, то в последующие моменты времени $\langle\Delta^2\hat{C}\rangle > \frac{1}{n^2}$.

б. Найти условия, при которых $\langle\Delta^2\hat{C}\rangle_0 \simeq \langle\Delta^2\hat{S}\rangle_0 < 1/n^2$, тогда и в последующие моменты времени $\langle\Delta^2\hat{C}\rangle \simeq \langle\Delta^2\hat{S}\rangle < \frac{1}{n^2}$.

Естественно, вторая задача включает в себя первую. Поэтому сначала рассмотрим при каких условиях

$$\langle\Delta^2\hat{C}\rangle_0 \leqslant 1/n^2, \tag{4}$$

ничего не предполагая о дисперсии оператора $\hat{S}$. Для «сверхкогерентного» состояния $\langle\Delta^2\hat{n}\rangle_0 \simeq n$. Тогда естественно предположить, что

$$\left\langle\frac{1}{\hat{k}}\right\rangle \simeq \left\langle\Delta^2\left(\frac{1}{\sqrt{\hat{k}}}\right)\right\rangle \simeq \frac{1}{n}. \tag{5}$$

Записывая $\hat{x} = \langle\hat{x}\rangle + \Delta\hat{x}$, $1/\sqrt{\hat{k}} = \langle 1/\sqrt{\hat{k}}\rangle + \Delta(1/\sqrt{\hat{k}})$ и подставляя это в (1), а также учитывая (5) и очевидное неравенство

$$\langle\{\hat{u};\ \hat{v}\}\rangle \leqslant 2\sqrt{\langle\hat{u}^2\rangle\langle\hat{v}^2\rangle}, \tag{6}$$

можно показать, что условие (4) выполняется при

$$\langle\hat{x}\rangle_0^2 \leqslant 1/8n \text{ и } \langle\Delta^2\hat{x}\rangle_0 \leqslant 1/8n. \tag{7}$$

Далее выясним, при каких дополнительных условиях $\langle\Delta^2\hat{S}\rangle_0 < \frac{1}{n^2}$.

Можно показать, что при выполнении условий (7)

$$\hat{S} = \hat{y}/\sqrt{\hat{y}^2} + O(\hat{k}^{-5/2}).$$

Тогда дополнительное условие, при котором $\langle\Delta^2\hat{S}\rangle_0 < \frac{1}{n^2}$, запишется

$$\langle\hat{y}/\sqrt{\hat{y}^2}\rangle_0^2 \equiv \langle\operatorname{sign}(\hat{y})\rangle_0^2 \geqslant 1 - \frac{1}{n^2}. \tag{8}$$

Как известно, для когерентного состояния $\langle\Delta^2\hat{x}\rangle = \langle\Delta^2\hat{y}\rangle = 1/4$. Условие (7) означает, что по сравнению с когерентным состоянием

$\langle \Delta^2\hat{x} \rangle_0$ сжато в $2n$ раз. При этом в силу принципа неопределенности $\langle \Delta^2\hat{y} \rangle_0$ увеличено в $2n$ раз. Можно проиллюстрировать полученные результаты с помощью фазовой плоскости. В классической теории

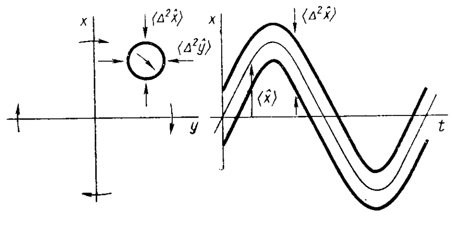

Рис. 1

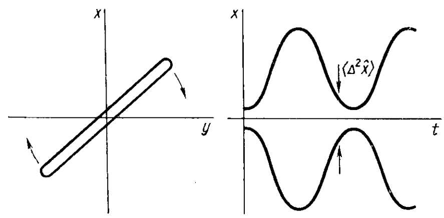

Рис. 2

колебаний состояние гармонического осциллятора описывается точкой на фазовой плоскости, движущейся по окружности. Когерентное состояние отличается тем, что точка «размазана» по площади $\Delta x \Delta y \simeq 1/4$ (рис. 1). Пример состояния, удовлетворяющего условиям (7), приведен на рис. 2, а условиям (7) и (8) на рис. 3.

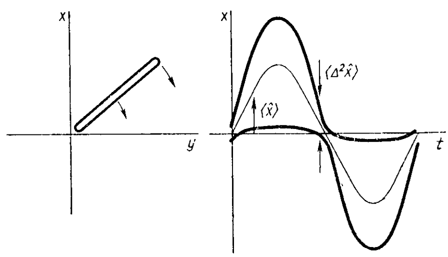

Рис. 3

2. Естественно, возникает вопрос, как измерить фазу «сверхкогерентного» состояния. Из условий (7) ясно, что для измерения фазы с точностью $\Delta C \simeq 1/n$ (ниже упростим обозначения $\Delta C \equiv \sqrt{\langle \Delta^2\hat{C} \rangle}$) надо достаточно быстро измерить координату с точностью $\Delta x = 1/2\sqrt{2n}$, когда $\langle \hat{x} \rangle_0 \leqslant 1/2\sqrt{2n}$.

Предположим, что есть датчик смещения, разрешающий координату с точностью Δx, причем регистрируемый диапазон изменения координаты также равен Δx. Другими словами, такой датчик фиксирует, находится ли измеряемый объект (в нашем случае осциллятор) в области $x_0 \pm \frac{1}{2}\Delta x$ или нет. Поэтому его можно назвать «да-нет детектор». Допустим также, что можно задавать величины x_0 и Δx. Тогда такой «да-нет детектор» можно использовать в качестве измерителя фазы «сверхкогерентного» состояния. Действительно, задав $\Delta x = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}}$; $\alpha \gg 1$, $x_0 = x_p$ (x_p — положение равновесия осциллятора), получим прибор, измеряющий фазу с точностью $\Delta C \simeq \frac{1}{\alpha}$. Естественно, при этом необходимо точно знать x_p, но, как показано в [4], x_p можно сколь угодно точно определить путем предварительного измерения.

В качестве «да-нет детектора» можно использовать емкостный датчик. Известно, что если частота накачки попадает в полосу вымороженного контура (т. е. $\varkappa T_e \ll \hbar\omega_e$, где T_e и ω_e — температура и частота контура), то емкостный датчик за время τ позволяет разрешать смещение [5]

$$\Delta q = \Delta x \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} \simeq \frac{d}{Q_e} \sqrt{\frac{\hbar\omega_e R}{u_0^2 \tau}}, \qquad (9)$$

где d — расстояние между пластинами конденсатора, Q_e, R — добротность и сопротивление контура, u_0 — амплитуда генератора накачки. При этом вносится возмущение импульса согласно принципу неопределенности $\Delta y = \frac{1}{4\Delta x}$. Если частота накачки не попадает в полосу контура, то разрешение смещения в Q_e раз хуже. Поэтому можно считать, что регистрируемый диапазон изменения координаты равен $\frac{d}{Q_e}$. Для того чтобы получился «да-нет детектор» для измерения фазы с точностью $\Delta C \leqslant 1/\alpha$, надо потребовать (см. (9))

$$\frac{\hbar\omega_e R}{u_0^2 \tau} \simeq 1, \quad \frac{d}{Q_e} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega\alpha}},$$

нетрудно показать, что при этом $\tau \gg 1/2\ \alpha\omega$.

Естественно, предложенная процедура измерения может служить также и для создания «сверхкогерентного» состояния, так как она позволяет осуществить условия (7). При этом, правда, нельзя обеспечить дополнительно условия (8).

Автор глубоко благодарен В. Б. Брагинскому за постановку задачи и стимулирующие дискуссии, а также Ю. И. Воронцову и Ф. Я. Халили за обсуждение результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болошин И. А., Герценштейн М. Е. ЖЭТФ, 1978, 75, 1584.
2. Lonisell W. H. «Phys. Lett.», 1963, 7, 60.
3. Carruthers P., Nieto M. «Rev. Mod. Phys.», 1968, 40, N 2, 411.
4. Халили Ф. Я. Канд. дис. МГУ, 1978.
5. Брагинский В. Б. Измерение малых сил в физических экспериментах. М., 1967.

Кафедра физики колебаний

Поступила в редакцию 24.11.78

УДК 778.317:576.311,347.

Э. Л. ХОЛМУХАМЕДОВ, Г. Б. ХОМУТОВ

ЭЛЕКТРОННО-МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАЗМЕРОВ МИТОХОНДРИЙ В ХОДЕ КОЛЕБАНИЙ ИОННЫХ ПОТОКОВ

В настоящее время внимание исследователей, работающих в области биоэнергетики, направлено на выяснение молекулярных механизмов, лежащих в основе возникновения колебательных режимов функционирования митохондрий (МХ) in vitro [1—4]. Анализ имеющихся на сегодняшний день результатов показывает, что одним из необходимых условий возникновения колебательного состояния является движение через мембрану МХ одно- и двухвалентных катионов [3, 4]. Так как внутренняя мембрана МХ осиотически активна, можно