

Соответствующая (16) чувствительность может быть достигнута за  $N = (E_{\text{опт}}/E)^2$  последовательных измерений.

Авторы благодарят профессора В. Б. Брагинского за продуктивное обсуждение результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брагинский В. Б. Физические эксперименты с пробными телами. М., 1970.
2. Гусев А. В., Руденко В. Н. Радиотехника и электроника, 1976, № 9, 1972.
3. Гордиенко Н. В., Гусев А. В., Руденко В. Н. Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ., астроном., 1977, № 2, 50.
4. Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И., Халили Ф. Я. Письма в ЖЭТФ, 1978, 27, 296.
5. Senitsky I. R. Phys. Rev., 1960, 119, N 2, 670.

Поступила в редакцию  
30.03.78

УДК 535.551

Ю. Д. ГОЛЯЕВ, К. Н. ЕВТЮХОВ, Л. Н. КАПЦОВ

### НАВЕДЕННАЯ АНИЗОТРОПИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ АКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ИЗ ГРАНАТА С НЕОДИМОМ

Как известно [1, 2], в активных элементах (АЭ) квантовых генераторов и усилителей на гранате с неодимом при выделении части энергии накачки в виде тепла и охлаждения боковой поверхности АЭ потоком жидкости возникает поле термических напряжений. Эти напряжения обуславливают анизотропию показателя преломления и неоднородное двулучепреломление по сечению АЭ. Наиболее часто используются цилиндрические АЭ, длина которых много больше поперечных размеров. В таких АЭ влияние условий закрепления концов на распределение напряжений мало [2]. Кроме того, условия охлаждения АЭ обычно одинаковы на всей боковой поверхности. Поэтому можно считать, что наведенное двулучепреломление зависит только от поперечных координат и не меняется по длине АЭ.

Ряд исследований [3—6] показал, что неоднородное по сечению двулучепреломление во многом определяет параметры генерируемого или усиливаемого в АЭ излучения. Поэтому точное решение задачи о распределении двулучепреломления по сечению имеет большое практическое значение для оптимизации параметров генераторов и усилителей света.

Для АЭ, имеющих форму цилиндрических стержней, распределение термически наведенного двулучепреломления зависит от ориентации оси цилиндра относительно осей кубической решетки кристалла граната. В работах [1, 2, 7] исследовались стержни с осью, совпадающей с кристаллографическим направлением  $\langle 111 \rangle$ . Для такой ориентации наведенное двулучепреломление зависит от расстояния до оси цилиндра и не зависит от угловых координат. В то же время широко используются АЭ с кристаллографической ориентацией  $\langle 001 \rangle$ . Как показано теоретически в работе [8], в этом случае имеется зависимость наведенного двулучепреломления как от радиальной, так и от угловой координаты. Экспериментально этот вопрос изучен

еще недостаточно. Лишь в работе [9] он исследовался в связи с определением астигматизма тепловой линзы. Отметим, что во всех вышеупомянутых работах учитывался тензорный характер только упруго-оптического эффекта, а при нахождении поля напряжений свойства граната считались изотропными. Основываясь на теории упругости анизотропных сред, можно избежать этого допущения без усложнения расчета.

В настоящей работе производится расчет наведенного двулучепреломления в цилиндрических гранатовых АЭ ориентации  $\langle 001 \rangle$ , оценивается влияние двулучепреломления на эффективность генерации и усиления линейно-поляризованного света и приводятся результаты эксперимента, указывающие на существенную роль исходных напряжений «холодного» АЭ.

Рассмотрим цилиндрический АЭ радиусом  $R$  и длиной  $L$ . Считаем, что на всей боковой поверхности температура  $T_0$  одинакова, а плотность мощности тепловыделения  $P$  постоянна по всему объему стержня. Распределение температуры в таком случае хорошо известно:

$$T(r) = T_0 + \frac{P}{4\kappa} (R^2 - r^2), \quad (1)$$

где  $r$  — расстояние до оси цилиндра;  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности, скалярный для кубических кристаллов. Основной метод расчета температурных напряжений, применяемый в теории упругости анизотропных сред, изложен в [10]. При этом решается система тензорных уравнений упругого равновесия и уравнения совместности деформаций. Ниже мы воспользуемся результатами работы [11], где рассчитаны напряжения в телах цилиндрической формы с параболическим температурным профилем (1).

В локальной системе координат  $O'\xi\eta\zeta$  (рис. 1) тензор напряжений  $\sigma$  диагонален и имеет компоненты:

$$\begin{aligned} \sigma_{\xi\xi} &= \sigma_r = \alpha PR^2 D (\zeta - 1) (2\kappa)^{-1}; \\ \sigma_{\eta\eta} &= \sigma_\varphi = \alpha PR^2 D (3\zeta - 1) (2\kappa)^{-1}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\sigma_{zz} = \sigma_z = (0,125 - s_{12}D) \alpha PR^2 (2\zeta - 1) (s_{11}\kappa)^{-1},$$

где  $\zeta = r^2/R^2$ ;  $D = (s_{11} - s_{12})(6s_{11}^2 - 8s_{12}^2 + 2s_{11}s_{12} + s_{11}s_{44})^{-1}$ ;  $s_{11}$ ,  $s_{12}$ ,  $s_{44}$  — константы упругой податливости,  $\alpha$  — коэффициент теплового расширения.

Отметим, что численные значения напряжений, рассчитанные по формулам (2), на 30% меньше рассчитанных по формулам теории упругости изотропных сред [9]. Это отличие может оказаться существенным в случае определения разрушающих напряжений при больших уровнях накачки.

Зная распределение термических напряжений, по обычной методике (см., например, [2]) можно определить локальные изменения оптической индикатрисы. В результате получим, что тензор приращений коэффициентов оптической индикатрисы в системе  $O'\xi\eta\zeta$  будет иметь вид:

$$\Delta B = \begin{pmatrix} \Delta B_{rr} & \Delta B_{r\varphi} & 0 \\ \Delta B_{r\varphi} & \Delta B_{\varphi\varphi} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta B_{zz} \end{pmatrix}.$$

где отличные от нуля компоненты таковы:

$$\begin{aligned} \Delta B_{rr} &= \sigma_z \pi_{12} + \frac{1}{4} \cos 4\varphi [(\pi_{12} + \pi_{44} - \pi_{11})(\sigma_\varphi - \sigma_r) + \\ &+ \sigma_r (3\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44}) + \sigma_\varphi (3\pi_{12} + \pi_{11} - \pi_{44})]; \\ \Delta E_{\varphi\varphi} &= \sigma_z \pi_{12} + \frac{1}{4} \cos 4\varphi [(\pi_{12} + \pi_{44} - \pi_{11})(\sigma_r - \sigma_\varphi) + \\ &+ \sigma_r (3\pi_{12} + \pi_{11} - \pi_{44}) + \sigma_\varphi (3\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44})]; \\ \Delta B_{r\varphi} &= \left(\frac{1}{4}\right) \sin 4\varphi (\pi_{44} + \pi_{12} - \pi_{11})(\sigma_r - \sigma_\varphi); \\ \Delta B_{zz} &= \pi_{11} \sigma_{zz} + \pi_{12} (\sigma_r + \sigma_\varphi). \end{aligned} \quad (3)$$

Входящие в эти формулы податливости  $\sigma_\varphi$ ,  $\sigma_r$  и  $\sigma_z$  и пьезооптические коэффициенты  $\pi_{ij}$  можно вычислить по известным из литературы константам упругой жесткости и упругооптическим коэффициентам [2]:

$$\begin{aligned} s_{11} &= 3,591 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}; \quad s_{12} = -0,897 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}; \\ s_{44} &= 8,688 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}; \quad \pi_{11} = -0,1205 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}; \\ \pi_{12} &= 0,05053 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}; \quad \pi_{44} = -0,5343 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{Н}. \end{aligned}$$

Из (3) следует, что оптически изотропный в «холодном» состоянии кристалл граната под влиянием накачки становится двуосным. Для лучей, распространяющихся вдоль оси  $z$ , двулучепреломление определяется длинами и положением полуосей эллипса, получающегося при сечении оптической индикатрисы плоскостью  $z=0$ . Угол  $\chi$  между осью  $O'\xi$  и ближайшей к ней полуосью эллипса находится из уравнения

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\chi &= \frac{2\Delta B_{r\varphi}}{\Delta B_{rr} - \Delta B_{\varphi\varphi}} = \frac{\sin 4\varphi}{\Pi_1/\Pi_2 - \cos 4\varphi}; \\ -45^\circ &\leq \chi \leq 45^\circ, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\Pi_1 = \pi_{44} + \pi_{11} - \pi_{12}$ ;  $\Pi_2 = \pi_{44} + \pi_{12} - \pi_{11}$ . Максимальное отклонение осей эллипса от осей локальной системы координат составляет  $\sim 15,5^\circ$  при  $\varphi \simeq 14,8^\circ + n(\pi/2)$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ). Примерная ориентация осей эллипса в одном из квадрантов показана на рис. 1. Набег фазы  $\theta$  между волнами с линейными поляризациями, направленными по осям эллипса, при прохождении ими по всей длине АЭ определяется формулой:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\pi n^3 a D \xi}{2\lambda k} \sqrt{\Pi_1^2 + \Pi_2^2 - 2\Pi_1\Pi_2 \cos 4\varphi} = \\ &= 2\xi A(4\varphi), \end{aligned} \quad (5)$$

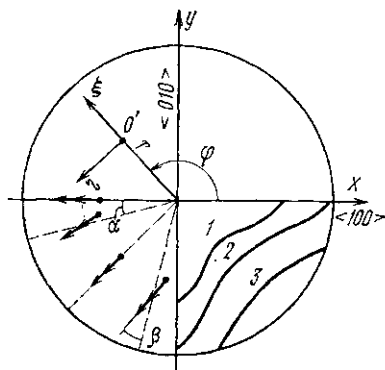


Рис. Расположение используемых координатных осей (1-й, 2-й квадранты); положение одной из осей оптической индикатрисы в зависимости от угловой координаты (3-й квадрант); линии равного фазового набег (4-й квадрант).  $\alpha=14,8^\circ$ ,  $\beta=15,5^\circ$

где  $\mathcal{P} = \pi LR^2 P$  — полная тепловая мощность, выделяющаяся во всем АЭ;  $\lambda$  — длина волны проходящего света. Из (5) следует, что знак двулучепреломления одинаков по всему поперечному сечению. Подставляя в (5) числовые значения, для излучения с длиной волны  $\lambda = 1,06$  мкм получаем:

$$\begin{aligned} \theta(\varphi_{\max}) &\cong 0,101 (r^2/R^2) \mathcal{P} \text{ рад/Вт}; \\ \theta(\varphi_{\min}) &\cong 0,032 (r^2/R^2) \mathcal{P} \text{ рад/Вт}; \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\varphi_{\max} = \pi/4 + k\pi/2$ ;  $\varphi_{\min} = k\pi/2$  ( $k=0, 1, 2, 3$ ). По данным [1] тепловая мощность, выделяющаяся в АЭ из граната с неодимом, может достигать 5—7% от электрической мощности, подводимой к газоразрядной лампе накачки. При этом, как следует из (6), при типичных для непрерывных лазеров накачках в 2—3 кВт на краю АЭ набег фазы может достигать нескольких радиан. В качестве примера на рис. 1 в четвертом квадранте изображены линии равного набега фазы  $\theta = \pi/2, \pi, 2\pi$  для света с длиной волны  $\lambda = 1,06$  мкм при мощности тепловыделения  $\mathcal{P} = 100$  Вт.

Оценим одно из возможных влияний неоднородного двулучепреломления на генерацию или усиление излучения. Во многих случаях для получения линейно-поляризованного излучения рядом с АЭ генератора или усилителя помещают поляризатор. Оценим, какая часть энергии пучка линейно-поляризованного света, пройдя через АЭ с неоднородной анизотропией, описываемой формулами (4) и (5), перейдет в энергию волны, поляризованной перпендикулярно исходной и поглощаемой или выводимой из пучка поляроидом. Считаем интенсивность падающей на АЭ волны постоянной по сечению пучка радиусом  $R_n \ll R$ . Пусть плоскость поляризации света, падающего на АЭ (плоскость пропускания поляризатора), составляет угол  $\gamma$  с направлением  $\langle 001 \rangle$ . Тогда после прохождения пучком АЭ мощность волны, поляризованной перпендикулярно исходной, равна:

$$\begin{aligned} W_{\perp} &= I_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{R_n} \sin^2 2[\varphi + \chi(\varphi) - \gamma] \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) r dr d\varphi = \\ &= \frac{R_n^2 I_0}{8} [a(\xi) + b(\xi) \cos 4\gamma], \end{aligned}$$

где  $\xi = (R_n/R)^2$ ;  $R_n$  — радиус пучка;  $I_0$  — интенсивность в падающем луче.

$$\begin{aligned} a(\xi) &= 2\pi - \int_0^{\pi} \sin [2\xi A(\psi)] \cdot [\xi A(\psi)]^{-1} d\psi; \\ b(\xi) &= \int_0^{\pi} \cos [\varphi + \chi(\varphi)] \left\{ \frac{\sin 2\xi A(\psi)}{\xi A(\psi)} - 2 \right\} d\psi. \end{aligned}$$

Нужно учесть, что если в кольцевом лазере или однопроходном усилителе волна проходит через АЭ один раз, то в линейном лазере — два раза, что равносильно удвоению выделяющейся тепловой мощности. Относительные потери  $\delta = W_{\perp}/W_0 = [a(\xi) + b(\xi) \cos 4\gamma]/8\pi$  макси-

мальны при совпадении плоскости пропускания поляризатора с одним из направлений:  $\langle 100 \rangle$  или  $\langle 010 \rangle$ , т. е. при  $\varphi = k\pi/2$ , и минимальны при  $\varphi = \pi/4 + k\pi/2$ . Выигрыш в энергии поляризованного света при правильном расположении поляризатора можно характеризовать величиной  $\rho = \left( \frac{1 - \delta_{\min}}{1 - \delta_{\max}} - 1 \right) \cdot 100\%$ . Зависимость  $\rho$  от отношения  $R_{\parallel}/R$  для света с  $\lambda = 1,06$  мкм представлена на рис. 2. Максимальные потери имеют место при  $R_{\parallel}/R \approx 0,7$  и составляют 22%. Выигрыш в мощности линейно-поляризованного света при  $R_{\parallel}/R > 0,5$  составляет 15—20%. При генерации и усилении основной поперечной моды с гауссовским распределением интенсивности по сечению сильное двулучепреломление на краю АЭ будет существенно меньше на получение линейно-поляризованного света.

Измерение параметров двулучепреломления в АЭ проводилось для нескольких образцов, отличающихся размерами, оптическим качеством и вставленных в осветители различных конструкций. Накачка по сечению АЭ распределялась приблизительно равномерно. Для определения положений осей индикатрисы применялось фотографирование коноскопических картин. Для этого АЭ, смонтированный в блок осветителя с лампой накачки непрерывного действия, помещался между двумя скрещенными поляроидами, которые как одно целое могли вращаться вокруг оси, и просвечивался пучком красного света от гелий-неонового лазера. Направления концов темной крестообразной фигуры — изогирь — определяют угловые координаты тех точек, в которых одна из осей индикатрисы параллельна плоскости пропускания первого поляроида.

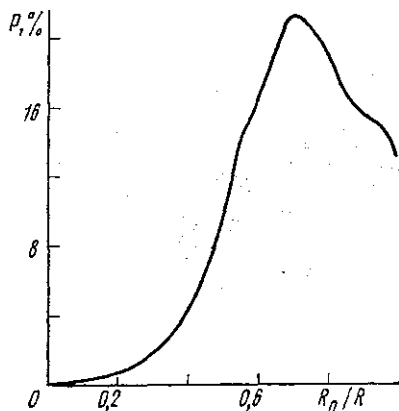


Рис. 2. Выигрыш в энергии линейно-поляризованного света при оптимизации положения АЭ в зависимости от радиуса пучка света ( $P = 100$  Вт)

Для определения набега фазы  $\theta$  различные участки АЭ просвечивались тонким ( $\phi \sim 0,5$  мм) лучом плоскополяризованного света от He—Ne лазера ( $\lambda = 0,63$  мкм) или от непрерывного лазера на гранате с неодимом ( $\lambda = 1,06$  мкм). По эллиптичности поляризации света, вышедшего из АЭ, рассчитывалась величина  $\theta$ . На рис. 3 представлены типичные коноскопические картины для двух образцов АЭ. Образец 1 имел больший объем, чем образец 2, и был вставлен в блок осветителя с более эффективным отражателем. Двулучепреломление в образце 1 достигало большей величины, о чем свидетельствует появление изохром с набегом фазы  $360^\circ$  при накачке, превышающей 1,5 кВт. Наблюдение коноскопических картин нескольких образцов показало, что все образцы имеют заметную анизотропию и в ненагретом состоянии. На рис. 4 приведена теоретическая зависимость положения осей индикатрисы  $\Phi$  от угловой координаты  $\varphi$  и соответствующие экспериментальные данные для образцов 1 и 2 при равных уровнях накачки, а также для образца 1 в «холодном» состоянии. Видно, что зависимость  $\Phi = \Phi(\varphi)$  для «ненакачанного» АЭ имеет форму кривой, рассчитанной при наличии параболического температурного профиля. Этот результат подтверждается измерениями с другими образ-

цами. По-видимому, это явление обуславливается наличием остаточных напряжений, возникших при выращивании и отжиге АЭ. То, что распределение двулучепреломления в «накачанном» АЭ сохраняется и в «холодном» состоянии, позволяет производить ориентацию и установку АЭ в желаемое положение без включения накачки — по коноскопическим картинам от юстировочного He—Ne лазера.

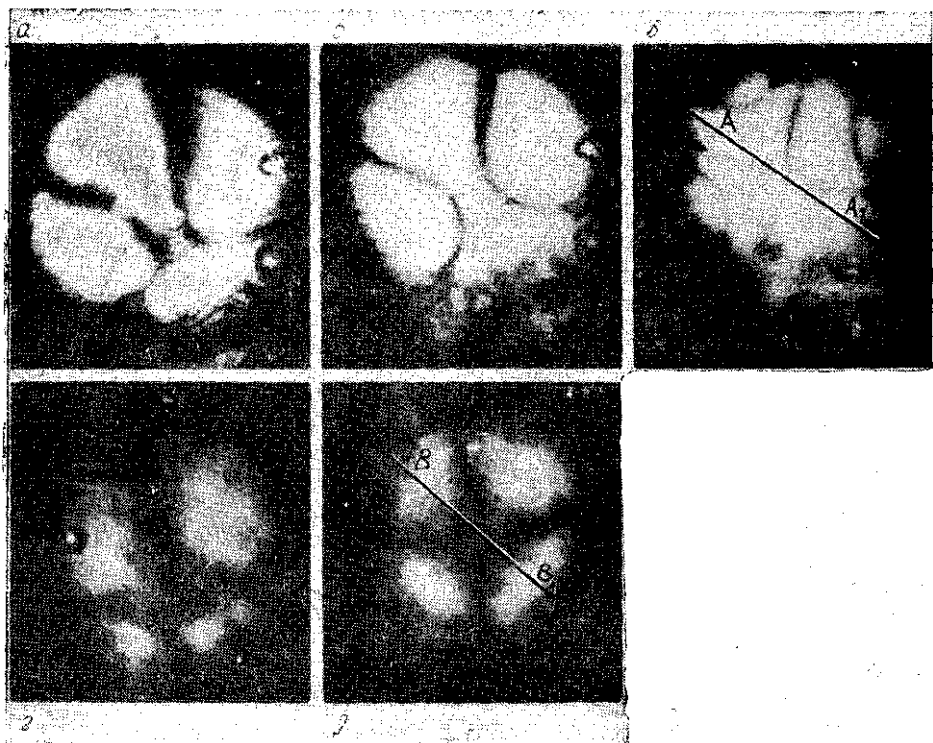


Рис. 3. Коноскопические картины двух образцов АЭ. Образец 1: без накачки (а), с электрической мощностью, подводимой к лампе накачки 1 кВт (б) и 2 кВт (в); образец 2: без накачки (z), с накачкой 2 кВт (д)

На рис. 5 приведены результаты экспериментального измерения набега фазы для тех же образцов, полученные при перемещении пробного луча по линиям АА и ВВ, показанным на рис. 3, и при равных уровнях накачки. Из рисунка видно, что асимметрия напряжений в холодном образце 1 сказывается и при включении накачки, тогда как для образца 2 с меньшими и симметричными исходными напряжениями распределение набега фазы в нагретом состоянии имеет параболический вид, как это и следует из теории. Из подобных измерений можно определить коэффициент преобразования электрической мощности, подводимой к лампе накачки, в мощность тепловыделения в АЭ. В данном случае этот коэффициент был равен 2% для образца 1 и 0,6% для образца 2. Из подобных измерений, сделанных с несколькими АЭ, следует, что коэффициент преобразования энергии накачки в тепло мало зависит от их объема. Так, при уменьшении объема в два раза коэффициент изменился от 0,6 до 0,55%.

Таким образом, в данной работе получены и проверены экспериментально формулы, описывающие распределение термически наведенного двулучепреломления по сечению АЭ с ориентацией  $\langle 001 \rangle$ . Оце-

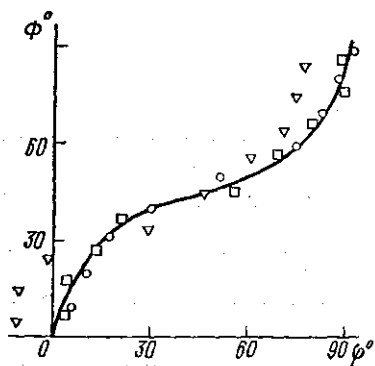


Рис. 4. Поворот оси индикатрисы относительно направления  $\langle 100 \rangle$  в зависимости от угловой координаты  $\phi$ . Сплошная линия — теоретическая;  $\nabla$  — образец 1 без накачки,  $\circ$ ,  $\square$  — образцы 1 и 2 (соответственно) при накачке 2 кВТ

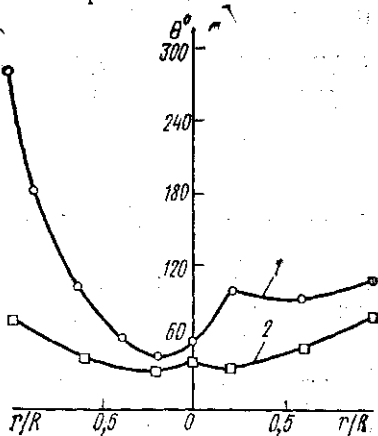


Рис. 5. Изменение набега фазы  $\theta$  по сечению АЭ для света с длиной волны  $\lambda = 1,06$  мкм. 1 — образец 1; 2 — образец 2. Накачка — 2 кВТ

нено деполаризующее влияние такого АЭ на генерацию линейно-поляризованного света. Обнаружено, что распределение исходных напряжений «холодного» АЭ подобно распределению напряжений в «горячем» АЭ, что может послужить основой способа определения оптимальной ориентации элемента в резонаторе.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коешнер W. Appl. Opt., 1970, 9, 1429.
2. Foster J. D., Osterink L. M. J. Appl. Phys., 1970, 41, 3656.
3. Quelle F. M. Appl. Opt., 1966, 5, 621.
4. Мак А. А., Митькин В. М., Сомс Л. Н. Оптика и спектроскопия, 1972, XXXIII, 996.
5. Конвисар П. Г., Рустамов С. Р., Фомичев А. А. Квантовая электроника, 1974, 1, 667.
6. Михалевиц В. Г., Шипуло Г. П. Квантовая электроника, 1974, 1, 207.
7. Коешнер W. Appl. Opt., 1970, 9, 2548.
8. Коешнер W. Rice D. K. J. Opt. Soc. Amer., 1971, 61, 758.
9. Дмитриев В. Г., Уманский Б. М., Шкунов Н. В. Квантовая электроника, 1971, 2, 80.
10. Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики. М., 1975.
11. Сиротин Ю. И. Кристаллография, 1956, 1, 708.

Поступила в редакцию  
05.04.78