5. Орлова М. П. Низкотемпературная термометрия. М., 1975.
6. Cataland G., Hudson R. P., Mansum B. W. NBS Technical Note, 1974, N 830.
7. Cutaland G., Plumb H. H. NBS Technical Note, 1973, N 765.
8. Weyhman W. In: Methods of Experimental Physics. N. Y., 1974, vol. 11, ch. 9.
9. International conf. Low Temperatur Physics LT-13. Boulder, 1974.
10. Temperature. Its Measurement and Control in Science and Industry, vol. 4. Pittsburg, 1972.
11. Hudson R. P. Prinsiples and Applications of Magnetic Cooling. Amsterdam—London, 1972.
12. Осика В. И. Канд. дисс. М., 1971.
13. Шапошников И. Г., 1947, ЖЭТФ, 17, 224.
14. Tinkham M. Introduction to superconductivity. N. Y., 1975.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика, ч. 1. М., 1976.
16. Voss R. F., Clarke J. Phys. Rev. B., 1976, 13, 556.

Поступила в редакцию
05.05.78

УДК 530.145:621.385.6

Ф. А. КОРОЛЕВ, А. В. ТУЛУПОВ

ТЕОРИЯ ВЫНУЖДЕННОГО СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОМ СЛУЧАЕ

В настоящее время релятивистские электронные потоки стали перспективными источниками излучения большой мощности в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн. Теория приборов, использующих релятивистские электронные потоки, развивается преимущественно классическими методами, использующими зачастую численное интегрирование на ЭВМ. Однако, как отмечено в [1] в связи с рассмотрением теории синхротронного излучения, весьма полезными являются квантовые аналитические методы. На наш взгляд, построение квантовой теории вынужденного синхротронного излучения, применяющегося в ряде современных генераторов когерентного электромагнитного излучения, является закономерным развитием фундаментальных работ по синхротронному излучению [1—3], позволяющим получить ясную физическую картину процессов, происходящих в приборах с винтовыми электронными потоками (как слаборелятивистскими, так и ультрарелятивистскими), показать их аналогию с квантовыми генераторами оптического и СВЧ-диапазонов.

Кроме того, этот метод дает возможность получить важные расчетные формулы, необходимые при последовательной постановке эксперимента.

Рассмотрим вынужденное излучение релятивистского электрона, движущегося по винтовой траектории в постоянном и однородном магнитном поле $\mathbf{H}=\{0, 0, H\}$ и взаимодействующего с внешней электромагнитной волной.

Энергетический спектр электрона в данном случае дается выражением [1]:

$$W_n = c\hbar K_n = c\hbar\sqrt{k_0^2+4\gamma n+k_z}, \qquad (1)$$

где $k_0=\frac{m_0c}{\hbar}$, $\gamma=\frac{eH}{2c\hbar}$, k_z — импульс электрона вдоль поля, n —

главное квантовое число ($n=0, 1, 2, \ldots$). Используя (1), определим выражение для собственных частот вращающегося электрона:

$$\omega_{n,n'} = \frac{W_n - W_{n'}}{\hbar}. \tag{2}$$

Подставим (1) в (2) и разложим по отношению ν/n ($n \gg 1$, $\nu = n - n' \ll n$), что эквивалентно разложению по постоянной Планка $\hbar$. Будем удерживать всюду члены порядка ν/n не выше первого. Тогда получим

$$\omega_{n,n-\nu} = \frac{\nu\omega_c}{1-\beta_{\parallel}\cos\theta}\left(1 + \frac{\nu}{4n}\beta_{\perp}^2 \frac{\sin^2\theta}{(1-\beta_{\parallel}\cos\theta)^2}\right), \tag{3}$$

где $\omega_c = \Omega\frac{m_0c^2}{W}$, $\Omega = \frac{eH}{m_0c}$ — нерелятивистская циклотронная частота, $c\beta_{\perp}$ и $c\beta_{\parallel}$ — перпендикулярная и параллельная по отношению к магнитному полю составляющие скорости электрона, θ — угол падения электромагнитной волны в сферической системе координат. При выводе (3) нами был учтен закон сохранения импульса $k_z - k_{z'} = \varkappa_{n,n'}\cos\theta$.

Формула (3) при $\beta_{\parallel}=0$ совпадает с соответствующей формулой (7) работы [4], а при $\beta_{\parallel}=0$ и $\theta \sim \pi/2$ с формулой (7) работы [5].

Наибольший интерес представляет рассмотрение ультрарелятивистского случая $W \gg m_0c^2$ и $\beta_{\perp}^2 \ll \beta_{\parallel}^2$, $\beta_{\parallel} \sim 1$. Учитывая, что спонтанное излучение таких электронов происходит под малым углом $\theta \sim \frac{m_0c^2}{W} \ll 1$, получим $\cos\theta \simeq 1$, $\sin\theta \sim \theta \sim \frac{m_0c_2}{W}$. Кроме того, поскольку $\beta_{\perp}^2 \ll \beta_{\parallel}^2$, то для $\beta_{\parallel}$ можно записать $\beta_{\parallel} \simeq 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{m_0c^2}{W}\right)^2$.

Тогда выражение для собственных частот излучения системы (3) принимает вид

$$\omega_{n,n-\nu} = 2\Omega\nu\frac{W}{m_0c^2}\left(1 + 2\nu\frac{\hbar\Omega}{m_0c^2}\right). \tag{4}$$

Из (4) видно, что в ультрарелятивистском случае $W \gg m_0c^2$ собственная частота излучения $\omega_{n,n-\nu}$ будет значительно превышать нерелятивистскую циклотронную частоту. Так при $H=50$ кЭ $\nu=1$, $\Omega \simeq 880$ ГГц ($\lambda=2{,}14$ мм), тогда как для $W=10$ МэВ $\omega_{n,n-1} \simeq 57\,000$ ГГц ($\lambda=0{,}033$ мм), а для $W=50$ МэВ $\omega_{n,n-1} \simeq 289\,000$ ГГц ($\lambda=0{,}007$ мм). Таким образом, в рассматриваемом диапазоне энергий собственные частоты излучения электрона сдвигаются в субмиллиметровую и инфракрасную область спектра, что позволяет использовать потоки ультрарелятивистских электронов для генерации мощного электромагнитного излучения в указанных областях спектра.

Согласно общим методам квантовой электродинамики [3] выражение для вероятности вынужденных переходов электрона из состояния с энергией W_n в состояние $W_{n'}$ имеет вид

$$w_{n,n'} = \frac{2\pi e^2cN(\varkappa)}{\hbar L^3\varkappa}\left[(\bar{\alpha}^+\bar{\alpha}) - (\bar{\alpha}^+\varkappa^\circ)(\bar{\alpha}\varkappa^\circ)\right]\frac{\partial}{\partial t}\left|\int_0^t e^{-ict(\varkappa_{n,n'}-\varkappa)}\,dt\right|^2, \tag{5}$$

где $N(\varkappa)$ — число фотонов падающей волны частоты $\omega = c\varkappa$, α — матричный элемент матриц Дирака, $\varkappa^\circ = \varkappa/|\varkappa|$.

Предположим, что внешняя электромагнитная волна линейно поляризована и вектор электрического поля волны направлен по радиусу к центру орбиты вращения электрона (σ-компонента), и, кроме того, учтем наличие затухания в системе, вызванного конечным временем пребывания электрона в начальном состоянии (в среднем равным $\tau/2$), с помощью введения обрывающего временного фактора $e^{-t/\tau}$ в интеграл формулы (5). Тогда для промежутков времени $t \gg \tau$ выражение (5) принимает вид [3]

$$w_{n,n'} = \frac{2\pi c e^2 N(\varkappa)}{\hbar L^3 \varkappa} (\overline{\alpha}_1^+ \overline{\alpha}_1) \frac{2\tau}{\tau^2 (\omega_{n,n'} - \omega)^2 + 1}, \tag{6}$$

где $\overline{\alpha}_1$ — матричный элемент матрицы Дирака α_1:

$$\overline{\alpha}_1 = \int \psi_{n'}^+ e^{-i\varkappa r} \alpha_1 \psi_n d^3x. \tag{7}$$

Используя выражение для волновых функций электрона, полученное в [3], нетрудно найти явное выражение для $\overline{\alpha}_1$. Далее суммируя по всем радиальным переходам, получим выражение для $\overline{\alpha_1^+ \alpha_1}$:

$$\overline{\alpha}_1^+ \overline{\alpha}_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{KK' - k_0^2 - k_z k_{z'}}{2KK'} (I_{n,n'-1}^2 + I_{n-1,n'}^2) - \frac{4\gamma \sqrt{nn'}}{KK'} \cdot I_{n,n'-1} \cdot I_{n-1,n'} \right], \tag{8}$$

где $K \equiv K_n$, $K' \equiv K_{n'}$, $I_{n,n'} = I_{n,n'}(y)$ — функции, выражающиеся через обобщенные полиномы Лагерра, $y = \varkappa^2 \sin^2\theta / 4\gamma$.

Раскладывая коэффициенты в (8) по отношению ν/n и сохраняя лишь линейные члены в разложении, получим

$$\overline{\alpha}_1^+ \overline{\alpha}_1 = \frac{\beta_\perp^2}{4} \left[1 - \frac{\nu}{2n} \left(1 \pm \frac{\beta_\perp^2}{1 - \beta_\parallel \cos\theta} \right) \right] R_{n,n\mp\nu}^2. \tag{9}$$

Здесь $R_{n,n'} = I_{n,n'-1}(y) - I_{n-1,n'}(y)$, и знак «—» соответствует вынужденному излучению, а «+» — вынужденному поглощению.

Теперь можно записать выражение для мощности переходов системы под действием внешнего электромагнитного поля:

$$P_n = \hbar\omega (w_{n,n+\nu} - w_{n,n-\nu}). \tag{10}$$

С учетом (6) и (9) выражение (10) принимает вид

$$P_n = \hbar\omega \frac{2\pi c e^2 N(\varkappa)}{\hbar L^3 \varkappa} \frac{\beta_\perp^2}{4} 2\tau n S_1, \tag{11}$$

где

$$S_1 = \frac{\left[1 + \frac{\nu}{2n} \left(1 - \frac{\beta_\perp^2}{1 - \beta_\parallel \cos\theta} \right) \right] R_{n,n+\nu}^2}{\tau^2 (\omega_{n,n+\nu} - \omega)^2 + 1} - \frac{\left[1 - \frac{\nu}{2n} \left(1 - \frac{\beta_\perp^2}{1 - \beta_\parallel \cos\theta} \right) \right] R_{n,n-\nu}^2}{\tau^2 (\omega_{n,n+\nu} - \omega)^2 + 1}. \tag{12}$$

Представим знаменатель формулы (12) в виде

$$\tau (\omega_{n,n-\nu} - \omega) = \tau (\omega_{n,n+\nu} - \omega) + \tau (\omega_{n,n-\nu} - \omega_{n,n+\nu}) \simeq x + \frac{\nu}{2n} \tau Q \beta_\perp^2, \tag{13}$$

где $Q = \nu \dfrac{\omega_c \sin^2\theta}{(1-\beta_{\parallel}\cos\theta)^2}$.

Кроме того, применим аппроксимацию полиномов Лагерра функциями Бесселя [6]:

$$I_{n,n'}(y) \simeq J_\nu(\sqrt{y}\,(\sqrt{n}+\sqrt{n'})).$$

Тогда с точностью до ν/n:

$$R^2_{n,n\mp\nu}(y) = 4J_\nu'^2(2\sqrt{yn})\left[1 \mp \frac{\nu\sqrt{yn}}{n}\,\frac{J_\nu''(2\sqrt{yn})}{J_\nu'(2\sqrt{yn})}\right]. \tag{14}$$

Подставляя (13), (14) в выражение (12) и учитывая, что

$$z = 2\sqrt{yn} = \frac{\omega}{\omega_c}\,\beta_\perp \sin\theta,$$

получим

$$S_1 = \frac{4\nu J_\nu'^2(z)}{n(1+x^2)}\left[\frac{\nu^2-z^2}{z}\,\frac{J_\nu(z)}{J_\nu'(z)} - \frac{\beta_\perp^2}{1-\beta_{\parallel}\cos\theta} + \frac{\beta_\perp^2 xQ\tau}{1+x^2}\right]. \tag{15}$$

Преобразуем коэффициент в (11), учитывая выражение для плотности энергии электромагнитного поля:

$$\frac{E^2}{4\pi} = \frac{\hbar c\varkappa N(\varkappa)}{L^3},$$

где E — амплитуда электрического поля волны.

Тогда выражение для P_n примет вид

$$P_n = \frac{2e^2E^2c^2\tau}{W}\,\frac{\nu\omega_c}{\omega}\,S', \tag{16}$$

где

$$S = \frac{J_\nu'^2(z)}{1+x^2}\left[\frac{\nu^2-z^2}{z}\,\frac{J_\nu(z)}{J_\nu'(z)} - \frac{\beta_\perp^2}{1-\beta_{\parallel}\cos\theta} + \frac{\beta_\perp^2 xQ\tau}{1+x^2}\right]; \tag{17}$$

$$z = \frac{\omega}{\omega_c}\,\beta_\perp \sin\theta, \quad Q = \frac{\nu\omega_c \sin^2\theta}{(1-\beta_{\parallel}\cos\theta)^2}.$$

Полученная формула справедлива для любого номера гармоники ν и для любых энергий электрона.

Представляется интересным сравнить формулы (16), (17) с результатами, полученными в рамках классической теории [7]. Как и следовало ожидать, (16), (17) хорошо согласуются с соответствующими выражениями работы [7]. Некоторое отличие в третьем слагаемом (17) связано с различным определением собственных частот излучения системы. С другой стороны, результаты квантовомеханического рассмотрения с учетом предположений, сделанных в [5], $\left(\beta_{\parallel}=0,\ \theta \sim \dfrac{\pi}{2},\ \omega \simeq \nu\omega_c\right)$ полностью совпадают с формулами (16), (17), взятыми при тех же условиях.

В слаборелятивистском приближении (16) переходит в известную формулу Шнайдера [8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М., 1974.
2. Синхротронное излучение. Под ред. Соколова А. А. и Тернова И. М. М., 1966.
3. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. М., 1958.
4. Тернов И. М., Халилов В. Р. Изв. вузов. Физика, 1967, № 5, 43.
5. Соколов А. А., Тернов И. М. ДАН СССР, 1966, 166, 1332.
6. Соколов А. А., Тернов И. М. ЖЭТФ, 1953, 25, 698.
7. Гальцов Д. В., Павленко Ю. Т. Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1968, № 3, 114.
8. Schneider J. Phys., Rev. Let., 1959, 2, 504.

Поступила в редакцию
08.07.78

УДК 535.376

Т. С. БЕССОНОВА, А. И. СОБКО

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ РАДИОЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ И КОНЦЕНТРАЦИЮ ЦЕНТРОВ ОКРАСКИ КРИСТАЛЛОВ РУБИНА

В работах [1—4] приведены результаты экспериментов и некоторые теоретические расчеты, касающиеся выяснения зависимости интенсивности радиолюминесценции (РЛ) рубина в R-линиях от концентрации хрома в образцах и температуры облучения. В предыдущей публикации [4] нами были рассмотрены электронно-дырочные процессы в кристаллах рубина на основе привлечения двухуровневой зонной схемы, которая позволяет интерпретировать температурную зависимость РЛ в сильноконцентрированных образцах. Там же было отмечено, что двухуровневая модель не объясняет наблюдавшегося снижения уровня РЛ в R-линиях при длительном низкотемпературном облучении. В настоящей работе сделана попытка рассмотреть электронно-дырочные процессы в рубине, используя трехуровневую схему с двумя электронными и одним дырочным уровнями. При этом добавочный электронный уровень считаем принадлежащим центру синего свечения, рекомбинацией зарядов на котором, как указывалось в [4], в слабоконцентрированном рубине нельзя пренебречь. Итак, полагаем, что уровни ν и ν_1 связаны с наличием хрома в образцах, а уровень ν_2 и есть уровень центра синего свечения, т. е. рекомбинация свободной дырки с локализованным на уровне электроном дает РЛ в синей области. Такой механизм синего свечения вытекает из данных по зависимости кинетики радиолюминесценции от окислительно-восстановительных условий термообработки образцов [5].

Физические принципы используемой модели подробно обсуждены в работе [4]. Смысл всех параметров, характеризующих ловушку ν_2, тот же, что и соответствующих параметров ловушки ν_1. Как и раньше, рассматривая радиолюминесцентные свойства рубина, будем учитывать и некоторые особенности его радиационного окрашивания. Напомним, что интенсивность наведенного поглощения (НП) у образцов слабоконцентрированного рубина при температуре жидкого азота ($T_а$) ниже, чем при комнатной температуре ($T_к$). Интенсивность же РЛ в R-линиях при охлаждении испытывает скачок, обусловленный изменением вероятности внутрицентровых излучательных переходов, а затем в процессе облучения при $T_а$ медленно падает, что связано