Нетрудно понять, что члены, входящие в сумму

$$[\mathrm{ch}(\beta\, \mathbf{xS}) - 1]\, \varkappa^- = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\beta^{2l}}{2l!}\, \varkappa_{k_1 \ldots k_{2l}}^{-\gamma(k)}(\mathbf{x})\, x_{k_1} \ldots x_{k_{2l}},$$

относятся к тому типу членов, которые входят в $D_-^{+}(\mathbf{u}, \mathbf{x}) + D_+^{-}(\mathbf{u}, \mathbf{x})$, т. е. которые стоят в левой части равенств (17), (18). Применяя эти равенства, имеем

$$(\mathrm{ch}\, z - 1)\, \varkappa^- = -\, \mathrm{th}\,(z/2)(\mathrm{ch}\, z - 1)\, \varkappa^-.$$

Аналогичным же образом получаем

$$\mathrm{sh}\, z \cdot \varkappa^+ = -\, \mathrm{th}\,(z/2)\, \mathrm{sh}\, z \cdot \varkappa^+,$$

что равно $-(\mathrm{ch} z - 1)\varkappa^+$ и сокращается с соответствующим членом в (43). Учитывая также, что $\mathrm{sh}\, z = \mathrm{th}(z/2)(\mathrm{ch}\, z + 1)$ из (43), находим $\mathrm{th}(z/2)\varkappa^- = 0$, что эквивалентно (19).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стратонович Р. Л. О важнейших соотношениях нелинейной термодинамики необратимых процессов.— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1967, № 4, 84—89.
2. Пригожин И. Введение в термодинамику необратимых процессов. М., 1960, 127с.
3. Стратонович Р. Л. Флуктуационно-диссипационная термодинамика с временно-четными и временно-нечетными переменными (I).— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1970, № 5, 479—486. (II) — Там же, № 6, 699—705.
4. Стратонович Р. Л. Тепловые шумы нелинейных сопротивлений.— Изв. вузов, Радиофизика, 1970, XIII, № 10, 1512—1522.
5. Бочков Г. Н., Кузовлев Ю. Е. К общей теории тепловых флуктуаций в нелинейных системах.— ЖЭТФ, 1977, 72, 238—247.
6. Стратонович Р. Л. К термодинамике нелинейных флуктуационно-диссипационных процессов.— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1962, № 5, 16—29.

Поступила в редакцию
06.06.78

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1980, Т. 21, № 2

УДК 536.33:537.871

С. Н. ЛУЗГИН

ОХЛАЖДЕНИЕ ГАЗА РЕЗОНАНСНЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ В УСЛОВИЯХ НАСЫЩЕНИЯ

В резонансном электромагнитном поле на атом действует сила светового давления, обусловленная рассеянием на нем квантов света [1, 2]. Ханшем и Шавловым [3] впервые было обращено внимание на возможность использования этой силы для охлаждения разреженных газов. Охлаждение, имеющее место в случае, когда частота поля ω меньше частоты рабочего перехода ω_{ab}, является следствием резонансной зависимости силы давления от скорости атомов. При $\omega<\omega_{ab}$ сила давления больше для атомов, движущихся навстречу волне, чем для атомов, имеющих с ней одно направление движения. Следовательно, атомы в среднем будут более замедляться, чем ускоряться. Отбираемая от них энергия уносится рассеянными фотонами, имеющими в среднем частоту перехода, большую, таким образом, чем частота поглощенных фотонов.

Классическая и квантовая теория эффекта охлаждения газа резонансным электромагнитным излучением рассматривалась в [4] для слабого поля $aE^2\ll 1$ (a — параметр насыщения). Было показано, что в этом случае и классическая и квантовая теории дают одно и то же выражение для скорости охлаждения, которая оказывается пропорциональной расстройке $\omega_{ab}-\omega$, мнимой части диэлектрической проницаемости газа на частоте поля и мощности облучения. В более сильных полях ($aE^2\gg 1$) поляризуемость $\alpha(\omega,\ \mathbf{k},\ \mathbf{V})$ [2] начинает зависеть от поля, что приводит к более слабой зависимости скорости охлаждения от падающей мощности. Очевидно поэтому, что охлаждение в условиях насыщения является нежелательным с точки зрения его эффективности (или КПД). Все же скорость охлаждения с увеличением мощности облучения продолжает расти и может быть увеличена на один — два порядка. Целью работы является рассмотрение эффекта охлаждения при произвольной амплитуде поля.

Согласно [4], изменение средней кинетической энергии атомов в поле волны

$$\mathbf{E}(\mathbf{R},\ t)=2\mathbf{E}\cos\mathbf{kR}\cos\omega t \tag{1}$$

определяется выражением

$$\frac{d}{dt}\left\langle n\frac{MV^2}{2}\right\rangle=E^2\langle\mathbf{kV}\,\mathrm{Im}\,\alpha(\omega,\ \mathbf{k},\ \mathbf{V})\rangle. \tag{2}$$

Здесь M — масса атома, $\mathbf{V}$ — его скорость, n — плотность газа. Формула (2) справедлива при произвольной амплитуде внешнего поля. В слабом поле ($aE^2\ll 1$) из (2) легко получить [4]:

$$\frac{d}{dt}\left\langle n\frac{MV^2}{2}\right\rangle=\frac{E^2}{4\pi}(\omega_{ab}-\omega)\,\mathrm{Im}\,\varepsilon(\omega,\ \mathbf{k}). \tag{3}$$

Таким образом, при $\omega>\omega_{ab}$ волна нагревает газ, а при $\omega<\omega_{ab}$ — охлаждает.

Мнимая часть поляризуемости в (2) определяется выражением

$$\mathrm{Im}\,\alpha(\omega,\ \mathbf{k},\ \mathbf{V})=-\frac{n\gamma_{ab}|\mathbf{d}_{ab}|^2}{3\hbar}\,\frac{D}{(\omega_{ab}-\omega+\mathbf{kV})^2+\gamma_{ab}^2}, \tag{4}$$

где

$$D=\frac{D_0}{1+aE^2\left[\dfrac{\beta^2}{(\alpha+x)^2+\beta^2}+\dfrac{\beta^2}{(\alpha-x)^2+\beta^2}\right]}. \tag{5}$$

Здесь $a=\dfrac{|\mathbf{d}_{ab}|^2}{3\hbar^2\gamma^2}$; $\gamma^2=2\dfrac{\gamma_a\gamma_b}{\gamma_a+\gamma_b}\gamma_{ab}$; γ_a, γ_b, γ_{ab} — диссипативные константы двухуровневой системы. В (5) использованы безразмерные переменные:

$$x = V_1/\mathcal{U},\ \alpha = (\omega - \omega_{ab})/k\mathcal{U},\ \beta = \gamma_{ab}/k\mathcal{U},$$

$k\mathcal{U}$ — доплеровская ширина линии.

Подставляя (4) и (5) в (2), получим

$$\frac{d}{dt}\left\langle n\frac{MV^2}{2}\right\rangle = 2\sqrt{\pi}\,\hbar\,\gamma_a(\omega-\omega_{ab})\,naE^2\beta^2\,\mathrm{th}\left(\frac{\hbar\,\omega_{ab}}{2\varkappa T}\right)\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{x^2e^{-x^2}\,dx}{[(\alpha+x)^2+\beta^2][(\alpha-x)^2+\beta^2]+2a\beta^2E^2(\alpha^2+\beta^2+x^2)}. \quad (6)$$

Из (6) видно, что знак эффекта (охлаждение или нагревание) определяется, как и в слабом поле, знаком расстройки.

При $(a\beta^2E^2)^2 - 4a\beta^2E^2\alpha^2 - 4\alpha^2\beta^2 \leqslant 0$ знаменатель подынтегрального выражения в (6) легко преобразовать:

$$[(x+\alpha)^2+\beta^2][(x-\alpha)^2+\beta^2]+2a\beta^2E^2(\alpha^2+\beta^2+x^2) =$$

$$= [(x+\alpha_1)^2+\beta_1^2][(x-\alpha_1)^2+\beta_1^2], \quad (7)$$

где

$$\alpha_1^2 = \frac{\alpha^2+\beta^2}{2}\sqrt{1+\frac{2a\beta^2E^2}{\alpha^2+\beta^2}} + \frac{\alpha^2-\beta^2(1+aE^2)}{2},$$

$$\beta_1^2 = \frac{\alpha^2+\beta^2}{2}\sqrt{1+\frac{2a\beta^2E^2}{\alpha^2+\beta^2}} - \frac{\alpha^2-\beta^2(1+aE^2)}{2}. \quad (8)$$

Если ввести диэлектрическую проницаемость, зависящую от комплексной частоты:

$$\varepsilon(\alpha_1 - i\beta_1) = 1 + \frac{4\sqrt{\pi}\,n\,|\mathbf{d}_{ab}|^2}{3\hbar k\mathcal{U}}\,\mathrm{th}\left(\frac{\hbar\,\omega_{ab}}{2\varkappa T}\right)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-x^2}\,dx}{x+\alpha_1-i\beta_1}, \quad (9)$$

то, используя тождество (7), из (6) получим

$$\frac{d}{dt}\left\langle n\frac{MV^2}{2}\right\rangle = \frac{E^2}{4\pi}(\alpha_1\varepsilon'' - \beta_1(\varepsilon'-1))\,k\mathcal{U}\,\frac{\alpha\beta}{\alpha_1\beta_1}. \quad (10)$$

Диэлектрическая проницаемость (9) может быть выражена через интеграл вероятности от комплексного аргумента [5]. Формула (10) при $aE^2 \ll 1$ переходит в (3). В этом случае скорость охлаждения пропорциональна падающей мощности. В более сильных полях, удовлетворяющих условию

$$1 \ll aE^2 \ll \left(\frac{k\mathcal{U}}{\gamma_{ab}}\right)^2,$$

используя (10) с учетом формулы (8), найдем, что скорость охлаждения пропорциональна квадратному корню от мощности облучения.

При $(a\beta^2E^2)^2 - 4a\beta^2E^2\alpha^2 - 4\alpha^2\beta^2 \geqslant 0$ вместо (7) получим тождество:

$$[(x+\alpha)^2+\beta^2][(x-\alpha)^2+\beta^2]+2a\beta^2E^2(\alpha^2+\beta^2+x^2) = (x^2+\delta_1^2)(x^2+\delta_2^2),$$

где

$$\delta_{1,2}^2 = a\beta^2 E^2 - \alpha^2 + \beta^2 \pm \sqrt{(a\beta^2 E^2)^2 - 4a\beta^2 E^2 \alpha^2 - 4\alpha^2\beta^2}.$$

В этом случае

$$\frac{d}{dt}\left\langle n\frac{MV^2}{2}\right\rangle = E^2(\omega - \omega_{ab})\,\beta\,\frac{\delta_1\varepsilon''(0, \delta_1) - \delta_2\varepsilon''(0, \delta_2)}{2\pi(\delta_1^2 - \delta_2^2)}.$$

При $aE^2 \to \infty$ скорость охлаждения стремится к постоянной величине:

$$\frac{d}{dt}\left\langle n\frac{MV^2}{2}\right\rangle = \hbar(\omega - \omega_{ab})\, n\gamma_a \operatorname{th}\left(\frac{\hbar\omega_{ab}}{2\varkappa T}\right)\left[1 - \frac{\sqrt{\pi}\,\alpha}{2} e^{\alpha^2}(1 - \Phi(\alpha))\right], \quad (11)$$

где $\Phi(\alpha) = (2/\sqrt{\pi})\int\limits_0^\alpha e^{-t^2}dt$ — интеграл ошибок.

Формула (11) согласуется с результатом работы [6], в которой скорость охлаждения найдена в условиях сильного насыщения.

Подводя итог рассмотрению охлаждения газов резонансным электромагнитным полем, выделим три характерные области мощности облучения.

I. $aE^2 \ll 1$. В этом случае насыщение не сказывается, и скорость охлаждения пропорциональна падающей интенсивности. Граница области ($aE^2 \sim 1$) соответствует мощности 100 мВт/см^2. При мощности 10 мВт/см^2 скорость охлаждения при оптимальной расстройке $\omega_{ab} - \omega = k\mathcal{U}/\sqrt{2}$ составляет 10^5 град/с.

II. $1 \ll aE^2 \ll (k\mathcal{U}/\gamma_{ab})^2$. При этом условии насыщение уже проявляется в виде зависимости мнимой части восприимчивости газа от поля. Скорость охлаждения в области II пропорциональна квадратному корню от падающей мощности. Граница области со стороны больших полей $(\gamma_{ab}^2 aE^2 \sim (k\mathcal{U})^2$ — 1000 Вт/см^2. В областях I и II уширение линии излучения является неоднородным.

III. $\gamma_{ab}^2 aE^2 \gg (k\mathcal{U})^2$ (однородно-уширенная линия). В этой области скорость охлаждения почти перестает зависеть от мощности облучения. Максимально достижимая скорость охлаждения ($aE^2 \to \infty$) согласно (11) имеет порядок $10^6 - 10^7$ град/с. С точки зрения эффективности (или КПД) охлаждения работа в области III нежелательна. Следует обратить внимание на тот факт, что в области однородного уширения нельзя пренебрегать пространственной модуляцией разности населенностей и поляризации. Таким образом, формула (11) дает лишь качественное поведение кривой охлаждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ashkin A. Atomic-Beam Deflection by Resonance — Radiation Pressure.— Phys. Rev. Lett., 1970, 25, N 19, 1321—1324.
2. Казанцев А. П. Ускорение атомов светом.— ЖЭТФ, 1974, 66, № 5, 1599—1612.
3. Hänsch T. W., Schawlow A. L. Cooling of Gases by Laser Radiation.— Opt. Commun., 1975, 13, N 1, 68—69.
4. Климонтович Ю. Л., Лузгин С. Н. Кинетическая теория охлаждения атомарных газов резонансным электромагнитным излучением.— ЖТФ, 1978, 48, № 11, 2217—2222.
5. Фаддеева В. Н., Терентьев Н. М. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. М., 1954, 268с.
6. Краснов И. В., Шапарев Н. Я. Охлаждение атомов резонансным излучением и разделение изотопов.— Письма в ЖТФ, 1976, 2, № 7, 301—305.

Поступила в редакцию
06.06.78