УДК 621.378.525

Б. А. ГРИШАНИН

КОЛЛЕКТИВНЫЕ КВАНТОВЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЕЛАКСАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПОЛЯРИТОННЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ

1. Введение. В квантовой электронике имеется класс задач, связанных с существенно нелинейными резонансными возбуждениями среды, в которых главный интерес представляет не столько детальное описание элементарных подпроцессов, сколько упрощенное, но полное в качественном отношении описание квантовой динамики в целом. Для этих целей недостаточно существующих глубоко разработанных методов расчета линейных и нелинейных восприимчивостей (см. [1] и цитированную там литературу).

Радикальное упрощение возможно в случае реалистичного пренебрежения взаимным влиянием квантовых флуктуаций населенностей переходов в различных атомах или молекулах для сред и возбуждений, допускающих описание в терминах индивидуальных атомов или молекул. Это позволяет получить замкнутую систему квантовых уравнений в приближении вторых моментов (ПВМ), имеющих квазилинейную операторную структуру [2]: нелинейность вносится лишь через диагональную часть корреляционной матрицы — через населенности. Этот подход ближе всего к работам [3], но существенно отличается и от них формой уравнений и используемой математической техникой, основанной здесь на спектральном анализе операторов.

2. Уравнения ПВМ для переходов, не взаимодействующих с решеткой. Будем считать радиационные возбуждения атомов или молекул среды взаимодействующими только через излучение, полагая в кристаллах решетку независимой стохастической подсистемой. Это возможно в основном для электронных переходов (если только $\hbar\omega \ll \sqrt{m_я c^2 kT}$ для соответствующих частот ω, температур T и масс ядер $m_я$). Будем рассматривать для простоты случай двухуровневых идентичных молекул в пренебрежении их кулоновским взаимодействием (фактором Лоренца). В $\mathbf{A}^2$-члене взаимодействия с полем пренебрежем неоднородностью молекулярного заряда, т. е. учтем лишь средний нерезонансный показатель преломления и нерезонансное поглощение. Имеем:

$$\left[\Box - \left(k_p^2 + \frac{\alpha}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)P_V\right]\widehat{\mathbf{A}} = -\frac{4\pi}{c}\sum_{\mu}\mathbf{j}_\mu(\mathbf{r})(\widehat{P}_\mu - \widehat{P}_\mu^+), \tag{1}$$

$$\frac{d\widehat{P}_\mu}{dt} = -i\,\omega_{21}\widehat{P}_\mu + \frac{i}{\hbar c}\int \mathbf{j}_\mu\widehat{\mathbf{A}}dV\cdot\widehat{n}_\mu. \tag{2}$$

Здесь α определяет поглощение с линейным коэффициентом $\mu=\alpha\omega/ck$; P_V — оператор проектирования на объем среды; $\mathbf{j}_\mu(\mathbf{r})$ — плотность тока $2\to1$-перехода μ-й молекулы; $\widehat{P}_\mu$ — операторы переходов, $\widehat{n}_\mu$ — операторы инверсных населенностей; $k_p^2 = 4\pi N_0 e^2/mc^2$ — квадрат плазменного волнового вектора, где N_0 — приведенная плотность частиц (приближенно равная плотности электронов); $\widehat{\mathbf{A}}$ — векторный потенциал.

Разрешая (1) с учетом вклада вакуумного поля (начальных условий), подставляя решение в (2) и учитывая необходимость однозначного выбора порядка операторов в силовом члене для его разделения на релаксационную часть и некоррелированный шум, получим стохастическое уравнение для молекул

$$\left(\frac{d}{dt} + i\omega_0\right)\widehat{P}_\mu = \frac{1}{2}\widehat{n}_\mu \sum_\lambda \gamma_{\mu\lambda}\left(\frac{d}{dt},\ t\right)(\widehat{P}_\lambda - \widehat{P}_\lambda^+) + \Omega_\mu \widehat{n}_\mu + \widehat{\xi}_\mu, \tag{3}$$

где $\Omega_\mu = (i\hbar/c)\int \mathbf{j}_\mu \mathbf{A}_{ex}^{\cdot}\, dV$ — внешние силы при наличии внешнего классического поля $\mathbf{A}_{ex}$, $\widehat{\xi}_\mu$ — операторы квантового шума, $\gamma_{\mu\lambda}$ — операторная матрица коллективной релаксации, ω_0 — частота перехода с учетом лэмбовского сдвига. В общем случае

$$\gamma_{\mu\lambda} = \frac{i}{\pi^3\hbar}\iint \mathbf{j}_0^{\perp}(\mathbf{k})\, e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_\mu}\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2\triangle + \right.$$

$$\left. + \left(c\alpha\frac{\partial}{\partial t} + c^2 k_p^2\right)P_V\right]^{-1}_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \mathbf{j}_0(-\mathbf{k})\, e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}_\nu} d\mathbf{k}\, d\mathbf{k}'\, \theta(t), \tag{4}$$

где $\theta(t) = 1/2 + (1/2)\,\mathrm{sign}\,(t)$.

Введем векторы

$$M(t) = \langle \widehat{\Pi}(t)\rangle,\ \widehat{\Pi}^{\mathrm{T}}(t) = (\widehat{P}_1^+, \ldots, \widehat{P}_N^+, \widehat{P}_1, \ldots, \widehat{P}_N)$$

и корреляционную матрицу

$$K(t, t') = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22}\end{pmatrix} = \langle \widehat{\Pi}(t)\widehat{\Pi}^+(t')\rangle. \tag{5}$$

Для них на основании (3) с использованием рацепления при $\mu \neq \nu$ четвертого момента за счет пренебрежения корреляцией с флуктуацией населенности получаем исходную систему уравнений ПВМ:

$$\frac{dM}{dt} = VM + n\Omega, \tag{6}$$

$$\frac{\partial K}{\partial t} = VK + S + F + F_S. \tag{7}$$

Здесь n — диагональная матрица инверсных населенностей;

$$V = W + N_S\gamma_{\mu\mu} \tag{8}$$

с полуклассической эволюционной матрицей

$$W = \begin{pmatrix} i\omega_0 - n\gamma/2 & n\gamma/2 \\ -n\gamma/2 & -i\omega_0 + n\gamma/2 \end{pmatrix}$$

и квантовой «затравкой»

$$N_S = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I + n & I - n \\ n - I & -I - n\end{pmatrix}; \tag{9}$$

$$S = \begin{pmatrix} (I+n)\left(\frac{\partial}{\partial t} - i\omega_0 - \frac{\gamma_0}{2}\right)\mathrm{Diag}\, K_{11} & (I-n)\left(\frac{\partial}{\partial t} - i\omega_0 - \frac{\gamma_0}{2}\right)\mathrm{Diag}\, K_{12} \\ (I+n)\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\omega_0 + \frac{\gamma_0}{2}\right)\mathrm{Diag}\, K_{21} & (I-n)\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\omega_0 + \frac{\gamma_0}{2}\right]\mathrm{Diag}\, K_{22}\end{pmatrix}; \tag{10}$$

$$F_S = \begin{pmatrix} F_{S1} & F_{S2} \\ F_{S1} & F_{S2} \end{pmatrix}, \tag{11}$$

где

$$(F_{S1})_{\mu\nu} = -(1+n_\mu)\,\Omega_\mu M_\mu^* \delta_{\mu\nu}, \tag{12}$$
$$(F_{S2})_{\mu\nu} = (1-n_\mu)\,\Omega_\mu M_\mu \delta_{\mu\nu},$$
$$\gamma_0 = \gamma_{\mu\mu}.$$

Уравнению (6) соответствует дисперсионное уравнение для собственных возбуждений

$$p^2 + \omega_0^2 + i\omega_0\,[n\gamma(p)/2 - (1+n)\,\gamma_0(p)/2] = 0. \tag{13}$$

Оно отличается от случая линейной теории [1] членом с сомножителем $(1+n)$ существенным для не малых уровней возбуждения.

3. Структура коллективной релаксации. Решение системы уравнений (6), (7) сводится к двум этапам: решение их как линейной системы уравнений при фиксированной матрице $n(t)$ и диагональной «затравке» $S+F_S$, а затем решение нелинейного уравнения для $n(t)$, получаемого приравниванием дигональных частей в (7). В случае равномерной населенности первый этап сводится только к расчету собственных значений и собственных функций матрицы $\gamma_{\mu\nu}$ (имеющих в общем случае операторный характер по t). Для случая кристаллической среды в базисе функций $(1/\sqrt{N})\exp(-i\varkappa \mathbf{r}_{0\mu})$ получаем усредненные матричные элементы

$$\gamma\left(\varkappa, \varkappa'; \frac{\partial}{\partial t}, t\right) = (1-D)\,\bar{\gamma}_0 P_V + \sum_{\mathbf{K}} \iint_{\bar v\,\bar v} \frac{D}{N}\,\bar{\gamma}_\perp\left(\mathbf{k} + \mathbf{K},\ \mathbf{k}' + \mathbf{K};\ \frac{\partial}{\partial t}, t\right) F_V(\varkappa' - \mathbf{k})\,F_V^*(\varkappa - \mathbf{k}')\,d^3\mathbf{k}\,d^3\mathbf{k}'.$$

Здесь $\mathbf{K}$ — векторы обратной решетки,

$$D = \exp[-(\varkappa^2 + \varkappa'^2)\langle(\mathbf{r}_\mu - \bar{\mathbf{r}}_\mu)^2\rangle];$$

$\bar{\gamma}_0\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)$ — усредненный по скоростям оператор спонтанной релаксации, учитывающий доплеровское уширение линий; $\bar{\mathrm{v}}$ — объем первой зоны Бриллюэна; $F_V = \Sigma\exp[-i(\varkappa - \mathbf{k})\,\bar{\mathbf{r}}_\mu]$;

$$\bar{\gamma}_\perp\left(\mathbf{k}, \mathbf{k}'; \frac{\partial}{\partial t}, t\right) = \frac{i}{\pi^3\hbar}\,\mathbf{j}_0^\perp(\mathbf{k})\,\mathbf{j}_0(-\mathbf{k}) \times$$
$$\times \left\langle \frac{\partial^2}{\partial t^2} - 2i\,\mathbf{k}'\mathbf{v}_\mu - c^2\triangle + \left(c\,\alpha\frac{\partial}{\partial t} + c^2 k_p^2\right) P_V\right]^{-1}_{\mathbf{kk}'}\Big\rangle, \tag{15}$$

$\theta(t)$ — коллективный оператор релаксации для сплошной среды.

Для неограниченных сред в линейных задачах оператор γ хорошо изучен в теории диэлектрической восприимчивости. Поэтому основной интерес представляет его исследование для конечных объемов и получение на основе этих результатов решения уравнений (6), (7). Здесь мы проведем такое исследование лишь для случая достаточно разреженной среды, когда можно пренебречь взаимодействием в этих уравнениях положительно- и отрицательно- частотных частей, всеми эффектами запаздывания:

$$\gamma\left(\frac{\partial}{\partial t}, t\right) = \gamma(\pm i\omega_0), \tag{16}$$

и затуханием: $\alpha L << 1$.

Коллективные эффекты в средах такого рода носят название эффектов сверхизлучения (СИ).

4. Спектральный анализ матрицы (16) для цилиндра. После несложных выкладок из (4), пренебрегая членом с P_V, получаем

$$\gamma_{\mu\nu} = i\,\gamma_{sp} S_{\mu\nu}, \tag{17}$$

где γ_{sp} — скорость спонтанной релаксации, а S — безразмерная матрица, равная при $\mu \neq \nu$

$$S_{\mu\nu} = \exp(-i\mathbf{k}_0\,\mathbf{r}_{\mu\nu})/k_0 r_{\mu\nu}, \quad \mathbf{r}_{\mu\nu} = \mathbf{r}_\mu - \mathbf{r}_\nu; \tag{18}$$

для учета доплеровского уширения следует под μ, ν понимать индексы лишь той группы молекул, скорости которых удовлетворяют условию $|\Delta v_z| \lessdot c/\omega_0\tau_0$, где τ_0 — задержка СИ-импульса. В оптическом диапазоне удобно выбрать базис, согласованный с геометрией среды, в данном случае — базис цилиндрических волн вида

$$\psi_{nmq} = (2\pi L)^{-1/2} Z_q(r) \exp(im\varphi + ik_n z), \quad k_n = 2\pi n/L,$$

где L — длина цилиндра, а Z_q — нормированные с весом r радиальные базисные функции

$$Z_q(r) = \sqrt{2}\, J_m(\gamma_q^m r/a)/[a\,|J_{m+1}(\gamma_q^m)|], \tag{19}$$

где γ_q^m — корни функций Бесселя J_m. Матричные элементы матрицы (18) в этом базисе имеют вид

$$S_{nmq,\,m'n'q'} = (N\lambda/L)\,\delta_{mm'} \sum_{k=1}^{\infty} K_{kmq} K_{kmq'} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\delta_L} \chi_{nn'}(\delta_L - \delta)\, M_k[4(1 - \delta/2\delta_L) F\delta]\, d\delta. \tag{20}$$

Здесь K_{kmq} — универсальные коэффициенты разложения

$$J_m(\gamma_k^0 x/\sqrt{2}) \text{ по } J_m(\gamma_q^m x):$$

$$K_{kmq} = \sqrt{2}\,\gamma_q^m J_m(\gamma_k^0/\sqrt{2})/(\gamma_k^{m2} - \gamma_k^{02}/2); \tag{21}$$

M_k — универсальные функции вида

$$M_k(x) = \frac{2}{[J_1(\gamma_k^0)]^2}\,\frac{2i/\pi + \gamma_k^0 J_1(\gamma_k^0) H_0^{(2)}(\sqrt{x})}{\gamma_k^{02} + |x|}; \tag{22}$$

$$\delta_L = k_0 L;$$

$$\chi_{nn'}(\zeta) = \begin{cases} -2i\,(L/2\pi)\,\mathrm{sinc}(\xi - 2\pi n)\left(1 - i\dfrac{\partial}{\partial\xi}\right), & n = n' \\ (-1)^{n-n'}\,\dfrac{\chi_i(\xi - 2\pi n) - \chi_i(\xi - 2\pi n')}{\pi(n - n')}, & n \neq n' \end{cases};$$

$$\chi_i(\xi) = i\,(L/2\pi)\sin^2(\xi/2)/(\xi/2);$$

a — радиус цилиндра, $F = k_0 a^2/L$ — число Френеля.

Для случая малых чисел Френеля, $F \ll 1$, матрица (20) при $(k_0 - k_n) L \ll 2\pi/F$ допускает явное аналитическое представление в базисе с $Z_0 = \sqrt{2}/a$:

$$S_{nmq, n'm'q'} = (N\lambda/2L)\,\delta_{m0}\delta_{q0}\delta_{mm'}\,\delta_{qq'}\,\sigma_{nn'}; \tag{23}$$

$$\sigma_{nn} = -i\left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\operatorname{Si}(k_n L - \delta_L) + \frac{1}{\pi}\,\frac{\sin^2[(k_n L - \delta_L)/2]}{(k_n L - \delta_L)/2}\right\} -$$

$$- \frac{1}{\pi}\{\ln|k_n L - \delta_L| - \operatorname{Ci}(|k_n L - \delta_L|)\};$$

$$\sigma_{nn'} = \{(-1)^{n-n'}/[2\pi^2(n-n')]\}\{i[\ln|(k_{n'}L - \delta_L)/(k_n L - \delta_L)| -$$

$$- \operatorname{Ci}(|k_{n'}L - \delta_L|) + \operatorname{Ci}(|k_n L - \delta_L|) + \operatorname{Si}(k_{n'}L - \delta_L) - \operatorname{Si}(k_n L - \delta_L)\}.$$

Таким образом, согласно (23), возбуждаются только плоские волны в осевом направлении, причем из выражения для $\sigma_{nn'}$ следует, что при $n \gg L/\lambda$ матрица обнуляется. Недиагональность S имеет только для конечной окрестности мод вблизи резонанса $n = L/\lambda$. При $n \ll L/\lambda$ диагональная часть постоянна: $\sigma_{nn} \approx -i$, $S \to -iN\lambda/2L$ $(L/\lambda - n \ll 1/F)$. Диагональные элементы σ_{nn} в окрестности резонанса даются в таблице.

$\frac{k_n - k_0}{2\pi} L$	4,5	3,5	2,5	1,5	0,5	−0,5	−1,5	−2,5	−3,5
$\mathrm{Re}\,\sigma_{nn}$	−1,063	−0,983	−0,875	0,894	0,525	0,525	0,894	−0,875	−0,983
$\mathrm{Im}\,\sigma_{nn}$	−0,989	−0,985	−0,980	−0,966	−0,877	−0,613	−0,345	−0,020	−0,015

Отметим, что эти величины зависят от резонансной расстройки $\delta_0 = \min[(k_0 - k_n)L]$, $n < L/\lambda$.

Для больших чисел Френеля, $F \gg 1$, из (20) для мнимой части собственных значений оператора S получаем оценку

$$\max|\mathrm{Im}\, s_k| \sim (N\lambda/L)/F \sim N_a \lambda^2 L. \tag{24}$$

Этим собственным значениям соответствуют индексы поперечных гармоник, порядок которых определяется из условия $\gamma_k^{02} - |x| \approx 4F\delta_n$ в (22), откуда

$$k_\perp \sim \sqrt{F}/a \sim 1/\sqrt{\lambda L}. \tag{25}$$

5. Пространственно-временные свойства сверхизлучения. Проанализируем на основе полученных математических результатов СИ двухуровневой среды, некогерентно возбуждаемой через динамически несущественный третий уровень [4, 5]. В этом случае в (6), (7) $M \equiv F \equiv F_S \equiv \Omega \equiv 0$, и динамика описывается лишь одним уравнением для нормально упорядоченной корреляционной матрицы $K = K_{11}$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - i\omega_0\right) K = i\frac{\gamma_{sp}}{2} nSK + (n + I)\,\mathrm{Diag}\left(\frac{\partial K}{\partial t} - i\omega_0 K\right). \tag{26}$$

Диагональная поправка (9) к nS здесь отброшена в силу несущественности. Для одновременной корреляционной матрицы $K(t, t)$ получаем

$$\frac{dK}{dt} = i\frac{\gamma_{sp}}{2}(nSK - KS^{+}n) + (n + I)\,\mathrm{Diag}\frac{dK}{dt}. \tag{27}$$

Для равномерной населенности это уравнение имеет простое аналитическое решение через диагональную часть:

$$K_{\mu\nu}(t, t') = \sum_{n,n'} f_{nn'}(y, t)\, P^{n,n'}_{\mu,\nu}, \tag{28}$$

где

$$P^{(n,n')} = \langle \varphi^{(n)} | \varphi^{(n')} \rangle | \pi^{(n)} \rangle \langle \pi^{(n')} | —$$

правые «псевдопроекторы» матрицы S, сконструированные из правых (π) и левых ($\varphi^{(n)}$) собственных векторов;

$$f_{nn'} = \exp\left[i\gamma_{sp}\frac{s_n - \overset{*}{s}_{n'}}{2}\int\limits_0^t (2y - y_0)\,d\tau\right]\left\{y_0 + \int\limits_0^t \exp\left[-i\gamma_{sp}\frac{s_n - \overset{*}{s}_{n'}}{2}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\int\limits_0^\tau (2y - y_0)\,d\tau'\right]\frac{d}{d\tau}(y^2 - y_0 y + y)\,d\tau\right\}, \tag{29}$$

где y_0, y — начальная и текущая населенности верхнего уровня (начальная для нижнего положена нулевой). С учетом (29) приравнивание диагональных частей (28) дает каноническое уравнение для населенности:

$$y = \sum_{n,n'} p_{nn'} f_{nn'}(y, t) \qquad \left(p_{nn'} = \sum_{\mu} P^{(n,n')}_{\mu\mu}/N\right). \tag{30}$$

Если оператор S является нормальным, т. е. $S = S^+$, то $|\pi^{(n)}\rangle = |\varphi^{(n)}\rangle$ и $P^{(n,n')} = P^{(n)}\ \ \delta_{n,n'}$, т. е. псевдопроекторы превращаются в обычные, и число различных функций $f_{nn'}$ существенно сокращается. Особенно радикальное упрощение имеет место для случая $F \ll 1$, когда согласно (23) не только имеет место такая нормализация, но и все ненулевые собственные значения $\mathrm{Im}\, s_n$ оказываются равными, за исключением конечного числа околорезонансных мод и мод $(L/\lambda - n) \gg 1/F : \mathrm{Im}\, s_n = N\lambda/2L$. В этом случае (30) превращается в хорошо изученное уравнение, определяющее решение

$$y(t) = y_0\left[1/2 - (1/2)\,\mathrm{th}\left(\frac{t - \tau_0}{\tau_p}\right)\right].$$

$$\tau_p = 4L/(\gamma_{sp}\, y_0 N\lambda),\ \tau_0 = \tau_p \ln(NF). \tag{31}$$

Заменяя здесь N на $N_{\text{эфф}} \sim N\Delta v/\bar{v} = Nc/\omega\tau_0\bar{v}$, получаем реалистичную оценку для τ_0, учитывающую доплеровский разброс:

$$\tau_0 \sim (N\lambda^2/4\pi\bar{v}L)\exp(-y_0\gamma_{sp}\lambda^2 N/8\pi\bar{v}L).$$

Чувствительность τ_0 к параметрам среды является ключом к пониманию трудности наблюдения СИ, поскольку оно возможно, если выполнены условия: $\tau_{\text{накачки}} \ll \tau_0 \ll 1/\gamma_{sp}$.

Подставляя (31) в (28), получаем $K_{\mu\nu}(t, t)$; при этом, однако, нельзя пренебрегать квазирезонансными модами, так как именно они и определяют основную — наиболее интенсивную — часть СИ в осевом направлении, в то время как остальные соответствуют более слабому сверхизлучению в стороны (помимо этого есть еще равномерно распределенное спонтанное излучение). Используя (28) и приближенный вид двухвременной корреляционной функции $K(t, t') \approx K((t + t')/2, (t + t')/2) \times \exp[i\omega_0(t - t')]$, с использованием разложения Лоэва — Карунена получим представление молекулярных возбуждений как классических случайных величин в виде

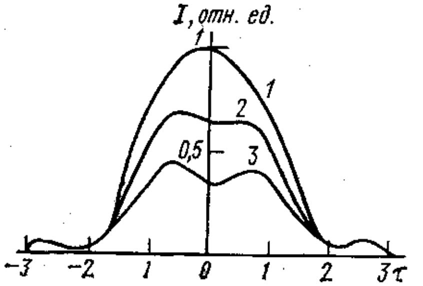
$$\hat{P}_\mu(t)=\sum_n \sqrt{f_n(y,t)}\exp\left\{-i\gamma_{sp}\operatorname{Re}\sigma_{nn}\int_{\tau_0}^{t}(2y-y_0)\,d\tau+i\varphi_n\right\}\xi_n(t)\,\psi_n(\mathbf{r}_\mu), \quad (32)$$

где ξ_n — независимые амплитуды с $<\xi_n^2>=1$, φ_n — независимые случайные фазы. Результат (32) показывает три существенные особенности импульса: случайный характер, фазовую модуляцию и зависимость фазы мод от $\operatorname{Re}\sigma_{nn}$.

Рассчитывая интенсивность случайного излучения, соответствующего возбуждениям (32), получаем для $F\ll 1$:

$$I(\tau)=\mathrm{const}\left|\sum_n g_n(\tau)[NF\,\mathrm{sch}\,\tau]^{-\operatorname{Im}\sigma_{nn}}\xi_n\exp(i\varphi_n-2i\operatorname{Re}\sigma_{nn}\ln\mathrm{ch}\,\tau)\right|^2, \quad (33)$$

где $g_n(\tau)$ — фактор, определяющий интенсивность излучения в данном направлении для плоской волны возбуждения в объеме V и зависящий



Теоретическая форма СИ-импульса для различных концентраций и соответствующие эффективные показатели $\alpha=\dfrac{\partial\ln I(0)}{\partial\ln N}$. Профиль близок к приведенному в [5]. При малых концентрациях осцилляции исчезают. *1* — $1\cdot10^{16}$, $N_a=10^3$, $\alpha=1{,}884$; *2* — $1\cdot10^8$, $N_a=10^7$, $\alpha=1{,}918$; *3* — 1, $N_a=10^{11}$, $\alpha=1{,}933$

от $\tau=(t-\tau_0)/\tau_p$ вследствие (слабой) зависимости мгновенной частоты моды от времени (в ближней зоне $g_n(\tau)\approx\operatorname{sinc}[(k_n-\omega_n/c)L/2]$).

Из (33) следует, что сверхизлучение вперед формируется за счет небольшого числа околорезонансных мод $k_n\approx k_0$. Интенсивность вклада каждой моды зависит от $\operatorname{Im}\sigma_{nn}$ и всегда его зависимость от N отлична от N^2, так как $\operatorname{Im}\sigma_{nn}$ всегда меньше единицы (по модулю). Форма импульса представлена на рисунке, причем следует иметь в виду, что она является случайной. Число мод, вносящих основной вклад, можно принять равным пяти; сглаживание их флуктуаций за счет сложения дает уровень флуктуаций интенсивности не менее 10%. Форма импульса очень близка к приведенным в [5], что дает некоторые основания для отождествления биений в [5] с межмодовыми.

Анализ пространственной когерентности сводится с учетом статистической независимости нормальных мод к оценке угловой расходимости возбуждений (не излучения!). При малых числах Френеля расходимость для наиболее сильных волн отсутствует, поэтому пространственная когерентность полная, и расходимость СИ имеет естественный характер: $\Delta\vartheta\sim\lambda/a$ (в ближней зоне). Для $F\gg 1$ согласно (25) имеем $\Delta\vartheta\sim k_\perp/k_0\sim\sqrt{\lambda/L}$, $r_k\sim\sqrt{\lambda L}$, а расходимость СИ имеет шумовое происхождение. При $F\sim 1$ $r_к\sim a$, а расходимость в равной мере обусловлена как естественной расходимостью поля, так и шумами возбуждений. При $F\gg 1$ СИ имеет одну интересную особенность: для волн осевого направления, не удовлетворяющих условию максимальности скорости высвечивания (24), интенсивность излучения оказывается исчезающе малой. Поэтому на расстояниях, необходимых для геометрического расхождения внеосевых волн, в центре должен наблюдаться отчетливо выраженный минимум. Помимо СИ, в осевом направлении имеет место также и сверхизлучение возбуждаемых волн в боковых направлениях. В случае $F \ll 1$ это излучение значительно менее интенсивно вследствие малости проекции плоской волны возбуждения на плоские внеосевые волны излучения. Однако в силу большого числа этих возбуждений $\sim 1/F$ их вклад в динамику населенностей является преобладающим, т. е. существенная часть энергии излучается вбок, несмотря на малую интенсивность такого излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Давыдов А. С. Теория твердого тела. М., 1976, 639 с.
2. Гришанин Б. А. Квантовые электромагнитные процессы в конденсированных средах и естественное затухание в ванд-дер-ваальсовых кристаллах.— ЖЭТФ, 1977, 72, 783—792.
3. Андреев А. В. О суперфлуоресцентной кинетике γ-лазера.— ЖЭТФ, 1977, 72, 1397—1403; Picard R. H., Willis C. R. Coupled Superradiance Matter Equations.— Phys. Rev., 1973, A8, 1536—1540.
4. Mac Gillivray J. C., Feld M. S. Theory of superradiance in an Extended Optically Thick Medium.— Phys. Rev., 1976, A14, 1169—1174.
5. Vrehen Q. H. F., Hikspoors H. M. J., Gibbs H. M. Quantum Beats in Superfluorescense in Atomic Cesium.— Phys. Rev. Lett., 1977, 38, p. 764—767.

Поступила в редакцию
16.05.78

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1980, Т. 21, № 2

УДК 551.593.5

А. Х. ХРГИАН, Н. А. ПЕТРЕНКО

О НЕКОТОРЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЯХ СУМЕРЕЧНОЙ АТМОСФЕРЫ

Наблюдения вида сумерек и явлений зари, зависящих от оптических свойств верхней атмосферы, являются доступным и чувствительным методом «зондирования» последней. Наблюдения различных участков спектра при этом расширяют информативность такого зондирования, поскольку заря имеет разнообразную и меняющуюся в зависимости от атмосферных условий окраску.

После захода Солнца на западной стороне горизонта бывает видна цветная полоса, красновато-коричневая снизу и переходящая в желтоватую вверху, а над ней, когда Солнце опустится под горизонт на угол $\delta_0 \approx 3°$ (так называемая депрессия Солнца), появляется иногда пурпуровое пятно. Оно более ярко в его нижней части, имеет четкую нижнюю границу и сходит на нет вверху. При депрессии $\delta_0 > 5°$ оно гаснет. Пурпуровое пятно освещает пейзаж, в особенности снег и снежные горы, розовым светом. Так возникает явление, называемое «горением Альп» или «горением Анд» [1—3].

Ранее была высказана гипотеза, что пурпуровое пятно создается рассеянием света в слое аэрозольных частиц. Такой слой часто удается непосредственно наблюдать в стратосфере на высоте около 20 км