щей стали на латунное или стеклянное интерферограммы практически не менялись.

Плотность газа в возмущенной зоне больше, чем в невозмущенной, причем при удалении от стенки плотность остается постоянной или несколько уменьшается.

Полученные результаты показывают, что в предфронтовой области в Xe при числах Маха $M=10$—25, предшествующих активному фотовозбуждению или фотоассоциации, наблюдаются газодинамические возмущения, природа которых, по-видимому, связана с характером устойчивости ударного разрыва у стенки.

В заключение авторы выражают благодарность А. И. Осипову за обсуждение полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kantrowitz A. Sci. Amer., 1954, **191**, N 3, 132.
2. Weymann H. D. Phys. Fluids, 1960, 3, 545.
3. Gloersen P. Phys. Fluids, 1960, 3, 857.
4. Зыков Л. М., Кириллов Г. А., Кормер С. Б. ЖЭТФ, 1974, **67**, вып. 3, 902.
5. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Успехи физ. наук, 1957, **53**, 619.
6. Биберман Л. М., Векленко Б. А. ЖЭТФ, 1959, **37**, № 1, 164.
7. Доббинс Р. А. Ракетная техника и космонавтика, 1970, **8**, № 3, 34.
8. Булышев А. Е., Преображенский Н. Г., Суворов А. Е. ЖТФ, 1977, **47**, вып. 9.
9. Коньков А. А., Рязин А. П., Соколов А. И. Теплофизика высоких температур, 1974, **12**, 806.

Поступила в редакцию
21.12.78

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1980, Т. 21, № 2

УДК 537.226;537.311.322

Ю. П. ДРОЖЖОВ

ЭЛЕКТРОН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ОКРЕСТНОСТИ ОСОБОЙ ТОЧКИ ВАН-ХОВА (II)

§ 1. **Массовый оператор электронов.** В работе [1] было получено уравнение для массового оператора электронов, взаимодействующих с акустическими фононами в окрестности особой точки Ван-Хова

$$M(p_0) = g^2\left(1 - \frac{\partial M}{\partial p_0}\right) \times$$
$$\times \left\{ \int\limits_{|\mathbf{q}| < \frac{Q}{ms}} d^3\mathbf{q} \left[\frac{1}{p_0 - \varepsilon(\mathbf{p}-\mathbf{q}) - 2|\mathbf{q}| - M(p_0 - 2|\mathbf{q}|) + i\eta}\right] + \{s \to -s\}\right\}. \quad (1)$$

Здесь $M(p_0)$ есть вклад особой точки в полный массовый оператор, η — мнимая часть массового оператора, обусловленного вкладом далеких областей зоны Бриллюэна, $g^2 \equiv \frac{g_0^2}{(2\pi)^7} \frac{mT}{s^3}$, где g_0 — затравочная константа связи, s — скорость звука, T — температура решетки (используется система единиц $\hbar \equiv K_б \equiv 1$). В (1) энергия отсчитывается от особой точки, сдвинутой за счет взаимодействия в далеких областях (при $|p| \gg Q$, где Q — импульс сходимости закона дисперсии $\varepsilon(p)$). Единицей измерения энергии в (1) служит $1/2\ ms^2$, а квазиимпульса — ms, m — затравочная эффективная масса.

При выводе (1) мы воспользовались следующими предположениями: 1) концентрация электронов считалась малой, так что можно было не учитывать перенормировку фононных функций Грина; 2) температура решетки считалась достаточно высокой, $T \gg \omega_д$ ($\omega_д$ — дебаевская частота акустических фононов), а взаимодействие электронов с фононами рассматривалось в рамках модели деформационного потенциала с изотропным потенциалом деформации; 3) уравнение (1) было получено с использованием тождества Уорда для электрон-фононной вершины с нулевым переданным импульсом $\Gamma(p, 0)$. При этом предполагалось, что $\Gamma(p, 0) \gg \Gamma(p, q)$.

До сих пор мы ограничивались случаем, когда закон дисперсии имел вид

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_t^2}{2m} - \gamma \frac{p_z^2}{2m} \tag{2}$$

при [1]

$$\gamma \ll \left(\frac{ms}{Q}\right)^2. \tag{2а}$$

Как мы покажем ниже, в общем случае, когда (2а) не выполняется, но $Q/ms \gg 1$, можно получить решение, аналогичное случаю малых γ.

Обозначим через I интегральный член в правой части уравнения (1). Тогда (1) запишется в виде

$$M(p_0 \mathbf{p}) = g^2 \left(1 - \frac{\partial M}{\partial p_0}\right) I(p_0 \mathbf{p}). \tag{3}$$

Предположим, что $I(p_0\mathbf{p})$ слабо зависит от p_0 при $p_0 \to 0$, тогда в области малых p_0 уравнение (3) можно сразу проинтегрировать:

$$M(p_0 \mathbf{p}) = [g^2 I(p_0 \mathbf{p}) - Ce^{-\frac{p_0}{g^2 I(p_0 \mathbf{p})}}]. \tag{4}$$

Константу C необходимо определить из граничных условий к уравнению (3). Мы рассмотрим по отдельности области $p_0 > 0$ и $p_0 < 0$, тогда граничное условие необходимо наложить при $p_0 = 0$. (В области $p_0 < 0$ в (4) необходимо произвести замену $p_0 \to -p_0$.) Предположим далее, что массовый оператор слабо зависит от $\mathbf{p}$. Тогда граничное условие имеет вид

$$M(p_0)|_{p_0=0} = 0, \tag{5}$$

поскольку при $\mathbf{p} \to 0$ медленный электрон слабо взаимодействует с быстро осциллирующими ионами. Используя (5), получим

$$M(p_0) = g^2 I(p_0 \mathbf{p}) (1 - e^{-\frac{p_0}{g^2 I(p_0 \mathbf{p})}}). \tag{6}$$

При выводе (6) мы учли, что $I(p_0\mathbf{p})$ слабо зависит от p_0.

С другой стороны, физически понятно, что при $p_0 > sQ$ массовый оператор можно найти по теории возмущений. Тогда

$$I(p_0)\Big|_{p_0=\frac{Q}{ms}} = M^0\left(\frac{Q}{ms}\right). \tag{7}$$

Проверим справедливость сделанных предположений.

Покажем, что $I(p_0)$ действительно слабо зависит от p_0, т. е.

$$\frac{1}{I(p_0)}\,\frac{\partial I}{\partial p_0} \ll 1. \tag{8}$$

Заметим, что в знаменателе подынтегрального выражения в (1) стоит полный массовый оператор, имеющий конечную мнимую часть. Следовательно, $I(p_0)$ есть собственный интеграл.

Найдем $\frac{\partial I}{\partial p_0}$:

$$\frac{\partial I}{\partial p_0} = \int d^3q\,\frac{1-\frac{\partial M(p_0-2|q|)}{\partial p_0}}{(p_0-\varepsilon(\mathbf{p}-\mathbf{q})-2|\mathbf{q}|-M(p_0-2|\mathbf{q}|)+i\eta)^2} + \{s\to -s\}. \tag{9}$$

Рассмотрим первый член в выражении (9):

$$I_1 = \int\limits_{|\mathbf{q}|<\frac{Q}{ms}} d^3q\,\frac{1-\frac{\partial M}{\partial p_0}}{[\mathbf{p}_0-(\mathbf{p}_t-\mathbf{q}_t)^2-2|\mathbf{q}|+\gamma(p_z-q_z)^2-M+i\eta]^2}. \tag{10}$$

Перейдем в (10) к сферическим координатам:

$$\begin{aligned} p_x-q_x &= q\cos\varphi\cos\theta,\\ q_y &= q\sin\varphi\cos\theta,\\ \sqrt{\gamma}\,(p_z-q_z) &= q\sin\theta. \end{aligned} \tag{11}$$

Тогда (10) можно записать в виде

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}\int q^2\,dq\,d\varphi\,d\theta\sin\theta\,\frac{1-\frac{\partial M}{\partial p_0}}{[p_0-2q-q^2(\cos^2\theta-\sin^2\theta)-M]^2}. \tag{12}$$

В (12) интегрирование идет по сфере радиуса Q/ms, центр которой лежит в точке $(p_x, 0, p_z)$. При $\mathbf{p}_t$ и $p_z \ll Q/ms$ можно считать, что центр сферы в начале координат (поскольку область малых q дает малый вклад в I_1). Тогда основной вклад в I_1 дает область $q \sim Q/ms$, $\cos^2\theta \sim \sin^2\theta$. Очевидно, в этой области можно пренебречь массовым оператором в числителе и знаменателе (правило обхода полюсов остается в силе) [2]. Таким образом, получаем

$$I_1 \sim \frac{2\pi}{\sqrt{\gamma}}\int\limits_0^{Q/ms}\frac{q^2\,dq}{[p_0-2q+i\eta]^2}\int\limits_{\theta_0-\Delta}^{\theta_0+\Delta} d\theta. \tag{13}$$

Величина Δ определяется условием $2q \sim q^2[\sin^2(\theta_0\pm\Delta)-\cos^2(\theta_0\pm\Delta)]$ при $\theta_0 = \pm\pi/4$. Отсюда $\Delta \sim \frac{1}{q}$ и

$$\operatorname{Re} I_1 \sim \ln\frac{Q}{ms}. \tag{14}$$

Аналогичная оценка справедлива и для второго члена в (9). Вернемся теперь к интегралу I. Формально при $Q/ms \gg 1$ этот интеграл расходится, т. е. его значение определяется верхним пределом интегрирования. (Аналогично работе [1] этот интеграл можно рассматривать как функцию лишь верхнего предела, не интересуясь его значением на нижнем пределе интегрирования, поскольку интеграл — собственный.) Таким образом,

$$I \sim \frac{Q}{ms} \tag{15}$$

и, следовательно, $\frac{1}{I}\frac{\partial I}{\partial p_0} \ll 1$, что и оправдывает первое из сделанных предположений.

Вычислим теперь массовый оператор в области $p_0 \gg \frac{Q}{ms}$, используя формулы теории возмущений. Для $M^0\left(p_0 \sim \frac{Q}{ms}\right)$ получаем, аналогично [3] и (13):

$$M^0 = \frac{2g^2}{\sqrt{\gamma}} \int\limits_{-p_x}^{\frac{Q}{ms}-p_x} dq_x \int\limits_0^{\frac{Q}{ms}} dq_y \int\limits_{\gamma^{1/2}\left(-\frac{Q}{ms}-p_z\right)}^{\gamma^{1/2}\left(\frac{Q}{ms}-p_z\right)} \frac{dq_z}{p_0 - q_x^2 - q_y^2 + q_z^2}. \tag{16}$$

Сделаем в (16) замену переменных:

$$\begin{aligned} q_x &= \rho \operatorname{ch}\theta \sin\varphi, \\ q_y &= \rho \operatorname{ch}\theta \cos\varphi, \quad \text{при } q_x^2 + q_y^2 < q_z^2 \\ q_z &= \rho \operatorname{sh}\theta \end{aligned} \tag{17а}$$

и

$$\begin{aligned} q_x &= \rho \operatorname{sh}\theta \sin\varphi, \\ q_y &= \rho \operatorname{sh}\theta \cos\varphi, \quad \text{при } q_x^2 + q_y^2 > q_z^2. \\ q_z &= \rho \operatorname{ch}\theta. \end{aligned} \tag{17б}$$

В случае (17а) получаем

$$M_1^0 = 2g^2 2\pi \frac{Q}{ms}\left[\ln\left|\frac{p_0 - \left(\frac{Q}{ms} - p_t\right) - \left(\frac{Q}{ms}\right)^2}{p_0}\right| - i\pi(p_0)\right]. \tag{18}$$

В случае (17б):

$$M_2^0 = 2g^2\pi\left(\frac{Q}{ms} - p_t\right)\left[\ln\left|\frac{p_0}{p_0 + \sqrt{\gamma}\left(\frac{Q}{ms} + p_z\right)^2}\right| - i\pi\theta(-p_0)\right]. \tag{19}$$

Окончательно получим (с точностью до членов $\sim ms/Q$)

$$M^0(p_0\mathbf{p}) \equiv M^0(p_0) \equiv M_1^0 + M_2^0 \approx \frac{2\pi g^2 Q}{ms}\left[\ln\frac{Q}{ms} - i\pi\right], \tag{20}$$

чем и оправдывается второе из сделанных ранее предположений. Заметим, что в (20) $\frac{\operatorname{Im} M^0}{\operatorname{Re} M^0} \ll 1$, следовательно, в (4) можно опустить мнимую часть массового оператора в показателе экспоненты. Окончательно:

$$M(p_0)=\frac{2\pi Q}{ms}g^2\left[\ln\frac{Q}{ms}-i\pi\right]\left[1-e^{-\frac{p_0}{g^2\frac{2\pi Q}{ms}\ln\frac{Q}{ms}}}\right]\theta(p_0). \quad (21)$$

Для $p_0<0$ массовый оператор получается заменой $p_0\to -p_0$ в (21).

§ 2. Спектр и плотность состояний. Для спектра и плотности состояний справедливы формулы, полученные в [1], соответственно в области $p_0<0$ и $p_0>0$ (с заменой в последнем случае $p_0\to -p_0$).

Как видно из (21), в случае, когда

$$\frac{Q}{ms}\gg 1, \quad (22)$$

массовый оператор вообще не зависит от параметра γ. (Это справедливо с точностью до членов порядка ms/Q, в следующих приближениях по этому параметру зависимость от γ, разумеется, появится). Это вполне понятно. Условие (22) означает, что плотность состояний слабо изменяется при малых энергиях (вблизи особенности) и может быть представлена двумя «ступеньками» соответственно в области положительных и отрицательных энергий. Тогда взаимодействие с фононами приводит к размытию каждой из ступенек согласно (21).

Автор глубоко признателен В. Л. Бонч-Бруевичу за постоянное внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дрожжов Ю. П. Массовый оператор электронов, взаимодействующих с акустическими фононами в окрестности особой точки Ван-Хова. — Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1979, 20, № 4, 13—22.
2. Бонч-Бруевич В. Л. Спектральные представления массового и поляризационного оператора при произвольных температурах. — ДАН СССР, 1962, 147, 1049—1051.
3. Бонч-Бруевич В. Л., Тябликов С. В. Метод функций Грина в статистической механике. М., 1961. 420 с.

Поступила в редакцию
11.07.78

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1980, Т. 21, № 2

УДК 550.838.08

А. Л. КОТКИН, В. В. МАЙОРШИН, Р. М. УМАРХОДЖАЕВ

О ФОРМЕ СИГНАЛА ХАНЛЕ В СКРЕЩЕННЫХ ЛУЧАХ

Эффект Ханле в основном используется для измерения сверхслабых магнитных полей [1]. При создании стабилизатора нулевого магнитного поля сигнал ошибки должен иметь вид дисперсионной кривой.