

УДК 530.145.1;539.171.017

А. Н. ШАТНИЙ, Н. П. КЛЕПИКОВ

## ОБ ОБЛАСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ОПЕРАТОРОВ В МНОГОКАНАЛЬНОМ РАССЕЯНИИ

**1. Введение.** В системе  $N$  частиц с произвольными  $n$ -частичными ( $n \leq N$ ) взаимодействиями возможны различные асимптотические состояния рассеяния, различающиеся способом группировки частиц в сталкивающиеся (разлетающиеся) кластеры и числом кластеров  $m \leq N$ . Каналом реакции  $a$  называют заданный способ группировки частиц в кластеры, находящиеся в связанных состояниях. Совокупность векторов состояний, соответствующих связанным состояниям каждого из кластеров канала  $a$ , образует каналное пространство  $\mathcal{H}_a$ .

Полное пространство состояний  $\mathcal{H} = \prod_{i=1}^N \mathcal{H}_i$ , где  $\mathcal{H}_i$  — пространство

состояний  $i$ -той частицы системы, получается из произвольного каналного пространства  $\mathcal{H}_a$  добавлением состояний ионизации кластеров данного канала. Совокупность векторов, отвечающих фиксированным связанным состояниям каждого из кластеров, образует пространство канала рассеяния  $\mathcal{H}_{a,\alpha}$ , где  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)$  указывают, в каких именно связанных состояниях находятся кластеры. Так как  $\mathcal{H}_{a,\alpha}$  ортогонально  $\mathcal{H}_{a,\beta}$  при  $\alpha \neq \beta$ , то  $\mathcal{H}_a = \sum_{\oplus \alpha} \mathcal{H}_{a,\alpha}$ .

Фундаментальную роль во временной теории рассеяния играют волновые операторы Меллера (ВО), которые обычно [1, 2] определяются каждый на своем каналном пространстве  $\mathcal{H}_a$  и полагаются равными нулю вне его (мы назовем их **канальными ВО**):

$$W_{\pm} = s \lim_{t \rightarrow \pm \infty} e^{i\hat{H}t} e^{-i\hat{H}_a t} P_a, \quad (1)$$

где  $s \lim$  — сильный предел\*,  $P_a$  — проектор на каналное пространство  $\mathcal{H}_a$ ,  $\hat{H}$  — полный гамильтониан системы,  $\hat{H}_a$  — гамильтониан канала  $a$ , являющийся суммой гамильтонианов отдельных кластеров (мы не рассматриваем потенциалов, убывающих на расстоянии как  $r^{-s}$ ,  $0 \leq s \leq 1$ ; такие потенциалы — например, кулоновский [3] — требуют модификации определения ВО), крышечка над оператором означает, что этот оператор включает взаимодействие. Канальные ВО достаточны для вычисления элементов  $S$ -матрицы, однако в ряде случаев для выполнения общих доказательств приходится иметь дело с **расширенными ВО**

$$W_{\pm} = s \lim_{t \rightarrow \pm \infty} e^{i\hat{H}t} e^{-i\hat{H}_a t}, \quad (2)$$

определенными на всем пространстве  $\mathcal{H}^{**}$ . Так, например, расширен-

\*  $s \lim_{t \rightarrow t_0} A(t) = A$  или  $s \lim_{t \rightarrow t_0} (A(t) - A) = 0$  означает, что для любой функции  $\psi \in \mathcal{H}$  (область определения оператора  $A(t) - A$  совпадает с  $\mathcal{H}$  или по крайней мере всюду плотна в  $\mathcal{H}$ ) норма  $\| (A(t) - A)\psi \| \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow t_0$ .

\*\* Здесь и далее указание  $t \rightarrow \pm \infty$  для краткости будет опускаться.

ные ВО использовались в работе [4] при исследовании связи свойств делимости операторов преобразований движения со свойствами инвариантности и делимости операторов рассеяния  $S = W_+^* W_-$  и в работе [5] при доказательстве физической эквивалентности различных форм релятивистской динамики. Вопрос о том, не налагает ли такое расширение области определения дополнительных ограничений на операторы взаимодействия, не исследовался. В настоящей работе мы докажем, что из существования системы канальных ВО следует существование расширенных ВО.

В нерелятивистском случае полное пространство  $\mathcal{H}$  может быть получено пополнением канального пространства  $\mathcal{H}_a$  состояниями непрерывных спектров внутренних гамильтонианов кластеров — этот факт используется в доказательстве. Однако мы имеем в виду в качестве приложения и релятивистскую квантовую теорию прямых взаимодействий (ТПВ) [6], в которой понятие внутреннего гамильтониана отсутствует, поэтому следует предварительно убедиться, что роль внутреннего гамильтониана кластера играет оператор массы кластера.

Термин «прямое взаимодействие» означает, что описание взаимодействия между частицами не содержит степеней свободы, связанных с наличием промежуточного носителя (поля), переносящего взаимодействие. В ТПВ операторы взаимодействия включаются в генераторы группы Пуанкаре (ГПП), которые для обеспечения релятивистской инвариантности теории должны удовлетворять коммутационным соотношениям алгебры Ли группы Пуанкаре, в силу чего взаимодействие должно входить сразу в несколько тех или иных ГПП. О разных вариантах выбора ГПП, содержащих взаимодействие, говорят как о разных формах динамики. Различают три наиболее экономные формы динамики [7]: мгновенную (взаимодействие содержится лишь в гамильтониане  $H$  и бусте  $K$ ), точечную (взаимодействие содержится лишь в  $H$  и генераторах пространственного сдвига  $P$ ) и фронтную (взаимодействие содержится лишь в  $P_+ = H + P_3$ ,  $K_{1-} = K_1 - J_2$ ,  $K_{2+} = K_2 + J_1$ , где  $J$  — генераторы пространственного поворота); эти три формы динамики физически эквивалентны [5]. На основе ТПВ может быть построена математически регулярная квантово-полевая релятивистская гамильтонова теория, описывающая процессы рождения и уничтожения частиц, более общая, чем лагранжевы локальные теории поля [8].

**2. Релятивистские ВО и асимптотические состояния.** В нерелятивистской теории легко достигается отделение переменных, описывающих систему как целое, от внутренних переменных. Пространство состояний системы частиц распадается в тензорное произведение  $\mathcal{H} = \mathcal{H}^{\text{ext}} \otimes \mathcal{H}^{\text{int}}$ , это физически означает, что система может рассматриваться как сложная частица, причем векторы из  $\mathcal{H}^{\text{ext}}$  описывают движение этой частицы, а векторы из  $\mathcal{H}^{\text{int}}$  описывают внутреннее состояние сложной частицы. Гамильтониан системы может быть представлен в виде суммы коммутирующих гамильтонианов: гамильтониана движения системы как целого и гамильтониана внутреннего движения. Связанное состояние кластера — это состояние дискретного спектра внутреннего гамильтониана кластера. В ВО гамильтонианы движения системы как целого сокращаются, и ВО приобретает вид\*

\* Индекс над оператором сверху в скобках означает, что  $A^{(\text{int})}$  определен лишь на  $\mathcal{H}^{\text{int}}$ . Индекс без скобки означает, что  $A$  определен на всем пространстве и имеет вид  $A^{\text{int}} = 1^{(\text{ext})} \otimes A^{(\text{int})}$ . Знаком  $\otimes$  обозначается тензорное произведение операторов и пространств.

$$W_{\pm}(\widehat{H}, \widehat{H}_a) = W_{\pm}(\widehat{H}^{\text{int}}, \widehat{H}_a^{\text{int}}) = 1^{(\text{ext})} \otimes W_{\pm}(\widehat{H}^{(\text{int})}, \widehat{H}_a^{(\text{int})})^{(\text{int})}. \quad (3)$$

В соответствии с (3)  $S$ -матрица  $S_{ba} = W_+(\widehat{H}, \widehat{H}_b)^* W_-(\widehat{H}, \widehat{H}_a)$  также действует в  $\mathcal{H}^{\text{int}}$ :

$$S = 1^{(\text{ext})} \otimes S^{(\text{int})}. \quad (4)$$

Свойства, кратко описанные выше, должны выполняться и в релятивистской теории рассеяния, однако их выполнение в релятивистском случае не столь очевидно. Из предыдущего видно, что в большой мере выполнение этих свойств зависит от возможности разделения движения системы как целого и внутреннего движения в системе.

Рассмотрим пространство состояний отдельного кластера (квантовые индексы мы пока явно указывать не будем, так что следующее ниже обсуждение справедливо и для всей системы  $N$  частиц) с  $n$  частицами, которое может быть разложено [9] в прямую сумму пространств, неприводимых относительно группы Пуанкаре

$$\mathcal{H} = \sum_s \int_{a, M} da dM [s, M, a], \quad (5)$$

где  $a$  — собственные значения  $4n-6$  эрмитовых операторов  $A$ , описывающих внутреннее движение в системе и коммутирующих со свободными ГП данного кластера — указывают кратность представления  $[s, M]$ . В (5) подразумевается интегрирование по непрерывному спектру  $a, M$  и суммирование по дискретному.

Разные векторы из неприводимого представления  $[s, M, a]$  описывают разные состояния системы  $n$  частиц как целого, но отвечают одному и тому же внутреннему состоянию сложной системы, характеризующемуся полным спином системы  $s$ , полной массой  $M$  и другими внутренними переменными  $a$ , которые для наших целей могут не конкретизироваться. Базисные векторы в пространстве  $[s, M, a]$  могут быть разными в зависимости от выбора максимального набора коммутирующих операторов [10]. Аналогично нерелятивистской процедуре [11] мы можем отождествить базисные векторы из разных пространств  $[s, M, a]$  и  $[s, M', a']$ , соответствующие одинаковым собственным значениям ГП из максимального набора взаимно коммутирующих операторов, т. е. «оторвать» эти векторы от самого пространства  $[s, M, a]$ . Нормировку базисных векторов можно выбрать так, чтобы в их скалярном произведении (или в фазовом объеме скалярного произведения волновых функций) не участвовали переменные  $M, a$ . Отличие от нерелятивистской процедуры [11] состоит в том, что, поскольку релятивистские операторы взаимодействия диагональны по полному спину системы  $s$ , но зависят от  $s$ , а проекция спина является внешней переменной, описанная выше процедура годится лишь для фиксированного значения  $s$ . Математически это означает, что пространство состояний системы с фиксированным спином  $s$  разбивается в тензорное произведение  $\mathcal{H}^s = \mathcal{H}_s^{\text{ext}} \otimes \mathcal{H}_s^{\text{int}}$ , где  $\mathcal{H}_s^{\text{int}}$  — пространство функций от  $M, a$  со скалярным произведением, не зависящим от внешних переменных, выбор которых тесно связан с выбором формы динамики. Отложим вопрос о выборе внешних переменных и сделаем следующее отступление.

Разбиение пространства в тензорное произведение  $\mathcal{H}^s = \mathcal{H}_s^{\text{ext}} \otimes \mathcal{H}_s^{\text{int}}$  еще не гарантирует разбиение в тензорное произведение (3) волновых операторов, поскольку релятивистский гамильтониан не мо-

жет быть представлен в виде суммы коммутирующих гамильтонианов, как в нерелятивистском случае. Выход из этого дает обобщенный принцип инвариантности Бирмана — Като [12, 13], который состоит в следующем.

Если  $\mathcal{H} = \mathcal{H}^a \otimes \mathcal{H}^b$ , операторы  $\hat{A}$  и  $A$  нетривиальны только на  $\mathcal{H}^a$ , а оператор  $B$  нетривиален только на  $\mathcal{H}^b$ ,  $\varphi(A, B)$  — функция от операторов такая, что  $\frac{\partial \varphi(E, B)}{\partial E} = \varphi'(B)$  — положительный оператор, (т. е.  $(\psi, \varphi'(B)\psi) > 0$  для любой  $\psi$  из  $\mathcal{H}$ ) при всех  $E$  из спектра  $A$ , кроме, может быть, счетного числа точек, то

$$W_{\pm}(\varphi(\hat{A}, B), \varphi(A, B)) = W_{\pm}(\hat{A}, A). \quad (6)$$

Обобщенный принцип инвариантности указывает на то, что гамильтониан системы должен быть представлен в виде функции от оператора массы  $\hat{M}$ , который, очевидно, в релятивистском случае должен играть роль внутреннего гамильтониана, и некоторых операторов  $B$ , не включающих взаимодействие и описывающих систему как целое, а пространство должно быть представлено в виде соответствующего тензорного произведения внешнего и внутреннего пространств. Вид операторов  $B$  и разложение в тензорное произведение — разные для разных форм динамики. Выберем для конкретности фронтую форму динамики, в которой генераторы

$$P_1, P_2, P_- = P_0 - P_3, J_3, K_3, K_{1+} = K_1 + J_2, K_{2-} = K_2 - J_1 \quad (7)$$

остаются свободными, а гамильтониан является функцией оператора массы,

$$\hat{H} = (\hat{M}^2 + P_1^2 + P_2^2 + P_-^2)/2P_-, \quad (8)$$

$$\hat{H}_a = (\hat{M}_a^2 + P_1^2 + P_2^2 + P_-^2)/2P_-,$$

удовлетворяющей условию применимости обобщенного принципа инвариантности Бирмана — Като.

Возвращаясь к вопросу о выборе внешних переменных, видим, что в качестве таковых в фронтальной динамике следует выбрать  $P_1, P_2, P_-$  и проекцию спина. Тогда в разложении (5) на неприводимые пространства, сделанном относительно свободных ГП, оператор массы со взаимодействием  $\hat{M}$  будет «перемешивать» разные представления  $[s, M, a]$  и  $[s, M', a']$ , т. е. действовать в пространстве  $\mathcal{H}_s^{\text{int}}$ . Оператор  $\hat{M}$  эрмитов в  $\mathcal{H}_s^{\text{int}}$  и имеет в нем полный набор собственных функций.

Пусть собственное состояние оператора массы  $i$ -того кластера  $\hat{M}_i$  с дискретным собственным значением  $m_i$  есть  $[s_i, m_i, q_i]$ , где  $q_i$  — квантовые числа, характеризующие вырождение,  $s_i$  — полный спин  $i$ -того кластера. Тогда пространство асимптотических состояний данного канала является тензорным произведением  $\prod_{i=1}^m [s_i, m_i, q_i]$  (обо-

значение  $[s_i, m_i, q_i]$  согласно нашей процедуре разложения в тензорное произведение несет двойную нагрузку: это неприводимое относительно группы Пуанкаре пространство, с другой стороны — это вектор внутреннего пространства отдельного кластера) и может быть вновь разложено на неприводимые представления, так что оператор

массы  $\hat{M}_a$  канала  $a$ , как и полный оператор массы  $\hat{M}$ , действует только на  $\mathcal{H}_s^{\text{int}}$ . Поскольку все условия применимости обобщенного принципа инвариантности выполнены, мы можем записать

$$W_{\pm}(\hat{H}, \hat{H}_a) = W_{\pm}(\hat{M}, \hat{M}_a) = 1^{(\text{ext})} \otimes W_{\pm}(\hat{M}^{(\text{int})}, \hat{M}_a^{(\text{int})})^{(\text{int})} \quad (9)$$

во фронтовой форме динамики.

Соотношение (9) является релятивистским аналогом выражения (3). Нетрудно видеть, что подобные (9) соотношения будут справедливы в любой динамике. Действительно, при переходе в другую форму динамики [5] ВО преобразуются унитарными и инвариантными относительно группы Пуанкаре операторами  $\Xi$  и  $\Xi_a$ :

$$W_{\pm}(\hat{H}', \hat{H}'_a) = \Xi W_{\pm}(\hat{H}, \hat{H}_a) \Xi_a^{-1}, \quad (10)$$

где  $\hat{H}' = \Xi \hat{H} \Xi^{-1}$ ,  $\hat{H}'_a = \Xi_a \hat{H}_a \Xi_a^{-1}$  гамильтонианы в новой форме динамики, следовательно, с учетом (9) получим

$$W_{\pm}(\hat{H}', \hat{H}'_a) = \Xi W_{\pm}(\hat{M}, \hat{M}_a) \Xi_a^{-1} = W_{\pm}(\hat{M}', \hat{M}'_a), \quad (11)$$

где  $\hat{M}' = \Xi \hat{M} \Xi^{-1}$ ,  $\hat{M}'_a = \Xi_a \hat{M}_a \Xi_a^{-1}$  — операторы массы в новой форме динамики. Таким образом, связанное состояние кластера есть собственное состояние оператора массы со взаимодействием кластера с дискретным собственным значением; в силу переплетающего свойства

$$\hat{M} W_{\pm}(\hat{H}, \hat{H}_a) = W_{\pm}(\hat{H}, \hat{H}_a) \hat{M}_a$$

любое асимптотическое состояние переводится ВО в состояние непрерывного спектра оператора  $\hat{M}$ .

**3. Расширение области определения ВО.** Из известных доказательств существования ВО для некоторых классов «потенциалов»  $\hat{H} - \hat{H}_a$  [12] явствует, что единственным существенно необходимым требованием относительно области определения ВО является требование, чтобы область определения принадлежала абсолютно непрерывному спектру оператора  $\hat{H}_a$ . Использование этого факта должно было бы включать доказательство того, что полное пространство совпадает с пространством абсолютной непрерывности канального гамильтониана  $\hat{H}_a$ . Это, на наш взгляд, более трудоемкая задача, чем непосредственное доказательство существования предела (2) на состояниях ионизации кластеров канала  $a$  при условии существования ВО на канальных пространствах  $\mathcal{H}_a$ .

Рассмотрим систему трех частиц. Пусть  $\hat{H}$  — полный гамильтониан,  $\hat{H}_{12}$  — гамильтониан взаимодействующей пары частиц 1 и 2,  $H_1, H_2, H_3$  — гамильтонианы отдельных свободных частиц. Рассмотрим канал  $a = (12)3$  с канальным гамильтонианом  $\hat{H}_a = \hat{H}_{12} + H_3$ . Мы будем доказывать выполнение сильного предела на подпространстве полного пространства с фиксированным значением спина  $s_{12}$  подсистемы (12), однако для краткости индекс  $s_{12}$  в следующих ниже обозначениях опустим. Пусть  $\mathcal{H}_{(12)}$  — пространство связанных состояний кластера (12). Тогда канальное пространство имеет вид  $\mathcal{H}_a = \mathcal{H}_{(12)} \otimes \mathcal{H}_3$ .

Введем также состояния  $\psi_i \in \mathcal{H}_i$ ,  $(\psi_1 \psi_2) \in \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$ ,  $\psi_{(12)} \in \mathcal{H}_{(12)}$ ,  $(\psi_1 \psi_2) \psi_3 \in \mathcal{H}$ ,  $\psi_{(12)} \psi_3 \in \mathcal{H}_a$ . Пространство  $\mathcal{H}_a$  дополняется до  $\mathcal{H}$  состояниями  $\psi_{(12)^*} \psi_3$ , где  $\psi_{(12)^*}$  — состояния ионизации кластера (12). После выделения множителя, описывающего движение кластера как целого,  $\psi_{(12)^*}$  есть собственная функция оператора массы  $\hat{M}_{12}$  в пространстве  $(\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2)^{\text{int}}$

с собственным значением из непрерывного спектра. Совокупность состояний  $\Psi_{(12)}$  и  $\Psi_{(12)^*}$  образует пространство  $\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$ .

Мы докажем следующее утверждение. Если предел

$$\|(e^{i\hat{H}t} e^{-i\hat{H}_a t} - W_{\pm}(\hat{H}, \hat{H}_a)) \Psi_{(12)} \Psi_3\| \rightarrow 0 \quad (12)$$

имеет место на канальном пространстве  $\mathcal{H}_a$  и существуют ВО  $W_{\pm}(\hat{H}, H)$  и двухчастичный ВО  $W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12})$ , то предел (12) имеет место на всем пространстве  $\mathcal{H}$ .

Запишем условие существования ВО  $W_{\pm}(\hat{H}, H)$  и  $N_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12})$  в виде пределов

$$\|(e^{i\hat{H}t} e^{-iHt} - W_{\pm}(\hat{H}, H)) (\Psi_1 \Psi_2) \Psi_3\| \rightarrow 0, \quad (13)$$

$$\|[e^{i\hat{H}_{12}t} e^{-iH_{12}t} - W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12})] \Psi_1 \Psi_2\| \rightarrow 0, \quad (14)$$

где  $H = H_1 + H_2 + H_3$ . Преобразуем оператор, входящий в (14), следующим образом:

$$e^{i\hat{H}_{12}t} e^{-iH_{12}t} - W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12}) = e^{i\hat{H}_{12}t} (1 - W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12})) e^{-iH_{12}t},$$

где использовано переплетающее свойство  $\hat{H}_{12} W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12}) = W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12}) H_{12}$ . Тогда из (14) следует существование предела

$$\|[W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12}) - 1] e^{-iH_{12}t} (\Psi_1 \Psi_2)\| \rightarrow 0. \quad (15)$$

Предел (15) не изменится, если функцию  $[W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12}) - 1] \times e^{-iH_{12}t} (\Psi_1 \Psi_2)$  умножить на  $\Psi_3 \in \mathcal{H}_3$  с нормой  $\|\Psi_3\| < \infty$ . Подействовав затем на это произведение унитарным оператором  $\exp(-iH_3 t)$  получим в силу коммутативности  $[H_3, \{\hat{H}_{12}, H_{12}\}] = 0$  предел

$$\|[W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12}) - 1] e^{-iHt} (\Psi_1 \Psi_2) \Psi_3\| \rightarrow 0. \quad (16)$$

В силу той же коммутативности  $[W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12}) = W_{\pm}(\hat{H}_a, H)$ , т. е.

$$W_{\pm}(\hat{H}_a, H) = W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12})^{(\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2)} \otimes 1^{(\mathcal{H}_3)},$$

что позволяет вместо (16) записать

$$\|[W_{\pm}(\hat{H}_a, H) - 1] e^{-iHt} (\Psi_1 \Psi_2) \Psi_3\| \rightarrow 0. \quad (17)$$

Поскольку сумма сходящихся к нулю операторов

$$\begin{aligned} & e^{i\hat{H}t} e^{-iHt} - W_{\pm}(\hat{H}, H) + e^{i\hat{H}t} (W_{\pm}(\hat{H}_a, H) - 1) e^{-iHt} = \\ & = [e^{i\hat{H}t} e^{-i\hat{H}_a t} - W_{\pm}(\hat{H}, H) W_{\pm}(\hat{H}_a, H)^*] W_{\pm}(\hat{H}_a, H) \end{aligned}$$

сходится к нулю, то

$$\|[e^{i\hat{H}t} e^{-i\hat{H}_a t} - W_{\pm}(\hat{H}, H) W_{\pm}(\hat{H}_a, H)^*] W_{\pm}(\hat{H}_a, H) (\Psi_1 \Psi_2) \Psi_3\| \rightarrow 0. \quad (18)$$

Здесь мы использовали свойство

$$W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12})^* W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12}) = 1$$

и переплетающее свойство ВО. Но

$$W_{\pm}(\hat{H}_a, H) = W_{\pm}(\hat{H}_{12}, H_{12}) = W_{\pm}(\hat{M}_{12}, M_{12}),$$

и, следовательно, благодаря переплетающему свойству волновая функция  $W_{\pm}(\hat{H}_a, H) (\psi_1 \psi_2)$  принадлежит непрерывному спектру оператора  $\hat{M}_{12}$ . Поэтому из (18) заключаем, что у оператора  $\exp(i\hat{H}t)\exp(-i\hat{H}_a t)$  существует предел и на состояниях ионизации кластера (12):

$$\| [e^{i\hat{H}t} e^{-i\hat{H}_a t} - W_{\pm}(\hat{H}, H) W_{\pm}(\hat{H}_a, H)^*] \Psi_{(12)^*} \Psi_3 \| \rightarrow 0, \quad (19)$$

который является волновым оператором

$$W_{\pm}(\hat{H}, \hat{H}_a) = W_{\pm}(\hat{H}, H) W_{\pm}(\hat{H}_a, H)^*.$$

Последнее эквивалентно цепному правилу [12]

$$W_{\pm}(\hat{H}, H) = W_{\pm}(\hat{H}, \hat{H}_a) W_{\pm}(\hat{H}_a, H).$$

Приведенное доказательство справедливо для любого  $s_{12}$ , следовательно, предел (12) существует на всем пространстве  $\mathcal{H}$ .

Мы ограничились в доказательстве случаем трех частиц лишь для сокращения обозначений. Доказательство легко распространяется на случай произвольного числа частиц. Действительно, достаточно доказать существование предела (12) на состояниях, в которых один из кластеров (например, 1-й) ионизован. Доказательство проводится ана-

логично предыдущему, следует лишь заменить  $H_3$  на  $\hat{H}_3 = \sum_{i=2}^m \hat{H}_i$ , где

$\hat{H}_i$  — гамильтониан  $i$ -того кластера, а  $\hat{H}_{12}$  на  $\hat{H}_1$ . Таким образом, доказана следующая теорема:

Из существования системы канальных ВО следует существование системы расширенных ВО.

Доказанная теорема позволяет использовать результаты работ [4, 5] без дополнительного исследования пределов для каждого вида потенциала на сходимость.

Авторы выражают благодарность С. Н. Соколову за обсуждение результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. М., 1969, с. 443.
2. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. М., 1967, с. 107.
3. Dollard J. D. Asymptotic convergence and the Coulomb interaction.— J. Math. Phys., 1964, 5, 729—738.
4. Соколов С. Н. Свойства разделимости и инвариантности в нерелятивистской и релятивистской квантовой механике.— Теор. и матем. физика, 1975, 23, 355—365.
5. Соколов С. Н., Шатный А. Н. Физическая эквивалентность трех форм релятивистской динамики и сложение взаимодействий во фронтальной и мгновенной формах.— Теор. и матем. физика, 1978, 37, 291—304.
6. Соколов С. Н. Релятивистское сложение прямых взаимодействий в точечной форме динамики.— Теор. и матем. физика, 1978, 36, 193—207.
7. Dirac P. A. M. Forms of relativistic dynamics.— Rev. Mod. Phys., 1949, 21, 392—399.
8. Sokolov S. N. Theory of relativistic direct interactions.— Preprint IHEP, 78—125, Serpukhov, 1978, 39 p.
9. Верле Я. Релятивистская теория реакций. М., 1969, с. 219.
10. Новожилов Ю. В. Введение в теорию элементарных частиц. М., 1972, с. 88.
11. Coester F., Shlessinger L. Unstable states in multiparticle reactions.— Ann. Phys. (N. Y.), 1973, 78, 90—131.
12. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М., 1972, с. 672, 658.
13. Coester F. Scattering theory for relativistic particles.— Helv. Phys. Acta, 1965, 38, 7—23.

Поступила в редакцию  
03.07.78