УДК 539.12.01

А. В. БОРИСОВ, В. Ч. ЖУКОВСКИЙ, ШАРИФ АБДАЛЛА ХАМИД (Судан)

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОНА НА ЯДРЕ В ПОСТОЯННОМ ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

1. Введение. Как неоднократно отмечалось в последнее время (см., например, [1, 2]), включение постоянного внешнего поля должно оказывать существенное влияние на ход квантовых процессов, способных идти и в отсутствие поля. Это влияние проявляется как в энергетическом спектре продуктов реакции, что связано с несохранением 4-импульса во внешнем поле, так и в поляризационных эффектах, обусловленных наличием выделенного направления в поле.

Воздействие внешнего поля на процесс первого порядка — распад частицы — впервые было рассмотрено в работе [1]. Недавно исследовались такие процессы второго порядка, как комптоновское рассеяние и двухфотонное рождение пар в скрещенном поле [3], причем результаты были обобщены на случай произвольного постоянного внешнего поля. В работах [4] были изучены комптоновское рассеяние и двухфотонное образование пар в постоянном магнитном поле с учетом спиновых и поляризационных характеристик частиц. В [5] обсуждалось упругое электрон-электронное рассеяние в постоянном поле. Метод эквивалентных фотонов был использован в работах [6, 7] для расчета процессов третьего порядка — тормозного излучения электрона и фоторождения пар на ядре в постоянном внешнем поле. Отметим также, что тормозное излучение электрона в постоянном магнитном поле было рассмотрено в работе [8] в приближении мягких фотонов.

В настоящей работе методика [6, 7] применяется для вычисления сечения тормозного излучения на ядре в постоянном однородном магнитном поле с учетом поляризации фотона и спиновых состояний электрона. Заметим, что магнитное поле выбрано нами лишь для определенности, так как для релятивистских частиц и напряженностей полей $B \ll B_0 = m^2c^3/\hbar e_0 = 4{,}41 \cdot 10^{13}$ Гс, как было впервые показано Никишовым и Ритусом [1], результаты расчетов, записанные в инвариантном виде, приближенно применимы для произвольного постоянного внешнего поля.

2. Сечение тормозного излучения. Согласно методу эквивалентных фотонов (см., например, [9]) сечение тормозного излучения электрона на ядре можно записать в виде

$$\sigma = \int \sigma^{\Phi} dN, \tag{1}$$

где σ^{Φ} — сечение соответствующего фотопроцесса — столкновения электрона с эквивалентными фотонами ядра, имеющими 4-импульс q. Спектр эквивалентных фотонов dN запишем, как и в [6, 7], в инвариантной форме *

$$dN = \frac{2}{\pi} Z^2 e^2 \ln\left(\frac{\mu}{\varkappa}\right) \frac{d\varkappa}{\varkappa}, \tag{2}$$

* Используется система единиц, в которой $\hbar = c = 1$, $\alpha = e^2 = 1/137$, метрика $(+ - - -)$; $e = -e_0$.

пренебрегая влиянием внешнего поля на спектр эквивалентных фотонов ядра ввиду большой массы ядра M по сравнению с электронной m (см. ниже п. 3). Здесь Ze_0 — заряд бесспинового ядра, $\varkappa = 2pq/m^2$, $\mu = pQ/mM$, где p и Q — 4-импульсы электрона и ядра (вследствие квазиклассичности движения частиц высокой энергии во внешних полях с напряженностью $B \ll B_0$ состояние частицы в поле можно характеризовать 4-импульсом (см. [1], а также [10])).

Условия применимости формулы (1) (см., например, [10, § 8]) имеют вид:

$$-q^2 \ll m^2, \quad -q^2/m^2 \ll \varkappa, \quad \mu \gg 1, \quad \mu/\varkappa \gg m/M. \tag{3}$$

Мы предполагаем, что чисто магнитное поле H ($H \ll B_0$) существует в системе покоя ядра ($\mathbf{Q}=0$), причем в этой же системе импульс электрона $\mathbf{p} \perp \mathbf{H}$. Указанное условие может быть записано с помощью тензора поля $F^{\mu\nu}$ в инвариантном виде:

$$F^{\mu\nu} p_\mu Q_\nu = \mathbf{H}\,[\mathbf{pQ}] = 0. \tag{4}$$

Сечение фотопроцесса в (1) связано с вычисленной в [4] дифференциальной вероятностью фотопроцесса в магнитном поле $\dfrac{dw^\Phi}{du}$ соотношением:

$$d\sigma^\Phi = \frac{2p^0 k^0}{m^2 \varkappa} \frac{dw^\Phi}{du}\, du, \tag{5}$$

в котором спектральная переменная

$$u = \frac{\chi - \chi'}{\chi'} = \frac{E - E'}{E'} \tag{6}$$

определена через инвариантные парамеры χ и χ', связанные с 4-импульсами электрона p и p' до и после излучения:

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{e_0}{m^3} \left[-(F^{\mu\nu} p_\nu)^2\right]^{1/2} = \frac{p_\perp}{m} \frac{H}{B_0}, \\ \chi' &= \frac{e_0}{m^3} \left[-(F^{\mu\nu} p'_\nu)^2\right]^{1/2} = \frac{p'_\perp}{m} \frac{H}{B_0}. \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь $p_\perp$ — поперечная по отношению к магнитному полю $\mathbf{H}$ компонента импульса электрона в системе покоя ядра, а переменная u изменяется в пределах: $0 \leqslant u < \infty$ (с релятивистской точностью по $E/m \gg 1$, $E = p^0 \simeq p_\perp$ — энергия электрона). Явный вид вероятности $\dfrac{dw^\Phi}{du}$ мы здесь не приводим. Отметим лишь, что она зависит от двух инвариантных параметров χ и $\varkappa$, а также от состояний поляризации частиц, участвующих в реакции.

Наличие в пространстве выделенного направления $\mathbf{H}$ приводит к поляризационным эффектам, изучение которых и составляет цель настоящей работы. Для описания линейной поляризации излученного фотона $k^\mu = (\omega, \mathbf{k})$, так же как и в [4], введем единичные 4-векторы:

$$e^\mu(1) = F^{\mu\nu} k_\nu / \left[-(F^{\lambda\rho} k_\rho)^2\right]^{1/2}, \quad e^\mu(2) = F^{*\mu\nu} k_\nu / \left[-(F^{\lambda\rho} k_\rho)^2\right]^{1/2}, \tag{8}$$

где $F^{\mu\nu}$ — тензор внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$, $F^{*\mu\nu} = (1/2)\,\varepsilon^{\mu\nu\lambda\rho} F_{\lambda\rho}$. Эти векторы после градиентного преобразования переходят в известные трехмерно-поперечные σ- и π-компоненты поляризации (см. [11]).

Для характеристики поляризационных состояний электрона используем оператор проекции спина на направление магнитного поля [11]:

$$\widehat{M} = \frac{e_0}{2m^3} F^{*\mu\nu}\widehat{p}_\mu \widehat{S}_\nu = \frac{e_0}{2m}\left(\sigma\mathbf{H} + \frac{1}{m}\rho_2\mathbf{H}[\sigma\widehat{\mathbf{P}}]\right), \tag{9}$$

где $\widehat{p}_\mu = -i\dfrac{\partial}{\partial x^\mu}$, $\widehat{\mathbf{P}} = -i\nabla + e_0\mathbf{A}$, а $\widehat{S}_\nu$ — оператор 4-вектора спина.

Решения уравнения Дирака, являющиеся собственными функциями этого оператора с собственными значениями

$$M = \zeta(H/2B_0)\,(m^2 + p_\perp^2)^{1/2} \quad (\zeta = \pm 1), \tag{10}$$

задают состояния с определенной ориентацией спина частицы по отношению к магнитному полю, причем $\zeta=1$ соответствует ориентации спина электрона вдоль направления поля, $\zeta=-1$ — против направления поля.

Согласно [4], вероятность dw^Φ может быть представлена в виде суммы трех слагаемых

$$dw^\Phi = dw_1 + dw_{-1} + dw_0', \tag{11}$$

каждое из которых имеет следующий смысл: dw_1 есть вероятность комптоновского рассеяния электромагнитной волны частоты q^0 и амплитуды $E_\sim$, интенсивность которой определяется безразмерным параметром $\gamma = e_0 E_\sim / m q_0 \ll 1$; слагаемое dw_{-1} — вероятность двухфотонного вынужденного синхротронного излучения, при котором один из фотонов тождествен фотонам падающей волны q^0; наконец, dw_0' представляет собой поправку к однофотонному синхротронному излучению, обусловленную интерференцией с матричным элементом порядка γ^2, описывающим синхротронное излучение, сопровождаемое испусканием и поглощением фотонов q^0 из волны. Заметим, что все эти три слагаемых имеют порядок γ^2 по отношению к вероятности синхротронного излучения, которая от γ не зависит.

Подставим (11) и (5) в формулу (1), причем в данном случае для γ^2 следует принять значение $\gamma^2 = 4\pi e^2/m^2 q^0$, соответствующее нормировке на один фотон в единице объема. Далее проинтегрируем по спектру эквивалентных фотонов $\varkappa$ с учетом явного вида вероятности $\dfrac{dw^\Phi}{du}$ из [4]. Интегрирование по $\varkappa$ производится, как и в [6, 7], по частям в логарифмическом приближении ($\ln(\mu/u) \gg 1$) с целью выделить расходящиеся на нижнем пределе $\varkappa=0$ члены, которые сокращаются друг с другом. В результате получаем для сечения тормозного излучения с учетом спиновых и поляризационных характеристик конечное выражение:

$$\begin{pmatrix} d\sigma_{\zeta\zeta'}\ (1) \\ d\sigma_{\zeta\zeta'}\ (2)\end{pmatrix} = \frac{\alpha Z^2 r_0^2}{15\sqrt{\pi}}\,\frac{u\,du}{(1+u)^3}\left\{\frac{1-\zeta\zeta'}{2}\begin{pmatrix} G_4 \\ G_1 - G_2 + \zeta G_3\end{pmatrix} + \right.$$
$$\left. + \frac{1+\zeta\zeta'}{2}\left(\frac{2+u}{u}\right)^2 \begin{pmatrix} G_1 - \left(\dfrac{u}{2+u}\right)^2 G_2 - \zeta\dfrac{u}{2+u}G_3 \\ G_4\end{pmatrix}\right\}, \tag{12}$$

где $r_0 = e^2/m$. В формуле (12) верхняя строка соответствует линейной поляризации фотона, определенной вектором e^μ (1), а нижняя — e^μ (2) (см. (8)); кроме того, здесь выделены слагаемые, описывающие излучение с переворотом ($\zeta'=-\zeta$) и без переворота ($\zeta'=\zeta$) спина электрона. Функции $G_i(y)$ выражаются через интегралы [6, 7]

$$f_1(y)=\int\limits_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\Phi(y_1)-\Phi(y_{-1})\right]\ln\frac{\mu}{ux},$$

$$f_2(y)=\int\limits_0^\infty \frac{dx}{x}\left[\Phi'(y_1)-\Phi'(y_{-1})\right]\ln\frac{\mu}{ux}, \tag{13}$$

$$f_3(y)=\int\limits_0^\infty dx\left[\Phi(y_1)+\Phi(y_{-1})\right]\ln\frac{\mu}{ux}$$

от функции Эйри $\Phi(y)=\pi^{-1/2}\int\limits_0^\infty\cos(yt+t^3/3)\,dt$ и ее производной $\Phi'(y)$ следующим образом:

$$\begin{gathered}G_1=2y^4(f_1-f_3)-3yf_1-9y^2f_2,\\ G_2=-2\left[y^4(f_1-f_3)-3y^2f_2\right],\\ G_3=2y^{3/2}\left[9y(f_1-f_3)-2(yf_1+y^2f_2)\right],\\ G_4=9yf_1-y^2f_2,\end{gathered} \tag{14}$$

где $y=(u/\chi)^{2/3}$; $y_{1,-1}=y(1\mp x)$, $x=\varkappa/u$.

Основной вклад в формирование интегралов (13) дает область $x\sim 1+y^{-1}$, поэтому в логарифмическом приближении можно вынести логарифм из-под знака интеграла в точке $x=1+y^{-1}$, после чего, интегрируя по x, получим:

$$\begin{gathered}f_1(y)=\sqrt{\pi}\,\Upsilon(y)\ln(\mu/ux_0),\\ f_2(y)=\sqrt{\pi}\,\Upsilon'(y)\ln(\mu/ux_0),\\ f_3(y)=\sqrt{\pi}\,y^{-1}\ln(\mu/ux_0),\end{gathered} \tag{15}$$

где $x_0=1+y^{-1}$.

Здесь введена ипсилон-функция (или функция Эйри — Харди [12], см. также [13, 7]):

$$\Upsilon(y)=\int\limits_0^\infty\sin(yt+t^3/3)\,dt. \tag{16}$$

Полученное нами общее выражение (12) в пределе $u\ll 1$ согласуется с результатом работы [8], в которой использовалось приближение мягких фотонов.

3. Предельные случаи и обсуждение результатов. Как показано в [6], использованное выше выражение для $\dfrac{dw^\Phi}{du}$, а вместе с ним и выражение (12) для $d\sigma$ справедливы, если инвариантный параметр поля f подчиняется условию:

$$f=\frac{e_0}{m^2}\left|\frac{1}{2}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\right|^{1/2}=\frac{H}{B_0}\ll 1,\ f\ll\chi, \tag{17}$$

а переменная $u\gg f$. Воздействие внешнего магнитного поля на процесс определяется величиной параметра χ (7), входящего в определение спектральной переменной $y=(u/\chi)^{2/3}$.

Выше уже указывалось, что формула (12) получена без учета влияния постоянного внешнего поля на спектр эквивалентных фотонов ядра в предположении, что $M/m \gg 1$. Оценим более точно пределы применимости этого приближения. Влиянием внешнего магнитного поля напряженности H можно пренебречь, если в течение характерного времени протекания процесса тормозного излучения $\tau \sim E/m^2u$ (см., например, [10, с. 212]) ядро, первоначально покоившееся, приобретает импульс, малый по сравнению с его массой. Передача импульса ядру $|\mathbf{q}| \leqslant \omega + |\Delta\mathbf{p}|$, где $\Delta\mathbf{p}$ — изменение импульса электрона за время τ, причем $|\Delta\mathbf{p}| \sim eH\tau \sim HE/B_0u$. Указанное условие $|\mathbf{q}| \ll M$ выполняется при $\omega = uE/(1+u) \ll M$ и

$$(\chi/u)(m/M) \ll 1. \tag{18}$$

Заметим далее, что в присутствии внешнего магнитного поля тормозное излучение электрона на ядре происходит на фоне интенсивного синхротронного излучения. Поэтому спектр тормозного излучения, пропорциональный $ud\sigma$, накладывается на спектр синхротронного излучения, и реально наблюдаемой величиной является суммарная интенсивность излучения, обусловленного действием обоих механизмов: синхротронного и тормозного.

Рассмотрим поведение спектрального распределения тормозного излучения $d\sigma/du$ в двух предельных случаях значений переменной y, которые соответствуют большим ($y \gg 1$) и малым ($y \ll 1$) частотам ω ($u = \omega/(E-\omega)$), по сравнению с критической частотой $\omega_c = \chi E/(1+\chi)$ ($y = 1$), совпадающей с максимумом в спектре синхротронного излучения (при $\chi \leqslant 1$).

1. В высокочастотной области $y \gg 1$ ($\omega \gg \omega_c$) спектр синхротронного излучения dW_s экспоненциально мал: $dW_s \sim \exp[-2u/3\chi]du$ [11, 10]. Поэтому основной вклад в суммарную интенсивность дает тормозное излучение, свойства которого по сравнению со случаем отсутствия магнитного поля изменяются благодаря поправкам, пропорциональным параметру χ.

В области $y \gg 1$ ($u \gg \chi$) для функций $f_i(y)$ с учетом свойств функции $\Upsilon(y)$ имеем следующую асимптотику:

$$\begin{aligned} yf_1 &\simeq \sqrt{\pi}\,(1 + 2y^{-3}) \ln(\mu/u), \\ y^2f_2 &\simeq -\sqrt{\pi}\,(1 + 8y^{-3}) \ln(\mu/u), \\ y^4(f_1 - f_3) &\simeq 2\sqrt{\pi}\,(1 + 20y^{-3}) \ln(\mu/u). \end{aligned} \tag{19}$$

Подставляя (19) в (14) и (12) и суммируя по поляризациям фотона, находим выражение для сечения с точностью до $(\chi/u)^2$ в виде

$$\begin{aligned} d\sigma_{\zeta\zeta'} = 2\alpha Z^2 r_0^2 \frac{u\,du}{(1+u)^3} \ln\frac{\mu}{u} \left\{ \frac{1-\zeta\zeta'}{2} \left[1 + \right.\right. \\ \left. + 2\zeta\frac{\chi}{u} + 10\left(\frac{\chi}{u}\right)^2 \right] + \frac{1+\zeta\zeta'}{2}\left[\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\left(\frac{2+u}{u}\right)^2 - \right. \\ \left.\left. - 2\zeta\frac{2+u}{u}\frac{\chi}{u} + \frac{2}{15}\left(32 + 43\left(\frac{2+u}{u}\right)^2\right)\left(\frac{\chi}{u}\right)^2 \right]\right\}. \end{aligned} \tag{20}$$

Члены, не зависящие от χ, дают сечение тормозного излучения в свободном случае ($H = 0$), совпадающее после усреднения по начальным спиновым состояниям электрона и суммирования по конечным с известным результатом ([9, с. 455]; см. также [6]).

Для неполяризованных электронов влияние внешнего поля проявляется начиная с членов $\sim \chi^2 \sim H^2$, причем поле увеличивает дифференциальное сечение по сравнению со свободным случаем.

Далее, как видно из (20), члены в сечении, линейные по параметру χ, пропорциональны спиновому квантовому числу $\zeta=\pm 1$ начального электрона. Эта явная зависимость сечения от поляризации падающего электрона связана с наличием выделенного направления в пространстве в присутствии магнитного поля. Она, как хорошо известно (см. [9, с. 425]), отсутствует в свободном случае ($H=0$). Рассмотрим переходы с переворотом спина. Как следует из (20), переворот спина более вероятен в состоянии с $\zeta=+1$, т. е. с начальной ориентацией спина электрона вдоль магнитного поля. Этот вывод аналогичен соответствующим результатам для синхротронного излучения [11], а также для комптоновского рассеяния в присутствии магнитного поля [4].

Что касается поляризации излучения, то в рассматриваемом участке спектра ($u \gg \chi$) для степени линейной поляризации ξ из формулы (12) с учетом (14) и (19) находим

$$\xi = \left| \frac{d\sigma(1) - d\sigma(2)}{d\sigma(1) + d\sigma(2)} \right| \sim y^{-3} \ll 1, \tag{21}$$

что соответствует известному выводу о малости линейной поляризации тормозного излучения в отсутствие магнитного поля в пределе высоких частот (см., например, [10, § 17]).

2. В области $y \ll 1$ для функций $f_i(y)$ имеем

$$\begin{aligned} f_1 &\simeq \sqrt{\pi}\,[\Gamma(1/3)/2\cdot 3^{2/3}]\ln(y\mu/u), \\ f_2 &\simeq \sqrt{\pi}\,[\Gamma(2/3)/2\cdot 3^{1/3}]\ln(y\mu/u), \\ f_3 &\simeq \sqrt{\pi}\, y^{-1}\ln(y\mu/u). \end{aligned} \tag{22}$$

Подставляя эти значения $f_i(y)$ в (14), из (12) находим следующее выражение для сечения с учетом главных членов по $u/\chi \ll 1$:

$$d\sigma_{\zeta\zeta'} = \frac{\Gamma(1/3)}{5\cdot 3^{2/3}}\alpha Z^2 r_0^2 \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \frac{u\,du}{(1+u)^3} \times$$
$$\times \left[\frac{1-\zeta\zeta'}{2} + \frac{1+\zeta\zeta'}{2}\left(\frac{2+u}{u}\right)^2\right]\ln\left(\frac{\mu}{u}y\right). \tag{23}$$

Отсюда видно, что при $u \ll 1$ ($\chi \lesssim 1$) с подавляющей вероятностью излучение идет без переворота спина, как это и должно быть в пределе низких частот, причем спектральная интенсивность тормозного излучения падает с уменьшением частоты как $u^{2/3}$:

$$\frac{dW_B}{du} \sim nu\frac{d\sigma}{du} \sim nZ^2\alpha^3 u^{2/3}\ln\left(\frac{\mu}{u}y\right), \tag{24}$$

где n — плотность ядер среды, в которой движется электрон.

В той же области интенсивность синхротронного излучения падает несколько медленнее: $dW_s/du \sim \alpha u^{1/3}$ [11].

Таким образом, в низкочастотном участке спектра ($y \ll 1$) тормозное излучение практически невозможно отделить от синхротронного и его следует рассматривать лишь как поправку к синхротронному излучению, соответствующую более высокому приближению теории возмущений (порядка $Z^2\alpha^2$). Существенный вклад в эту поправку будет давать интерференционный член, связанный со слагаемым dw_0' в формуле для вероятности фотопроцесса (11). Непосредственный физический смысл будет иметь суммарная интенсивность синхротронного и тормозного излучения, введение же сечения тормозного излучения в отдельности от синхротронного в этой области ($y \ll 1$) лишено смысла.

Заметим также, что для правильного учета всех поправок порядка α^2 к синхротронному излучению следует также принять во внимание вклад радиационных эффектов, связанных с изменением массы электрона и фотона во внешнем поле [13], однако это выходит за рамки задачи, поставленной в данной работе.

В заключение авторы благодарят А. А. Соколова за постоянное внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никишов А. И., Ритус В. И. Квантовые процессы в поле плоской электромагнитной волны и в постоянном поле.— ЖЭТФ, 1964, **46** (I): 776—796; (II): 1768—1781.
2. Байер В. Н., Катков В. М. О тормозном излучении при столкновении частиц большой энергии в магнитном поле.— ДАН СССР, 1972, **207**, 68—70.
3. Жуковский В. Ч., Херрманн И. Эффект Комптона и вынужденный эффект Комптона в постоянном электромагнитном поле.— Ядерная физика, 1971, **14**, 150—158. Влияние постоянного электромагнитного поля на фотообразование электронно-позитронных пар.— Там же, 1014—1019.
4. Жуковский В. Ч., Никитина Н. С. Индуцированное двухфотонное синхротронное излучение и комптоновское рассеяние в магнитном поле.— ЖЭТФ, 1973, **64**, 1169—1177. Индуцированное двухфотонное образование электронно-позитронных пар в магнитном поле.— Ядерная физика, 1974, **19**, 148—154.
5. Morozov D. A., Ritus V. I. Elastic electron scattring in an intense field and two-photon emission.— Nucl. Phys., 1975, **B86**, 309—332.
6. Жуковский В. Ч. Тормозное излучение электрона на ядре, находящемся в постоянном внешнем поле.— ЖЭТФ, 1974, **66**, 9—15.
7. Борисов А. В., Жуковский В. Ч. Фоторождение электронно-позитронных пар на ядре в присутствии постоянного внешнего поля.— Ядерная физика, 1975, **21**, 579—585.
8. Волощенко А. М., Жуковский В. Ч., Павленко Ю. Г. Тормозное излучение релятивистских электронов на ядре в магнитном поле в приближении мягких фотонов.— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1976, № 5, 560—568.
9. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. Ч. I. М., 1968, 451—454.
10. Байер В. Н., Катков В. М., Фадин В. С. Излучение релятивистских электронов. М., 1973, 376 с.
11. Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон М., 1974, 392 с.
12. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. Т. 1. М., 1949, с. 349.
13. Ритус В. И. Радиационные поправки к движению электронов и фотонов в интенсивном поле и их аналитические свойства.— В кн.: Проблемы теоретической физики. М., 1972, 306—334.

Поступила в редакцию
18.07.78

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1980, Т. 21, № 4

УДК 530.4

А. П. ДЁМИЧЕВ, Н. Ф. НЕЛИПА

ИНВАРИАНТНЫЕ ОПЕРАТОРЫ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУПП. III. ГРУППА ISO(p, q)

В предыдущих статьях [1—2] нами были исследованы с точки зрения инвариантных операторов алгебры Ли группы неоднородных линейных преобразований. Рассмотрим теперь группу неоднородных псевдоортогональных преобразований.