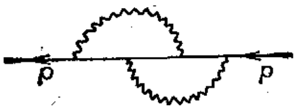
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 538.3:530.145

Ю. М. ЛОСКУТОВ, В. В. СКОБЕЛЕВ

О РАДИАЦИОННЫХ ПОПРАВКАХ К МАССОВОМУ ОПЕРАТОРУ ЭЛЕКТРОНА В ДВУМЕРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ КЭД

Вычисление радиационных поправок к основным типам компактных диаграмм КЭД в интенсивных электромагнитных полях представляет интерес с точки зрения выяснения пределов применимости теории возмущений. В рамках развитого нами метода — двумерного приближения КЭД — были рассчитаны в основном порядке теории возмущений поляризационный оператор фотона $P(q)$ [1], массовый оператор электрона $M(p)$ [2], вершинная функция Λ^μ (k, p) [3] и радиационные поправки к этим величинам [4—6]. В результате произведенного анализа мы пришли к выводу, что теория возмущений неприменима при значениях индукции поля $B \gtrsim 10^{17-18}$ Гс. Однако в работе [5] были вычислены лишь два вида поправок к $M(p)$ — массового и поляризационного типов. В данной заметке мы нашли вклад поправки вершинного типа (см. рисунок) к массовому оператору.



Согласно правилам построения матричных элементов в двумерном приближении КЭД поправка указанного типа определяется выражением

$$M_V(p) = \frac{\alpha}{(2\pi)^2}\int dx \exp\left(-\frac{x}{2\gamma}\right)\int d^2k\,\tilde{\Gamma}^\varepsilon(p-k,p)\times$$
$$\times \frac{\check{k}+m}{k^2-m^2}\tilde{\Gamma}_\varepsilon(-p+k,k)\frac{-i}{(p-k)^2-x}, \qquad (1)$$

где $\gamma=|eB|$, $\tilde{\Gamma}^\varepsilon=\tilde{\gamma}^\varepsilon+\tilde{\Lambda}^\varepsilon$ — вершинный оператор, а все скалярные произведения, свертки и γ-матрицы в (1) являются двумерными. Подставляя в (1) вершинную функцию $\tilde{\Lambda}$ согласно [3] и удерживая интересующий нас вклад, получаем после простых преобразований

$$M_V(p) = -\frac{m\alpha^2}{2\pi^4}\int_0^\infty dxdy \exp\left(-\frac{x+y}{2\gamma}\right)\int d^2kd^2q\times$$
$$\times\frac{m(\check{q}+\check{k})+(q+p)k}{(k^2-m^2)[(q+k)^2-m^2][(q+p)^2-m^2](q^2-y)[(k-p)^2-x]}. \qquad (2)$$

Как отмечено в [5], вне массовой поверхности $(p^2\neq m^2)M_V(p)$ недиагонален, в отличие от вкладов «массовой» и «поляризационной» диаграмм.

В рамках применимости метода в силу условия $B\gg B_0=m^2/e$ $(\gamma\gg\gg m^2)$ вычисление $M_V(p)$ на массовой поверхности $(p^2=m^2)$ можно произвести с точностью до лидирующей степени $\ln\xi(\xi\equiv B/B_0)$. При этом недиагональный член $\sim m(\check{q}+\check{k})$ и слагаемое $\sim(pk)$ дадут вклад в M_V не выше $\ln^2\xi$, так как интегралы по k и q сходятся и без факторов $(q^2-y)^{-1}$ и $[(k-p)^2-x]^{-1}$ при значениях $(q^2)_{\text{эфф}}$, $(k^2)_{\text{эфф}}\leqslant m^2$ в согласии с условием применимости метода; учитывая, что при $\gamma\gg m^2$ $y_{\text{эфф}}$, $x_{\text{эфф}}\gg m^2$, легко прийти к указанному выводу.

Вклад члена $\sim(qk)$ без этих факторов логарифмически расходится, т. е. при x, $y\sim\gamma$ имеется вклад q^2, $k^2\sim\gamma$; однако поскольку обе «расходимости» имеют логарифмический характер, то выражение (2) правильно дает лидирующую ($\sim\ln^3\xi$) и следующую ($\sim\ln^2\xi$) степени $\ln\xi$ *. Сохраняя основной член, получаем после проведения фейнмановской параметризации и вычисления интеграла по q

$$M_V=-\frac{3im\alpha^2}{2\pi^3}\int\limits_0^\infty dxdy\exp\left(-\frac{x+y}{2\gamma}\right)\int k^2d^2k\times$$
$$\times\int\limits_0^1 du_1du_2u_3du_3\,[k^2-m^2-u_2x-u_1u_3y]^{-4}. \qquad (3)$$

Здесь мы положили, где это можно, $u_{1,2}=0$, поскольку именно эти значения параметров существенны в асимптотике $\ln\xi\gg1$. Дальнейшее интегрирование по k, u_i в указанной асимптотике не представляет особых трудностей. В итоге находим

$$M_V=-\frac{m\alpha^2}{(2\pi)^2}\int\limits_C^\infty\frac{dxdy}{xy}\exp\left(-\frac{x+y}{2\xi}\right)\left[\ln y-\left(1+\frac{x}{y}\right)\ln\left(1+\frac{y}{x}\right)\right], \qquad (4)$$

где C — некоторая константа, причем $\xi\gg C\gg1$, а основной член в (4), содержащий главную степень $\ln\xi$, от C не зависит. С точностью до лидирующей степени $\ln\xi$ верхние пределы интегрирования можно заменить на ξ, а экспоненциальные факторы в подынтегральном выражении опустить. Окончательный результат имеет вид

$$M_V=-\frac{m\alpha^2}{12\pi^2}\ln^3\xi. \qquad (5)$$

Таким образом, относительные вклады «поляризационной», «массовой» [5] и «вершинной» (5) диаграмм в массовый оператор находятся в пропорции**

$$\left[-\frac{\pi^2-4}{2}\xi\right]:\left[\frac{1}{4}\ln^4\xi\right]:\left[-\frac{2}{3}\ln^3\xi\right]. \qquad (6)$$

В частности, отсюда видно, что при рассматриваемых значениях ξ поправка четвертого порядка к массовому оператору имеет отрицательный знак, в то время как основной вклад от диаграммы второго порядка является положительным [2]. С другой стороны, вклад «вершинной» диаграммы в принятом приближении всегда существенно меньше вклада первых двух, и, следовательно, ее учет не меняет сделанных нами ранее выводов о пределах применимости теории возмущений.

---

* Такая же ситуация имеет место и при вычислении массового оператора второго порядка; с этой точки зрения удержание второго слагаемого в формуле (9) работы [2] представляет превышение точности метода и является, вообще говоря, неправомерным.

** В формуле (5) работы [5] допущена неточность; множитель 5/48 там следует заменить на 1/32.

Сделанные оценки отнюдь не исключают возможной зависимости от логарифма «массы» фотона; однако можно утверждать, что соответствующий член содержит не более чем 2-ю степень логарифма ξ (см. также [3]).

Представляет интерес вычисление недиагонального члена в (2), поскольку все остальные диаграммы второго и четвертого порядков его не содержат [2, 5]. Несложный расчет приводит к результату ($p^2 \neq m^2$)

$$M_{nd} = \frac{-\alpha^2}{\pi^2} \ln^2 \xi \cdot \frac{\check{p} \cdot m^2}{p^2} \int_0^1 \frac{du}{u} \left[\frac{1}{a} \ln \frac{1-u+a}{-1+u+a} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{b} \ln \frac{(1-u)(1-u+gu)+b}{-(1-u)(1-u+gu)+b} \right], \quad (7)$$

где

$$a^2 = (1-u)(1-u+gu)[4u+(1-u)(1-u+gu)],$$

$$b^2 = 4u(1-u)+(1-u)^2,$$

$$g = (m^2-p^2)/m^2 > 0.$$

В соответствии со сказанным выше вклад недиагонального члена растет лишь как $\ln^2\xi$.

Следует отметить, что вычисление массового оператора вместе с радиационными поправками к нему позволяет решить вопрос об определении «точного по α» (но в лидирующем порядке по полю B) значения электронного пропагатора в двумерном приближении КЭД. Именно функции Грина электрона в импульсном представлении двумерного приближения сопоставляется величина

$$G(p) = (\check{p} - m)^{-1}. \quad (8)$$

Как показано нами в работе [2], поправка следующего порядка по α к пропагатору дается выражением

$$G(p) M_0(p) G(p), \quad (9)$$

где $M_0(p)$ — массовый оператор второго порядка. Совершенно аналогично тому, как это делается в «четырехмерной» электродинамике, можно показать, что имеет место следующее соотношение между точным электронным пропагатором $\mathcal{G}(p)$ и точным массовым оператором $M(p)$:

$$\mathcal{G}(p) = G(p) + G(p) M(p) \mathcal{G}(p). \quad (10)$$

Это соотношение позволяет упростить вычисление радиационных поправок, так как теперь вместо отдельного вычисления диаграмм с различными поправками к внутренним электронным линиям для получения искомого результата достаточно соответствующую функцию $G(p)$ заменить на $\mathcal{G}(p)$, взяв $M(p)$ в нужном приближении с учетом результатов [2, 5] и настоящей работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Скобелев В. В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле.— Изв. вузов. Физика, 1975, № 10, 142. Loskutov Yu. M., Skobelev V. V. Nonlinear electrodynamics in a superstrong magnetic field.— Phys. Lett. 1976, **56A**, 151.
2. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. О функциях Грина спинорных и скалярных частиц в магнитном поле.— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1977, **18**, № 6, 111.

3. Скобелев В. В. Излучение мягких фотонов и формфакторы электрона в двумерном приближении квантовой электродинамики.— ЖЭТФ, 1977, 72, 1298.
4. Скобелев В. В. О распространении фотона в магнитном поле.— ЖЭТФ, 1977, 73, 1301.
5. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. Радиационные поправки к массовому оператору электрона в двумерном приближении квантовой электродинамики.— Теор. и матем. физ., 1979, 38, 195.
6. Скобелев В. В. О параметре разложения вершинной функции в двумерном приближении квантовой электродинамики.— Изв. вузов. Физика, 1978, № 9, 126.

Поступила в редакцию
02.04.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1980, Т. 21, № 4

УДК 538.3

И. М. ТЕРНОВ, А. М. ХАПАЕВ, Б. А. ВОЛОДИН

ДИНАМИКА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ И В ПОЛЕ РЕДМОНДА

Взаимодействию заряженных частиц с полем плоской циркулярно поляризованной электромагнитной волны, задаваемой векторным потенциалом

$$\mathbf{A}(\xi) = -\frac{cE_0}{\omega}[\sin(\omega\xi + \varphi_0)\cdot\mathbf{i} - g\cdot\cos(\omega\xi + \varphi_0)\cdot\mathbf{j}], \quad \xi = t - \frac{z}{c},$$

и с полем волны в присутствии статического магнитного поля* $\mathbf{H} = H_0\cdot\mathbf{k}$ посвящен ряд работ (см., например, [1—3]). Причем первый интеграл движения заряженной частицы (мы будем в дальнейшем рассматривать электрон $-e$, m), связывающий энергию и z-компоненту импульса

$$\alpha = (1 - \beta_{\parallel})/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = \frac{\mathbf{v}}{c} = \beta_x\cdot\mathbf{i} + \beta_y\cdot\mathbf{j} + \beta_{\parallel}\cdot\mathbf{k},$$

является одинаковым для обоих типов полей [1]. Второй интеграл, определяющий закон сохранения поперечной x, y $(\mathbf{r}_\perp)$ компоненты импульса (штрих — производная по ξ)

$$(b)\ m\alpha\mathbf{r}'_\perp - \frac{e}{c}\mathbf{A} = \mathbf{P}_{\perp 0}, \quad (r)\ m\alpha\mathbf{r}'_\perp - \frac{e}{c}\mathbf{A} + \frac{eH_0}{c}[\mathbf{rk}] = \mathbf{P}_{\perp 0},$$

является различным, что связано с присутствием постоянного **H**. Движение в перпендикулярной направлению распространения волны плоскости в поле Редмонда является финитным. Основным результатом проведенных исследований было получение зависимости энергии и z-координаты от параметра ξ. Представляется возможным продолжить решение данной задачи и получить $\Delta W = f(z)$, общее для обоих типов полей.

---

* Подобную конфигурацию полей — постоянное магнитное и поле плоской волны — будем называть полем Редмонда (индекс r, в отличие от индекса просто волны b). Поляризацию волны положим $g=1$.