3. Скобелев В. В. Излучение мягких фотонов и формфакторы электрона в двумерном приближении квантовой электродинамики.— ЖЭТФ, 1977, 72, 1298.
4. Скобелев В. В. О распространении фотона в магнитном поле.— ЖЭТФ, 1977, 73, 1301.
5. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. Радиационные поправки к массовому оператору электрона в двумерном приближении квантовой электродинамики.— Теор. и матем. физ., 1979, 38, 195.
6. Скобелев В. В. О параметре разложения вершинной функции в двумерном приближении квантовой электродинамики.— Изв. вузов. Физика, 1978, № 9, 126.

Поступила в редакцию
02.04.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1980, Т. 21, № 4

УДК 538.3

И. М. ТЕРНОВ, А. М. ХАПАЕВ, Б. А. ВОЛОДИН

ДИНАМИКА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ И В ПОЛЕ РЕДМОНДА

Взаимодействию заряженных частиц с полем плоской циркулярно поляризованной электромагнитной волны, задаваемой векторным потенциалом

$$\mathbf{A}(\xi) = -\frac{cE_0}{\omega}[\sin(\omega\xi + \varphi_0)\cdot\mathbf{i} - g\cdot\cos(\omega\xi + \varphi_0)\cdot\mathbf{j}], \quad \xi = t - \frac{z}{c},$$

и с полем волны в присутствии статического магнитного поля* $\mathbf{H} = H_0\cdot\mathbf{k}$ посвящен ряд работ (см., например, [1—3]). Причем первый интеграл движения заряженной частицы (мы будем в дальнейшем рассматривать электрон $-e$, m), связывающий энергию и z-компоненту импульса

$$\alpha = (1 - \beta_{\parallel})/\sqrt{1 - \beta^2}, \quad \beta = \frac{\mathbf{v}}{c} = \beta_x\cdot\mathbf{i} + \beta_y\cdot\mathbf{j} + \beta_{\parallel}\cdot\mathbf{k},$$

является одинаковым для обоих типов полей [1]. Второй интеграл, определяющий закон сохранения поперечной x, y $(\mathbf{r}_\perp)$ компоненты импульса (штрих — производная по ξ)

$$(b)\ m\alpha\mathbf{r}'_\perp - \frac{e}{c}\mathbf{A} = \mathbf{P}_{\perp 0}, \quad (r)\ m\alpha\mathbf{r}'_\perp - \frac{e}{c}\mathbf{A} + \frac{eH_0}{c}[\mathbf{rk}] = \mathbf{P}_{\perp 0},$$

является различным, что связано с присутствием постоянного $\mathbf{H}$. Движение в перпендикулярной направлению распространения волны плоскости в поле Редмонда является финитным. Основным результатом проведенных исследований было получение зависимости энергии и z-координаты от параметра ξ. Представляется возможным продолжить решение данной задачи и получить $\Delta W = f(z)$, общее для обоих типов полей.

---

* Подобную конфигурацию полей — постоянное магнитное и поле плоской волны — будем называть полем Редмонда (индекс r, в отличие от индекса просто волны b). Поляризацию волны положим $g=1$.

Пусть на входе в область взаимодействия с полем компоненты скорости электрона и фаза поля имеют вид

$$\beta_x|_{z=0}=\beta_{\perp 0}\sin\varphi,\ \beta_y|_{z=0}=-\beta_{\perp 0}\cos\varphi,\ \beta_{\parallel}|_{z=0}=\beta_{\parallel 0},\ \psi|_{z=0}=\psi_0,\ g_F=\frac{\beta_{\perp 0}}{\beta_{\parallel 0}}. \tag{1}$$

С учетом (1) полученные ранее результаты [1] можно представить в форме

$$\Delta W=L_0\{(\cos\psi-\cos\psi_0)-q[1-\cos(\psi-\psi_0)]\},$$

$$\frac{z}{\lambda}=L_1(\psi-\psi_0)-L_2[(\sin\psi-\sin\psi_0)+q\sin(\psi-\psi_0)], \tag{2}$$

где $\Delta W=(W_0-W)/(W_0-mc^2)$, $W_0=mc^2/\sqrt{1-\beta_0^2}$, W — полная энергия электрона, а L_0, L_1, L_2, q в волне и в поле Редмонда соответственно принимают значения

$$L_0=N\frac{\beta_{\perp 0}}{1-\sqrt{1-\beta_0^2}},\ L_1=\beta_{z0}+L_2(\cos\psi_0+q),\ L_2=N\frac{\beta_{\perp 0}}{1-\beta_{\parallel 0}},$$

$$q=N\frac{1-\beta_{\parallel 0}}{\beta_{\perp 0}},\ \beta_{z0}=\frac{\beta_{\parallel 0}}{1-\beta_{\parallel 0}},\ \delta=1-\frac{\omega_1}{\omega},\ \gamma=\frac{eE_0}{m\omega c},\ k=\frac{E_0}{H_0},$$

$$N^b=\frac{\gamma}{\alpha},\ N^r=k\frac{1-\delta}{\delta},\ \lambda^b=\frac{c}{\omega},\ \lambda^r=\frac{\lambda^b}{\delta},\ \omega_1=\frac{eH_0}{mc\alpha},$$

$$\psi^b=\omega\xi+\psi_0,\ \psi^r=\delta\omega\xi+\psi_0,\ \psi_0=\varphi_0-\varphi. \tag{3}$$

Приведенная система (2) позволяет получить дифференциальное уравнение для $\Delta\dot{W}$ (точка означает производную по z). Если ввести вспомогательную переменную $y=\beta_{z0}-\Delta W$, уравнение примет канонический вид

$$\lambda^2(y\dot{y})^2=Ay^2+By+D. \tag{4}$$

Вернувшись к ΔW и взяв интеграл, соответствующий решению уравнения (4), получим соотношение, связывающее ΔW и z:

$$\frac{z}{\lambda}=\frac{1}{A}\frac{L_2}{L_0}(\sqrt{R}-\sqrt{R_0})+L_1\left(\arcsin\frac{2A\Delta W+B}{\sqrt{B^2+4D}}-\arcsin\frac{B}{\sqrt{B^2+4D}}\right), \tag{5}$$

$$R=A\Delta W^2+B\Delta W+D,\ R_0=D, \tag{6}$$

$$A=-1,\ B=-2L_0(\cos\psi_0+q),\ D=(L_0\sin\psi_0)^2. \tag{7}$$

Решение уравнения (5), как легко видеть, можно записать в виде

$$\Delta W=\frac{\sqrt{B^2+4D}}{2}(\sin\theta_0-\sin\theta), \tag{8}$$

$$\theta=\theta_0+\frac{1}{L_1}\cdot\frac{L_2}{L_0}(\sqrt{R}-\sqrt{R_0})+\frac{1}{L_1}\frac{z}{\lambda},\ \theta_0=\arcsin\frac{B}{\sqrt{B^2+4D}}. \tag{9}$$

Таким образом, как уже отмечалось в работе [1], в поле волны на сохраняющуюся часть энергии электрона как в волне, так и в поле Редмонда накладывается синусоидальная ΔW*. Полученное выра-

---

* Мы исключили из рассмотрения случай резонанса $\delta=0$ при движении в поле Редмонда. Он требует отдельного подхода к решению.

жение для ΔW (8) позволяет непосредственно установить максимальные и минимальные значения энергии заряженной частицы в заданных полях и определить расстояние между экстремумами.

Для того чтобы решить вопрос о зависимости ΔW от z в любой точке области взаимодействия, необходимо определить θ из (9), установить критерий применимости полученной формулы. Для этого преобразуем R с учетом того, что $\sin\theta = (B - 2\Delta W)/\sqrt{B^2 + 4D}$:

$$R = \frac{\sqrt{B^2 + 4D}}{4}\cos^2\theta. \tag{10}$$

Уравнение для определения θ сведется к виду

$$\theta - a(\cos\theta - \cos\theta_0) = \theta_0 + \frac{1}{L_1}\frac{z}{\lambda},\quad a = \frac{\sqrt{B^2 + 4D}}{2L_1}\frac{L_2}{L_0}. \tag{11}$$

Пусть $a \ll 1$, что справедливо практически при любых реально достижимых напряженностях поля волны (a пропорционально γ или k), тогда

$$\sin\theta \cong \sin\left(\theta_0 + \frac{1}{L_1}\frac{z}{\lambda}\right), \tag{12}$$

$$\Delta W = L_0\left\{\left[\cos\left(\psi_0 + \frac{1}{L_1}\frac{z}{\lambda}\right) - \cos\psi_0\right] - q\left[1 - \cos\left(\frac{1}{L_1}\frac{z}{\lambda}\right)\right]\right\}. \tag{13}$$

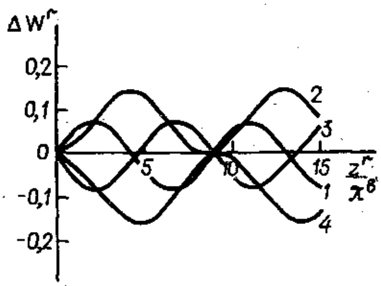

Рис. 1

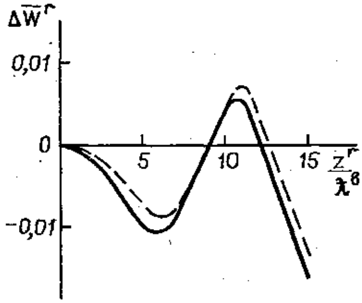

Рис. 2

Представляет интерес оценить возможность существования и эффективность в зависимости от поля мазерного эффекта (отдачи энергии ансамблем электронов полю волны). Основываясь на прежнем допущении γ, $k \ll 1$, можно упростить запись аргумента в (13):

$$q_0 = \frac{z}{\lambda}\frac{1 - N/g_F}{\beta_{z0}},\quad q_1 = \frac{z}{\lambda}\frac{Ng_F}{\beta_{z0}},\quad \frac{1}{L_1}\frac{z}{\lambda} \simeq q_0 - q_1\cos\psi_0. \tag{14}$$

Выбрав в качестве ансамбля осцилляторов на входе в область взаимодействия электронное кольцо с равномерным распределением по окружности, усредним ΔW по ψ_0 на длине пролета z и придем к

$$\overline{\Delta W} = L_0\{\sin q_0 J_1(q_1) - q\,[1 - \cos q_0 J_0(q_1)]\}. \tag{15}$$

Для проверки справедливости аналитических выражений (13) и (15) проводились численный расчет по указанным формулам в поле Редмонда и сравнение с результатом прямого интегрирования системы дифференциальных уравнений ($\beta_0=0{,}26$; $g_F=3$; $k=10^{-4}$; $\delta=10^{-2}$). Графики, приведенные на рис. 1, описывают зависимость ΔW^r от z^r/λ^b для четырех электронов (ψ_0:*1*—$\pi/2$, *2*—π, *3*—$(3/2)\pi$, *4*—2π), графики на рис. 2 — $\overline{\Delta W^r}$ от z^r/λ^b (сплошная линия соответствует численному интегрированию, пунктир — расчету по аналитической формуле (15)). Сравнение показывает практически полное совпадение результатов расчета ΔW^r с помощью (13) и по методу Рунге — Кутта. Некоторое расхождение в кривых, описывающих $\overline{\Delta W^r}$, объясняется существованием дополнительного ограничения (14).

Аналогичные кривые получаются для энергии электронов в поле бегущей волны $\gamma=k(1-\delta)\alpha=0{,}94\cdot10^{-4}$, что соответствует одинаковой амплитуде поля волны с **H** и без **H**. Для выбранных параметров можно записать

$$\Delta W^b \simeq \delta\Delta W^r,\ \overline{\Delta W^b} = \delta^2\overline{\Delta W^r},\ \frac{z^b}{\lambda^b} = \frac{z^r}{\lambda^r} = \delta\,\frac{z^r}{\lambda^b}. \qquad (16)$$

Анализ (16) приводит прежде всего к выводу о сильном влиянии статического магнитного поля **H** (т. е. расстройки δ) на характер изменения энергии электронов. Период ΔW^r и $\overline{\Delta W^r}$ больше ΔW^b и $\overline{\Delta W^b}$ в δ^{-1}, и поэтому колебания энергии как одного электрона, так и ансамбля $\overline{\Delta W^r}$ более плавные и с большей амплитудой, что указывает на принципиальную возможность увеличения $\overline{\Delta W}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соколов А. А., Тернов И. М. Релявистский электрон. М., 1974, 71—74.
2. Volkov D. M. Über eine Klasse von Lösungen der Diracshen Gleichung.— Zs. f. Phys., 1935, 94, 250.
3. Redmond R. Solution of the Klein — Gordon and Dirac equations for a particle with a plane electromagnetic wave and a parallel magnetic field.— J. Math Phys., 1965, 6, 1163.

Поступила в редакцию
06.04.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1980, Т. 21, № 4

УДК 539.194

А. А. БЕЛОВ, Н. В. РУСАНОВ, М. В. ЩЕТИНИН

О ВОЗМОЖНОСТИ НАБЛЮДЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА В ГАЗЕ ИЗ ЛИНЕЙНЫХ МОЛЕКУЛ

Явление электрического резонанса в газе, описанное в [1], нельзя наблюдать у линейных молекул, находящихся в основном колебательном состоянии, так как у таких молекул линейный эффект Штарка отсутствует. Из рассмотрения волновых функций линейной полярной многоатомной молекулы вытекает, что последняя при наличии вырожденных колебаний изгиба становится подобной симметричному волчку (см. [2]) и может иметь ненулевое значение проекции дипольного момента на ось вращения. Поэтому у таких молекул может наблюдаться линейный эффект Штарка [3, 4], и, следовательно, явление электрического резонанса.