УДК 538.3:530.145

Ю. М. ЛОСКУТОВ, В. В. СКОБЕЛЕВ

ФОТОРОЖДЕНИЕ НЕЙТРИНО НА ЭЛЕКТРОНЕ В ДВУМЕРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ КЭД

В последние годы широкое развитие получили перенормируемые модели слабых взаимодействий со спонтанно-нарушенной симметрией. Общее признание получила, в частности, схема $SU(2)\otimes U(1)$ Вайнберга [1]. Ее косвенным подтверждением (помимо прямого обнаружения тяжелых бозонов) могли бы быть экспериментально проверяемые количественные и качественные выводы, вытекающие, например, из учета нейтральных токов. С этой целью в работах [2—4] в рамках модели Вайнберга пересчитывались сечения и вероятности характерных реакций, дающих вклад в нейтринную светимость звезд:

$$e^+e^- \to \nu\bar{\nu}, \tag{1а}$$

$$\gamma^* \to \nu\bar{\nu}, \tag{1б}$$

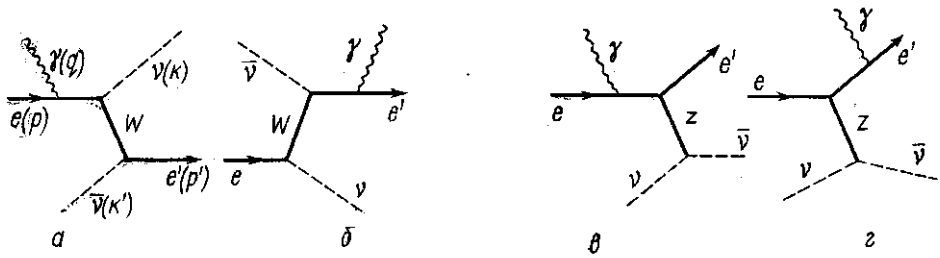
$$\gamma e \to e\nu\bar{\nu}, \tag{1в}$$

$$e\,(Ze) \to e\,(Ze)\,\nu\bar{\nu}, \tag{1г}$$

которые раньше рассматривались в обычной ток-токовой схеме Ферми [5—8]. Процессы (1а, в, г) идут и «на массовой поверхности», что же касается процесса (1б), то он может описывать либо распад плазмона [4, 7], либо распад фотона, стимулированный наличием внешнего поля [3, 9].

С точки зрения экспериментальной проверки представляется естественным рассмотреть вклад указанных процессов в светимость нейтронных звезд, так как на определенных стадиях их эволюции из-за большого объемного поглощения электромагнитного излучения их нейтринная светимость будет преобладающей. Однако тогда возникает необходимость учета влияния на сечения соответствующих реакций гигантских магнитных полей (вплоть до критического $B_0=m^2/e=4{,}41\cdot10^{13}$ Гс и выше). В [9] был произведен расчет процесса (1б) при наличии сильного магнитного поля в схеме Ферми, а в [3] — в модели Вайнберга. При этом оказалось, что (поскольку из-за кинематических ограничений вклад векторной части в матричный элемент процесса $\gamma^*\to\nu\bar{\nu}$ равен нулю) вероятности процесса в модели Вайнберга и в четырехфермионной схеме пропорциональны квадрату фермиевской константы связи (в пределе сильных полей результат [3] отличается от [9] множителем 1/4). Таким образом, из анализа данной реакции нельзя получить информации о массе W-бозона m_W. Более предпочтительны в этом смысле процессы (1а, в, г), дающие различную (зависящую от m_W) долю электронных и мюонных нейтрино в общей нейтринной светимости.

Реакции (1в, г) при наличии сильного магнитного поля рассматривались нами ранее [10, 11] в схеме Ферми. В расчетах предполагалось, что электроны находятся на основном энергетическом уровне. Данное предположение представляется вполне вероятным в свете существующих представлений о величинах полей и об энергии электронов в нейтронных звездах. Как показано нами в ряде работ [10—13], подобные обстоятельства позволяют свести электродинамику к двумер-



ной (в подпространстве (0, 3)), сохранив при этом ее ковариантность. В данной работе развитый аппарат двумерной электродинамики применяется к вычислению сечения процессов $\gamma e^- \longrightarrow e^- \nu_l \bar{\nu}_l$ ($l = e, \mu$) в модели Вайнберга.

Необходимая часть гамильтониана взаимодействия согласно [1] имеет вид

$$H = -e\bar{\psi}_e \gamma^\varepsilon \psi_e A_\varepsilon - \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{\psi}_{\nu_e} \gamma^\varepsilon (1 + \gamma^5) \psi_e W_\varepsilon^+ -$$

$$- \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{\psi}_e \gamma^\varepsilon (1 + \gamma^5) \psi_{\nu_e} W_\varepsilon - \frac{1}{4\sqrt{g'^2 + g^2}} \bar{\psi}_e \gamma^\varepsilon [(3g'^2 - g^2) -$$

$$- (g'^2 + g^2) \gamma^5] \psi_e Z_\varepsilon - \frac{1}{4} \sqrt{g'^2 + g^2}\, \bar{\psi}_{\nu_e} \gamma^\varepsilon (1 + \gamma^5) \psi_{\nu_e} Z_\varepsilon -$$

$$- \frac{1}{4} \sqrt{g'^2 + g^2}\, \bar{\psi}_{\nu_\mu} \gamma^\varepsilon (1 + \gamma^5) \psi_{\nu_\mu} Z_\varepsilon, \qquad (2)$$

где связь констант g' и g с обычными константами e, G дается выражениями

$$e = \frac{g'g}{\sqrt{g'^2 + g^2}}, \quad \frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2}, \quad \frac{m_W^2}{m_Z^2} = \frac{g^2}{g'^2 + g^2}. \qquad (3)$$

Доминирующие диаграммы, соответствующие процессу $\gamma e \longrightarrow e \nu_l \bar{\nu}_l$, приведены на рисунке. Предполагая массу W- и Z-бозонов достаточно большой, такой, что

$$\frac{\omega^2}{m_{W,Z}^2} \ll 1, \quad \frac{|eB|}{m_W^2} \ll 1, \qquad (4)$$

их пропагаторы можно взять в «контактной» форме:

$$D_{\mu\nu}^{(W,Z)}(x) = -m_{W,Z}^{-2} g_{\mu\nu} \sigma^{(4)}(x). \qquad (5)$$

Здесь ω ($\equiv q_0$) — энергия фотона, B — индукция постоянного однородного магнитного поля.

Использование в дальнейшем двумерного приближения квантовой электродинамики приводит к дополнительным ограничениям:

$$E^2 - m^2 < 2|eB|, \ \omega^2 < |eB|, \ \omega E < |eB|, \tag{6}$$

где E и m — энергия и масса электрона.

С учетом сказанного, определяя инвариантный матричный элемент M процесса выражением

$$\langle f|S|i\rangle = \frac{i\,(2\pi)^3\,\delta^{(0,2,3)}(p+q-p'-k'-k)}{4\sqrt{2}\,(\omega E' E k_0' k_3)^{1/2}\,L_2 L_3 V^{3/2}}\,M, \tag{7}$$

вклад в M диаграмм *а* и *б* (с привлечением правила Фирца) можно привести к виду

$$M_a + M_б = -\frac{\sqrt{\pi}\,eg^2}{4m_W^2}\,F^\varepsilon \bar{v}_e(p')\left[\tilde{\gamma}_\varepsilon(1+\tilde{\gamma}^5)\frac{\check{p}+\check{q}+m}{(p+q)^2-m^2}\check{e} + \right.$$

$$\left. + \check{e}\frac{\check{p}'-\check{q}+m}{(p'-q)^2-m^2}\tilde{\gamma}_\varepsilon(1+\tilde{\gamma}^5)\right] v_e(p), \tag{8}$$

а диаграмм *в* и *г* — к виду

$$M_в + M_г = -\frac{\sqrt{\pi}\,e}{8m_Z^2}\,F^\varepsilon \bar{v}_e(p')\left\{\tilde{\gamma}_\varepsilon[(3g'^2-g^2)-(g'^2+g^2)\tilde{\gamma}^5]\times\right.$$

$$\left.\times\frac{\check{p}+\check{q}+m}{(p+q)^2-m^2}\check{e} + \check{e}\frac{\check{p}'-\check{q}+m}{(p'-q)^2-m^2}\tilde{\gamma}_\varepsilon[(3g'^2-g^2)-(g'^2+g^2)\tilde{\gamma}^5]\right\} v_e(p), \tag{9}$$

где

$$F^\varepsilon = \bar{u}_\nu(k)\,\gamma^\varepsilon(1+\gamma^5)\,u_{\tilde{\nu}}(-k') \tag{10}$$

и всюду опущены несущественные фазовые множители. В нейтринной скобке (10) матрицы и спиноры определены как обычно, а в (8), (9) все свертки и скалярные произведения являются двумерными, т. е. вычисляются в подпространстве (0, 3); соответственно матрицы $\tilde{\gamma}^0, \tilde{\gamma}^3, \tilde{\gamma}^5 = \tilde{\gamma}^0\tilde{\gamma}^3$ в электронной скобке — двухрядные (пропорциональные матрицам Паули), а электронный спинор v_e — двухкомпонентный *, причем

$$\bar{v}_e(p)\,v_e(p) = 2m,$$

$$\rho \equiv v_e(p)\,\bar{v}_e(p) = \check{p} + m,$$

$$(\tilde{\gamma}^5)^2 = 1, \ \frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\,(\tilde{\gamma}_\alpha\tilde{\gamma}_\beta) = g_{\alpha\beta},$$

$$\tilde{\gamma}^\alpha\tilde{\gamma}_\beta\tilde{\gamma}_\alpha = 0, \ \frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\,(\tilde{\gamma}^5\tilde{\gamma}_\alpha\tilde{\gamma}_\beta) = e_{\alpha\beta}, \tag{11}$$

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}\,(\tilde{\gamma}^5\tilde{\gamma}_\alpha\tilde{\gamma}_\beta\tilde{\gamma}_\rho\tilde{\gamma}_\sigma) = g_{\alpha\beta}e_{\rho\sigma} + g_{\rho\sigma}e_{\alpha\beta},$$

$$e_{00} = e_{33} = 0, \ e_{30} = -e_{03} = 1.$$

---

* Если матрицы в электронной скобке считать четырехрядными, а электронный спинор v_e — четырехкомпонентным, то в (11) $\frac{1}{2}\,\mathrm{Sp}$ следует заменить на $\frac{1}{4}\,\mathrm{Sp}$, а в качестве ρ брать $\frac{1}{2}(\hat{p}+m)(1+i\gamma_1\gamma_2)$. Заметим, кстати, что в [12] слагаемое $i\gamma_1\gamma_2$ было пропущено.

Суммарный матричный элемент M будет характеризоваться выражением

$$M = -\sqrt{2\pi}\, eGF^{\varepsilon}\bar{v}_e(p')\left[\tilde{\gamma}_\varepsilon(C_V + C_A\tilde{\gamma}^5)\frac{\tilde{p}+\tilde{q}+m}{(p+q)^2-m^2}\tilde{e} + \right.$$

$$\left. + \tilde{e}\frac{\tilde{p}'-\tilde{q}+m}{(p'-q)^2-m^2}\tilde{\gamma}_\varepsilon(C_V + C_A\tilde{\gamma}^5)\right] v_e(p), \tag{12}$$

где использовано (3) и введены обозначения:

$$C_V = 1 + \frac{(3g'^2 - g^2)\, m_W^2}{2g^2 m_Z^2} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{e^2}{2\sqrt{2}\, G m_W^2}, \tag{13}$$

$$C_A = 1 - \frac{(g'^2 + g^2)\, m_W^2}{2g^2 m_Z^2} \Rightarrow \frac{1}{2}.$$

Матричный элемент, соответствующий обычному четырехфермионному взаимодействию, может быть получен из (12) формальной заменой C_V, $C_A \longrightarrow 1$. Заметим, что выражение (12) не зависит от поля — роль его свелась здесь к вырождению движения электрона в одномерное.

Сечение фоторождения нейтрино на электроне в рамках выбранного приближения имеет вид

$$d\sigma_{\gamma\nu_e} = \frac{I}{8(2\pi)^5\,\omega m^2}\, dp_3', \tag{14}$$

где

$$I = \int |M|^2\, \delta^{(0,3)}(\varkappa - k' - k)\frac{d^3k'}{2k_0'}\,\frac{d^3k}{2k_0}, \tag{15}$$

а $\varkappa = p + q - p'$. Значение I проще всего вычислить, если воспользоваться вспомогательным интегралом

$$J_{\alpha\beta} = \int \delta^{(0,3)}(\varkappa - k' - k)\, k_\alpha k_\beta'\,\frac{d^3k}{2k_0}\,\frac{d^3k'}{2k_0'}. \tag{16}$$

Учитывая, что при $\alpha, \beta = 1, 2$ $J_{\alpha\beta} = 0$, а при $\alpha, \beta = 0, 3$ $J_{\alpha\beta}$ является 2-тензором по отношению к бустам вдоль оси z, легко находим

$$J_{\alpha\beta} = \frac{\pi^2\varkappa^2}{12}\left(\varkappa_\alpha\varkappa_\beta + \frac{1}{4}\varkappa^2 g_{\alpha\beta}\right). \tag{17}$$

Пользуясь (17) и принимая во внимание (11), (12), для I получаем выражение

$$I = \frac{(2\pi)^3\,\alpha G^2}{6}\varkappa^2(2\varkappa^\varepsilon\varkappa^\lambda - \varkappa^2 g^{\varepsilon\lambda})\,\mathrm{Sp}\left\{(\tilde{p}' + m)\left[\tilde{\gamma}_\varepsilon(C_V + C_A\tilde{\gamma}^5)\times\right.\right.$$

$$\times\frac{\tilde{p}+\tilde{q}+m}{(p+q)^2-m^2}\tilde{e} + \tilde{e}\frac{\tilde{p}'-\tilde{q}+m}{(p'-q)^2-m^2}\tilde{\gamma}_\varepsilon(C_V + C_A\tilde{\gamma}^5)\Big](\tilde{p} + m)\times$$

$$\left.\times\left[\tilde{e}^*\frac{\tilde{p}+\tilde{q}+m}{(p+q)^2-m^2}\tilde{\gamma}_\lambda(C_V + C_A\tilde{\gamma}^5) + \tilde{\gamma}_\lambda(C_V + C_A\tilde{\gamma}^5)\frac{\tilde{p}'-\tilde{q}+m}{(p'-q)^2-m^2}\tilde{e}^*\right]\right\}. \tag{18}$$

Выполняя здесь операцию Sp по правилам (11) и замечая, что при разбиении по состояниям линейной поляризации $e^* = e$, получим

$$I = \frac{4}{3}(2\pi)^3 \alpha G^2 m^2 \varkappa^2 \Big\{ -2C_A^2 (a+b)^2 [2e^2 (p'\varkappa)(p\varkappa) +$$

$$+ \varkappa^2 (2(p'e)(pe) + e^2 (m^2 - p'p))] + 8C_A^2 ab (\varkappa e) \times$$

$$\times [(p'\varkappa)(pe) + (p\varkappa)(p'e) + (\varkappa e)(m^2 - p'p)] +$$

$$+ 8C_A^2 (\varkappa e) [a^2 (p'\varkappa)(pe) + b^2 (p\varkappa)(p'e)] -$$

$$- \frac{C_V^2 - C_A^2}{2} \varkappa^2 [(a-b)^2 q^2 e^2 + 4a^2 (pe)(pe + qe) +$$

$$+ 4b^2 (p'e)(p'e - qe) + 4ab (2(p'e)(pe) - (qe)(pe - p'e))] \Big\}, \qquad (19)$$

где $a^{-1} = 2(pq) + q^2$, $b^{-1} = -2(p'q) + q^2$, причем вследствие двумерности скалярных произведений $(qe) \neq 0$. В общем случае интегрирование сечения (14) по p_3' приводит к громоздкому выражению. В случае же $\omega \ll m$ при рассеянии на покоящемся электроне

$$\sigma_{\gamma\nu_e} = \sigma_f \frac{C_V^2 + C_A^2}{2}, \qquad (20)$$

где

$$\sigma_f = \frac{4\alpha G^2 \omega^4 \lambda_c^2}{105\,\pi^2} \sin^2\theta, \quad \theta = \widehat{\mathbf{Bq}}, \qquad (21)$$

что согласуется с аналогичным результатом в теории Ферми [11]. Формула (20) характеризует сечение рассеяния фотонов, поляризованных в плоскости импульс-поле. Сечение рассеяния фотонов, поляризованных в плоскости ортогональной, обращается в нуль.

Фоторождение мюонных нейтрино описывается диаграммами *в* и *г*, а полный матричный элемент дается выражением (9). Нетрудно видеть, что $\sigma_{\gamma\nu_\mu}$ получается из (19), (14) заменой $C_V^2 \to (C_V - 1)^2$, $C_A^2 \to (C_A - 1)^2$, и в нерелятивистском приближении

$$\frac{\sigma_{\gamma\nu_\mu}}{\sigma_{\gamma\nu_e}} = \left[1 + \left(1 - \frac{\alpha}{\sqrt{2}\, G m_W^2}\right)^2\right] \Big/ \left[1 + \left(1 + \frac{\alpha}{\sqrt{2}\, G m_W^2}\right)^2\right]. \qquad (22)$$

В принципе это соотношение позволяет надеяться на возможность оценки массы W-бозона. Заметим, что отношение аннигиляционных сечений (1а) также имеет вид (22), поскольку величина I (см. (15)) в этом случае равна

$$I = \frac{4}{3}(2\pi)^2 G^2 m^2 (m^2 + p'p)^2 (C_V^2 + C_A^2). \qquad (23)$$

Для полноты анализа следовало бы еще учесть вклад в нейтринную светимость процесса (1г) в схеме Вайнберга. Предварительные оценки по методике, изложенной в [10], показывают, что в нерелятивистском пределе результат вида (22), по-видимому, останется справедливым.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weinberg S. Physical processes in a convergent theory of the weak and electromagnetic interactions.— Phys. Rev. Lett., 1971, **27**, p. 1688—1691; A model of leptons.— Phys. Rev. Lett., 1967, **19**, p. 1264—1266.
2. Dicus D. A. Stellar energy-loss rates in a convergent theory of weak and electromagnetic interactions.— Phys. Rev. D, 1972, **6**, p. 941—949.

3. De Raad L. L. et al. Photon decay into neutrinos in a strong magnetic field.— Phys. Rev. D, 1976, **14**, p. 3326—3331.
4. Canuto V., Chinderi C., Chou C. K. Plasmon neutrinos emission in a strong magnetic field.— Astrophys. and space sci., 1970, **7**, p. 407—415; Plasmon neutrinos emission in a strong magnetic field II. Longitudinal plasmons.— Astrophys. and Space Sci., 1970, **9**, p. 453—460.
5. Beaudet G., Petrosian V., Salpeter E. E. Energy losses due to neutrino processes.— Astrophys. Journ., 1967, **150**, part 1, p. 979—999.
6. Ритус В. И. Фоторождение нейтрино на электроне и нейтринное излучение звезд.— ЖЭТФ, 1961, **41**, с. 1285—1293.
7. Adams I. B., Ruderman M. A., Woo C. H. Neutrino pair emission by a stellar plasma.— Phys. Rev., 1963, **129**, p. 1383—1390.
8. Chiu H. Y., Morrison P. Neutrino emission from black-body radiation at high stellar temperatures.— Phys. Rev. Lett., 1960, **5**, p. 573—575.
9. Скобелев В. В. О реакциях $\gamma\to\nu\bar{\nu}$ и $\nu\to\gamma\nu$ в сильном магнитном поле.— ЖЭТФ, 1976, **71**, с. 1263—1267.
10. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. Тормозное излучение нейтринных и фотонных пар в сильном магнитном поле.— Теор. и матем. физ., 1976, **29**, с. 65—70.
11. Скобелев В. В. Фоторождение нейтрино на электроне в сильном магнитном поле.— Изв. вузов. Физика, 1976, вып. 10, с. 123—124.
12. Скобелев В. В. Излучение мягких фотонов и формфакторы электрона в двумерном приближении квантовой электродинамики.— ЖЭТФ, 1977, **72**, с. 1298—1305; О распространении фотона в магнитном поле.— ЖЭТФ, 1977, **73**, с. 1301—1305; Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле.— Изв. вузов. Физика, 1975, вып. 10, с. 142—143.
13. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. Сверхсильные магнитные поля и двумерная электродинамика вакуума.— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1976, **17**, № 4, с. 387—391; Calculation of the loop diagrams in a strong magnetic field.— Phys. Lett. A, 1977, **62A**, p. 53—54.

Поступила в редакцию
28.12.78

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1980, Т. 21, № 6

УДК 539.293.011.23:535

В. Б. СУЛИМОВ

УРАВНЕНИЕ БАЛАНСА ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЛОКАЛИЗОВАННЫМ СОСТОЯНИЯМ НЕУПОРЯДОЧЕННОГО ПОЛУПРОВОДНИКА ПРИ НАЛИЧИИ ПОДСВЕТКИ

В физике неупорядоченных полупроводников представляет определенный интерес изучение поведения неравновесных носителей заряда в локализованных состояниях. Например, в равновесном состоянии статическая прыжковая проводимость определяется термической активацией и при нулевой температуре обращается в нуль. Если, однако, в запрещенной зоне создать неравновесное распределение носителей заряда, то и при $T=0$ статическая проводимость по локализованным состояниям будет отлична от нуля [1].

В связи с этим небезынтересно найти среднее число заполнения некоторого состояния в запрещенной зоне при освещении полупроводника светом (это прямо относится, например, к расчету фотодиэлектрического эффекта [2]). Задача настоящей работы состоит в выводе явной формы соответствующего уравнения баланса.

Итак, рассмотрим систему электронов неупорядоченного полупроводника, находящихся в поле монохроматической световой волны и взаимодействующих с равновесной фононной подсистемой. Будем счи-