3. De Raad L. L. et al. Photon decay into neutrinos in a strong magnetic field.— Phys. Rev. D, 1976, **14**, p. 3326—3331.
4. Canuto V., Chinderi C., Chou C. K. Plasmon neutrinos emission in a strong magnetic field.— Astrophys. and space sci., 1970, **7**, p. 407—415; Plasmon neutrinos emission in a strong magnetic field II. Longitudinal plasmons.— Astrophys. and Space Sci., 1970, **9**, p. 453—460.
5. Beaudet G., Petrosian V., Salpeter E. E. Energy losses due to neutrino processes.— Astrophys. Journ., 1967, **150**, part 1, p. 979—999.
6. Ритус В. И. Фоторождение нейтрино на электроне и нейтринное излучение звезд.— ЖЭТФ, 1961, **41**, с. 1285—1293.
7. Adams I. B., Ruderman M. A., Woo C. H. Neutrino pair emission by a stellar plasma.— Phys. Rev., 1963, **129**, p. 1383—1390.
8. Chiu H. Y., Morrison P. Neutrino emission from black-body radiation at high stellar temperatures.— Phys. Rev. Lett., 1960, **5**, p. 573—575.
9. Скобелев В. В. О реакциях $\gamma\to\nu\bar{\nu}$ и $\nu\to\gamma\nu$ в сильном магнитном поле.— ЖЭТФ, 1976, **71**, с. 1263—1267.
10. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. Тормозное излучение нейтринных и фотонных пар в сильном магнитном поле.— Теор. и матем. физ., 1976, **29**, с. 65—70.
11. Скобелев В. В. Фоторождение нейтрино на электроне в сильном магнитном поле.— Изв. вузов. Физика, 1976, вып. 10, с. 123—124.
12. Скобелев В. В. Излучение мягких фотонов и формфакторы электрона в двумерном приближении квантовой электродинамики.— ЖЭТФ, 1977, **72**, с. 1298—1305; О распространении фотона в магнитном поле.— ЖЭТФ, 1977, **73**, с. 1301—1305; Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле.— Изв. вузов. Физика, 1975, вып. 10, с. 142—143.
13. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. Сверхсильные магнитные поля и двумерная электродинамика вакуума.— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1976, **17**, № 4, с. 387—391; Calculation of the loop diagrams in a strong magnetic field.— Phys. Lett. A, 1977, **62A**, p. 53—54.

Поступила в редакцию
28.12.78

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1980, Т. 21, № 6

УДК 539.293.011.23:535

В. Б. СУЛИМОВ

УРАВНЕНИЕ БАЛАНСА ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЛОКАЛИЗОВАННЫМ СОСТОЯНИЯМ НЕУПОРЯДОЧЕННОГО ПОЛУПРОВОДНИКА ПРИ НАЛИЧИИ ПОДСВЕТКИ

В физике неупорядоченных полупроводников представляет определенный интерес изучение поведения неравновесных носителей заряда в локализованных состояниях. Например, в равновесном состоянии статическая прыжковая проводимость определяется термической активацией и при нулевой температуре обращается в нуль. Если, однако, в запрещенной зоне создать неравновесное распределение носителей заряда, то и при $T=0$ статическая проводимость по локализованным состояниям будет отлична от нуля [1].

В связи с этим небезынтересно найти среднее число заполнения некоторого состояния в запрещенной зоне при освещении полупроводника светом (это прямо относится, например, к расчету фотодиэлектрического эффекта [2]). Задача настоящей работы состоит в выводе явной формы соответствующего уравнения баланса.

Итак, рассмотрим систему электронов неупорядоченного полупроводника, находящихся в поле монохроматической световой волны и взаимодействующих с равновесной фононной подсистемой. Будем счи-

тать, что частота света Ω и температура T (в энергетических единицах) удовлетворяют неравенствам

$$\Omega < E_c - F, \quad \Omega < F - E_v, \quad T \ll E_c - F, \quad T \ll F - E_v,$$

где E_v и E_c — границы непрерывного спектра электронных состояний, расположенные соответственно ниже и выше уровня Ферми F. Тогда, очевидно, можно ограничиться рассмотрением только локализованных электронных состояний.

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$H = H_0 + H_{eR} + H_i.$$

Здесь H_0 — гамильтониан системы электронов в статическом случайном поле; H_{eR} — гамильтониан взаимодействия электронов с полем световой волны (ограничимся дипольным приближением); H_i — гамильтониан электрон-фононного взаимодействия.

Для решения поставленной задачи используем метод неравновесных временных функций Грина, предложенный в работе [3]. В соответствии с этим методом вводятся матрицы одночастичных функций Грина: электронная

$$G(x, x') = \begin{pmatrix} 0 & G^a \\ G^r & F \end{pmatrix}$$

и фононная

$$\mathcal{D}(x, x') = \begin{pmatrix} 0 & \mathcal{D}^a \\ \mathcal{D}^r & \Phi \end{pmatrix},$$

где $G^r(\mathcal{D}^r)$ и $G^a(\mathcal{D}^a)$ — электронные (фононные) запаздывающие и опережающие антикоммутаторные (коммутаторные) функции Грина, $F(\Phi)$ — электронная (фононная) коммутаторная (антикоммутаторная) корреляционная функция; x — совокупность пространственной координаты $\mathbf{x}$ и момента времени t. Для краткости спиновую переменную будем включать в $\mathbf{x}$ (соответственно, интегралы по $\mathbf{x}$ будут содержать и суммирование по спиновой переменной).

Электронные функции Грина удовлетворяют уравнениям Дайсона [3, 4], содержащим матрицу массового оператора

$$M(x, x') = \begin{pmatrix} M^F & M^r \\ M^a & 0 \end{pmatrix},$$

которая сама интегрально (через полную вершинную матрицу) выражается через функции Грина (см. [3, 4]). Удобно воспользоваться преобразованием Фурье, полагая для любой функции $f(t, t')$

$$f(E, E') = \int dt dt' \exp(iEt - iE't') f(t, t'),$$

а также выбрав в качестве базисных собственные функции оператора H_0. Тогда уравнения Дайсона принимают вид ($\hbar = 1$)

$$(E - E_\lambda) G^r_{\lambda\lambda'}(E, E') + \sum_{\lambda_1} \int \frac{dE_1}{2\pi} M^r_{\lambda\lambda_1}(E, E_1) G^r_{\lambda_1\lambda'}(E_1, E') = 2\pi\delta_{\lambda\lambda'}\delta(E - E') +$$

$$+ (\pm 1) \sum_{\lambda_1} D_{\lambda\lambda_1} G^r_{\lambda_1\lambda'}(E \pm \Omega, E'), \tag{1}$$

$$(E' - E_{\lambda'}) F_{\lambda\lambda'}(E, E') + \sum_{\lambda_1} \int \frac{dE}{2\pi} F_{\lambda\lambda_1}(E, E_1) M^a_{\lambda_1\lambda'}(E_1, E') +$$

$$+\sum_{\lambda_1}\int\frac{dE}{2\pi}G^r_{\lambda\lambda_1}(E,E_1)\,M^r_{\lambda_1\lambda'}(E_1,E')=(\pm 1)\sum_{\lambda_1}F_{\lambda\lambda_1}(E,E'\mp\Omega)\,D_{\lambda_1\lambda'}. \quad (2)$$

Здесь $f_{\lambda\lambda'}=\int d\mathbf{x}\,d\mathbf{x}'\,\psi^*_\lambda(\mathbf{x})\,f(\mathbf{x},\mathbf{x}')\,\psi_{\lambda'}(\mathbf{x}')$,

$$D_{\lambda\lambda'}=(\omega_{\lambda\lambda'}/2\Omega)\,(e\mathbf{x}_{\lambda\lambda'},\vec{\mathscr{E}}),\quad \omega_{\lambda\lambda'}=E_\lambda-E_{\lambda'},$$

$\mathbf{x}_{\lambda\lambda'}$ — матричный элемент координаты; $\psi_\lambda(\mathbf{x})$ и E_λ—собственные функции и собственные значения оператора H_0; $\vec{\mathscr{E}}$ — амплитуда электрического поля световой волны; по двойным знакам подразумевается суммирование.

Среднее число заполнения состояния λ дается выражением

$$\langle a^+_\lambda(t)\,a_\lambda(t)\rangle=-\frac{i}{2}\int\frac{dE\,dE'}{(2\pi)^2}\exp\left[-i(E-E')\,t\right]\times$$

$$\times\left[F_{\lambda\lambda}(E,E')+G^a_{\lambda\lambda}(E,E')-G^r_{\lambda\lambda}(E,E'\right], \quad (3)$$

где $a^+_\lambda(t)$, $a_\lambda(t)$ — гейзенберговские операторы порождения и уничтожения электрона в состоянии λ (обычно в случайном поле λ — это совокупность энергии и координат центра локализации).

Будем рассматривать стационарное неравновесное состояние, предполагая возможным разложение интересующих нас величин в ряд по степеням $\vec{\mathscr{E}}$. Тогда одночастичные функции и массовый оператор можно представить в виде рядов Фурье по гармоникам, кратным частоте света Ω:

$$G(E,E')=\sum_n 2\pi\delta(E-E'-n\Omega)\;G(E,E';n),$$

$$M(E,E')=\sum_n 2\pi\delta(E-E'-n\Omega)\,M(E,E';n),$$

где суммирование проводится по всем целым числам n. Подставляя эти разложения в уравнения (1) и (2), получаем следующие уравнения, соответствующие членам, содержащим $\delta(E-E')$ и $\delta(E-E'\mp\Omega)$:

$$(E-E_\lambda)\,G^r_{\lambda\lambda'}(E,E;0)+\sum_{\lambda_1}M^r_{\lambda\lambda_1}(E,E;0)\,G^r_{\lambda_1\lambda'}(E,E;0)=$$

$$=\delta_{\lambda\lambda'}+(\pm 1)\sum_{\lambda_1}D_{\lambda\lambda_1}\,G^r_{\lambda_1\lambda'}(E\pm\Omega,E;\pm 1), \quad (4)$$

$$(E-E_\lambda)\,G^r_{\lambda\lambda'}(E,E\mp\Omega;\pm 1)+\sum_{\lambda_1}M^r_{\lambda\lambda_1}(E,E;0)\,G^r_{\lambda_1\lambda'}(E,E\mp\Omega;\pm 1)=$$

$$=(\mp 1)\sum_{\lambda_1}D_{\lambda\lambda_1}\,G^r_{\lambda_1\lambda'}(E\mp\Omega,E\mp\Omega;0), \quad (5)$$

$$(E-E_{\lambda'})\,F_{\lambda\lambda'}(E,E;0)+\sum_{\lambda_1}F_{\lambda\lambda_1}(E,E;0)\,M^a_{\lambda_1\lambda'}(E,E;0)+$$

$$+\sum_{\lambda_1}G^r_{\lambda\lambda_1}(E,E;0)\,M^F_{\lambda_1\lambda'}(E,E;0)=(\mp 1)\sum_{\lambda_1}F_{\lambda\lambda_1}(E,E\pm\Omega;\mp 1)\,D_{\lambda_1\lambda'}, \quad (6)$$

$$(E\pm\Omega-E_{\lambda'})\,F_{\lambda\lambda'}(E,E\pm\Omega;\mp 1)+$$

$$+\sum_{\lambda_1}F_{\lambda\lambda_1}(E,E\pm\Omega;\pm 1)\,M^a_{\lambda_1\lambda'}(E\pm\Omega,E\pm\Omega;0)+$$

$$+\sum_{\lambda_1} G^r_{\lambda\lambda_1}(E, E\pm\Omega; \mp 1)\, M^F_{\lambda_1\lambda'}(E\pm\Omega, E\pm\Omega; 0) =$$

$$= (\pm 1)\sum_{\lambda_1} F_{\lambda\lambda_1}(E, E; 0)\, D_{\lambda_1\lambda'}. \qquad (7)$$

В этих уравнениях опущены члены, содержащие ненулевые гармоники массового оператора: правомерность такого приближения показана ниже. В дальнейшем ограничимся диагональной (по индексам λ) аппроксимацией для массового оператора. Условия, при которых имеет смысл пользоваться этим приближением, приведены ниже.

Тогда из уравнения (5) находим

$$G^r_{\lambda\lambda'}(E, E\mp\Omega; \pm 1) = (\mp 1)\sum_{\lambda_1} D_{\lambda\lambda_1} G^r_{\lambda}(E)\, G^r_{\lambda_1\lambda'}(E\mp\Omega, E\mp\Omega; 0), \qquad (8)$$

где

$$G^r_{\lambda}(E) = [E - E_\lambda + M^r_\lambda(E)]^{-1},$$

$$M^r_\lambda(E) = M^r_{\lambda\lambda}(E, E; 0).$$

С помощью (8) из уравнения (4) получаем

$$[E - E_\lambda + M^r_\lambda(E)]\, G^r_{\lambda\lambda'}(E, E; 0) =$$

$$= \delta_{\lambda\lambda'} - \sum_{\lambda_1\lambda_2} D_{\lambda\lambda_1} G^r_{\lambda_1}(E\pm\Omega)\, D_{\lambda_1\lambda_2} G^r_{\lambda_2\lambda'}(E, E; 0). \qquad (9)$$

Из этого уравнения, пренебрегая недиагональными компонентами функции Грина (обоснование см. ниже), находим

$$G^r_{\lambda\lambda}(E, E; 0) = [E - E_\lambda + \widetilde{M}^r_\lambda(E)]^{-1} = \widetilde{G}^r_\lambda(E), \qquad (10)$$

где

$$\widetilde{M}^r_\lambda(E) = M^r_\lambda(E) + I^r_\lambda(E),$$

$$I^r_\lambda(E) = -\sum_{\lambda_1} |D_{\lambda\lambda_1}|^2 G^r_{\lambda_1}(E\pm\Omega).$$

Далее, полагая в правой части уравнения (9) $G^r_{\lambda_2\lambda'} \sim \delta_{\lambda_2\lambda'}$, определяем приближенное выражение для $G^r_{\lambda\lambda'}$ при $\lambda' \neq \lambda$.
Подставляя это выражение в правую часть уравнения (9), получаем для диагональных компонент функции Грина снова выражение (10), в котором функция $I^r_\lambda(E)$ имеет поправку, пропорциональную четвертой степени поля $\vec{\mathscr{E}}$. Таким образом, при достаточно малой интенсивности света недиагональные компоненты функций Грина можно не учитывать.

Аналогично, с помощью выражений (8) и (10) из уравнений (6) и (7) находим первую и нулевую гармоники корреляционной функции:

$$F_{\lambda\lambda'}(E\pm\Omega, E; \pm 1) = (\mp 1)\, D_{\lambda\lambda'}\, [F_{\lambda\lambda}(E\pm\Omega, E\pm\Omega; 0)\, G^a_{\lambda'}(E) -$$

$$- G^r_\lambda(E\pm\Omega)\, \widetilde{G}^r_{\lambda'}(E)\, M^F_{\lambda'}(E)\, G^a_{\lambda'}(E)], \qquad (11)$$

$$F_{\lambda\lambda}(E, E; 0) = \widetilde{F}_\lambda(E) - \sum_{\lambda_1} |D_{\lambda\lambda_1}|^2 G^r_\lambda(E)\, \widetilde{G}^a_\lambda(E) \times$$

$$\times \widetilde{G}^r_{\lambda_1}(E\pm\Omega)\, M^F_{\lambda_1}(E\pm\Omega)\, G^a_{\lambda_1}(E\pm\Omega), \qquad (12)$$

где

$$\widetilde{F}_\lambda(E) = -\widetilde{G}^r_\lambda(E)\, M^F_\lambda(E)\, \widetilde{G}^a_\lambda(E).$$

В отсутствие подсветки ($\vec{\mathscr{E}}=0$) из (10) и (12) получаем выражения для равновесных функций

$$G^r_{\lambda\lambda}(E, E; 0) = G^{r(0)}_\lambda(E) = [E - E_\lambda + M^{r(0)}_\lambda(E)]^{-1}, \tag{13}$$

$$F_{\lambda\lambda}(E, E; 0) = -G^{r(0)}_\lambda(E)\, M^{F(0)}_\lambda(E)\, G^{a(0)}_\lambda(E). \tag{14}$$

С другой стороны, хорошо известна (см., например, [5]) связь между корреляционной функцией и предельными значениями запаздывающей и опережающей компонент функции Грина на вещественной оси

$$F^{(0)}_\lambda(E) = (1 - 2n_E)\,[G^{r(0)}_\lambda(E) - G^{a(0)}_\lambda(E)], \tag{15}$$

где

$$n_E = [\exp(E/T) + 1]^{-1},\ E \in \mathrm{Re}.$$

Сравнивая (14) и (15) с учетом (13), получаем

$$M^{F(0)}_\lambda(E) = (1 - 2n_E)\, 2i\, \mathrm{Im}\, M^{r(0)}_\lambda(E). \tag{16}$$

В отсутствие термодинамического равновесия это соотношение нарушается (см. ниже).

Разложив полную вершинную матрицу по степеням константы электрон-фононного взаимодействия g и ограничившись первым неисчезающим приближением, получаем

$$M^r_{\lambda\lambda'}(E, E') = -\frac{i}{2} g^2 \int \frac{d\mathbf{k}dk_0}{(2\pi)^4} \sum_{\lambda_1\lambda_2} \times$$

$$\times J_{\lambda\lambda_1}(\mathbf{k})\, J^*_{\lambda'\lambda_2}(\mathbf{k})\, [\mathscr{D}^r(k)\, F_{\lambda_1\lambda_2}(E - k_0, E' - k_0) +$$

$$+ \Phi(k)\, G^r_{\lambda_1\lambda_2}(E - k_0, E' - k_0)], \tag{17}$$

$$M^F_{\lambda\lambda'}(E, E') = -\frac{i}{2} g^2 \int \frac{d\mathbf{k}dk_0}{(2\pi)^4} \sum_{\lambda_1\lambda_2} \times$$

$$\times J_{\lambda\lambda_1}(\mathbf{k})\, J^*_{\lambda'\lambda_2}(\mathbf{k})\, [\Phi(k)\, F_{\lambda_1\lambda_2}(E - k_0, E' - k_0) +$$

$$+ \mathscr{D}^r(k)\, G^r_{\lambda_1\lambda_2}(E - k_0, E' - k_0) + \mathscr{D}^a(k)\, G^a_{\lambda_1\lambda_2}(E - k_0, E' - k_0)], \tag{18}$$

где

$$J_{\lambda\lambda'}(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{x}\, \psi^*_\lambda(\mathbf{x})\, e^{i(\mathbf{k},\mathbf{x})}\, \psi_{\lambda'}(\mathbf{x}).$$

Здесь простоты ради для фононной подсистемы принята аппроксимация однородного континуума, так что $\mathscr{D}^r(k)$ и $\Phi(k)$ — образы Фурье запаздывающей и корреляционной фононных функций ($k = (\mathbf{k}, k_0)$):

$$\Phi(k) = -i\pi\, |f_\mathbf{k}|^2 (1 + 2N_\mathbf{k})\, \delta(k_0 \mp \omega_k),$$

$$\mathscr{D}^r(k) = \left(\pm\frac{1}{2}\right) |f_k|^2 (k_0 \mp \omega_k + i\delta)^{-1},\ \delta \to +0,$$

где по двойным знакам подразумевается суммирование; $N_\mathbf{k} = [\exp(\omega_\mathbf{k}/T) - 1]^{-1}$; $f_\mathbf{k}$ — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия; $\omega_\mathbf{k}$ — закон дисперсии фононов (для акустических фононов, например, $|f_\mathbf{k}|^2 = |\mathbf{k}|/u_l$; $g^2 = E_1^2/d$; u_l, E_1 и d — скорость звука, константа деформационного потенциала и плотность вещества соответственно).

Далее, из уравнений (4) и (6) итерациями определяем недиагональные компоненты запаздывающей и корреляционной функций, обусловленные недиагональными компонентами массового оператора, и затем находим их вклад в среднее число заполнения. Условия, при которых этот вклад мал по сравнению с вкладом функции (12), имеют вид

$$\left| \frac{M_{\lambda\bar{\lambda}} M_{\bar{\lambda}\lambda}}{M_{\lambda\lambda} M_{\bar{\lambda}\bar{\lambda}}} \right| \ll 1, \tag{19}$$

где λ и $\bar{\lambda}$ — состояния с одинаковой энергией, но различными центрами локализации.

При экспоненциальной асимптотике волновых функций локализованных состояний с помощью формул (17) и (18) можно получить следующую оценку:

$$|M_{\lambda\bar{\lambda}}/M_{\lambda\lambda}| \sim \exp(-\alpha R_{\lambda\bar{\lambda}}), \tag{20}$$

где α — обратный радиус локализации состояния, $R_{\lambda\bar{\lambda}}$ — расстояние между центрами λ и $\bar{\lambda}$. Неравенство (20), а вместе с ним и неравенство (19) в среднем (по случайному полю) хорошо выполняются. Действительно, в неупорядоченной системе электронные состояния с близкими энергиями с подавляющей вероятностью локализованы в пространстве далеко друг от друга, и мы вправе пренебречь перекрытием их волновых функций.

Подставляя (10) и (12) в (3), определяем среднее число заполнения. Явное вычисление интегралов по E оказывается возможным в двух частных случаях: а) когда выполняется условие

$$\gamma_\lambda/T \ll 1, \tag{21}$$

где γ_λ — ширина электронного уровня, и б) при $T=0$.

В первом случае неравенство (21) позволяет не учитывать вклад в интегралы от полюсов функции $M^F(E)$, связанных с множителем $(1-2n_E)$. Во втором случае функцию $(1-2n_E)$ можно заменить на $\mathrm{sign}(E)$, и тогда интегралы вычисляются точно. Эти точные выражения, однако, слишком громоздки, и их можно существенно упростить при условии

$$(\gamma_\lambda/|E_\lambda|) \ll 1 \tag{22}$$

(везде E_λ отсчитываются от уровня Ферми), которое обычно используется при работе с функциями Грина. Кроме того, считаем, что

$$(\gamma_\lambda/\Delta) \ll 1, \tag{23}$$

где Δ — характерная энергия изменения массового оператора.

В обоих случаях получаем одинаковые выражения с точностью до замены функции

$$n_\lambda = n_{E_\lambda} = [\exp(E_\lambda/T) + 1]^{-1}$$

на функцию

$$n_\lambda = n_{E_\lambda} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg}(E_\lambda/\gamma_\lambda).$$

Разлагая массовый оператор по возрастающим степеням поля световой волны $\vec{\mathcal{E}}$:

$$M_\lambda(E) = M_\lambda^{(0)}(E) + M_\lambda^{(2)}(E) + \ldots$$

и отбрасывая члены, содержащие степени поля выше второй, что можно сделать при условии

$$\operatorname{Im} I_\lambda^r(E_\lambda) \ll \gamma_\lambda, \tag{24}$$

находим разложение среднего числа заполнения по степеням поля $\vec{\mathscr{E}}$:

$$\langle a_\lambda^+ a_\lambda \rangle = n_\lambda^{(0)} + n_\lambda^{(2)} + \ldots .$$

Здесь

$$n_\lambda^{(0)} = n_\lambda,$$

$$n_\lambda^{(2)} = \frac{i}{4\gamma_\lambda} \Lambda_\lambda^{(2)} + \frac{1}{2\gamma_\lambda} (\dot{n}_\lambda)_{\text{опт}}, \tag{25}$$

$$\Lambda_\lambda^{(2)} = M_\lambda^{F(2)}(E_\lambda) - (1 - 2n_\lambda)\, 2i \operatorname{Im} M_\lambda^{r(2)}(E_\lambda) \tag{26}$$

(эта величина вещественна в силу (16)). Далее

$$(\dot{n}_\lambda)_{\text{опт}} = 2 \sum_{\lambda_1} |D_{\lambda\lambda_1}|^2 \frac{(n_{\lambda_1} - n_\lambda)\, \Gamma_{\lambda\lambda_1}^+}{[(\omega_{\lambda\lambda_1} \pm \Omega)^2 + (\Gamma_{\lambda\lambda_1}^+)^2]}. \tag{27}$$

Величина (27) есть число электронов, возникающих в состоянии λ в единицу времени благодаря вынужденным оптическим переходам (приход минус уход), усредненное по периоду колебания света (см., например, [4]).

При экспоненциальной асимптотике волновых функций, когда $\mathbf{x}_{\lambda\lambda_1} \sim \mathbf{R}_{\lambda\lambda_1} \exp(-\alpha R_{\lambda\lambda_1})$, условие (24) можно записать в виде

$$\frac{e^2 \mathscr{E}^2 \bar{\rho}}{\gamma_\lambda \alpha^5} \ll 1, \tag{28}$$

где $\bar{\rho}$ — усредненная плотность локализованных состояний. Если, например, взять $\bar{\rho} \sim 10^{19}$ см$^{-3}$ эВ$^{-1}$, $\gamma_\lambda \sim 10^{-7}$ эВ, $\alpha^{-1} \sim 10^{-6}$ см, то левая часть неравенства (28) достигает единицы только при интенсивности подсветки 10^1—10^2 Вт·см$^{-2}$.

Подставляя в формулы (17), (18) выражения (10), (12), выделяя члены, квадратичные по полю $\vec{\mathscr{E}}$, и принимая во внимание тождество

$$(1 + 2N_\mathbf{k})(1 - 2n_{E_\lambda}) \mp 1 = (1 - 2n_{E_\lambda \mp \omega_\mathbf{k}}) [(1 + 2N_\mathbf{k}) \mp (1 - 2n_\lambda)],$$

получаем уравнение для определения функции $\Lambda_\lambda^{(2)}$:

$$\Lambda_\lambda^{(2)} = \frac{1}{4} g^2 \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \sum_{\lambda'} |J_{\lambda\lambda'}(\mathbf{k})|^2 \times |f_\mathbf{k}|^2 \times$$

$$\times \frac{[(1 + 2N_\mathbf{k}) \mp (1 - 2n_\lambda)]}{[(\omega_{\lambda\lambda'} \mp \omega_\mathbf{k})^2 + (\gamma_{\lambda'})^2]} [\Lambda_{\lambda'}^{(2)} - 2i\, (\dot{n}_{\lambda'})_{\text{опт}}]. \tag{29}$$

Из этого уравнения с помощью соотношения (25) и выражения для γ_λ:

$$\gamma_\lambda = \frac{\pi g^2}{4} \sum_{\lambda'} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |J_{\lambda\lambda'}(\mathbf{k})|^2 \times |f_\mathbf{k}|^2 \times$$

$$\times [(1 + 2N_\mathbf{k}) \pm (1 - 2n_{\lambda'})]\, \delta(\omega_{\lambda\lambda'} \mp \omega_\mathbf{k})$$

нетрудно получить уравнение для определения неравновесной функции распределения электронов $n_\lambda^{(2)}$, которое удобно записать в виде

$$\sum_{\lambda'} [n_\lambda^{(2)} W(\lambda \to \lambda') - n_{\lambda'}^{(2)} W(\lambda' \to \lambda)] = (\dot{n}_\lambda)_{\text{опт}}. \tag{30}$$

Здесь

$$W(\lambda \to \lambda') = \frac{\pi g^2}{2} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |J_{\lambda\lambda'}(\mathbf{k})|^2 \times |f_\mathbf{k}|^2 \times$$
$$\times [(1 + 2N_\mathbf{k}) \pm (1 - 2n_{\lambda'})] \delta(\omega_{\lambda\lambda'} \mp \omega_\mathbf{k})$$

есть вероятность электронного перехода в единицу времени из состояния λ в состояние λ' с испусканием или поглощением фонона. Сравнивая уравнения (25) и (30), заключаем, что величина $(i/2)\Lambda_\lambda^{(2)}$ есть нечто иное, как число неравновесных электронов, приходящих в состояние λ в единицу времени из всех других состояний благодаря электрон-фононному взаимодействию. Подчеркнем, что эта величина (а вместе с ней $M^{F(2)}$ и $M^{r(2)}$) пропорциональна константе g в нулевой степени — это видно из уравнения (29). При этом из (25) (или (30)) следует, что $n_\lambda^{(2)} \sim g^{-2}$.

Наконец, получим условия, при которых первую гармонику массового оператора можно не учитывать. С помощью уравнения (1) находим соответствующую поправку к первой гармонике функции Грина

$$\Delta G_{\lambda\lambda'}^r(E, E \mp \Omega; \pm 1) = -G_\lambda^r(E) \times$$
$$\times M_{\lambda\lambda'}^r(E, E \mp \Omega; \pm 1) G_{\lambda'\lambda'}^r(E \mp \Omega, E \mp \Omega; 0),$$

которая вместе с (11) и уравнением (1) позволяет определить выражение для нулевой гармоники функции Грина, учитывающее вклад от первой гармоники массового оператора:

$$G_{\lambda\lambda}^r(E, E; 0) = [E - E_\lambda + \tilde{M}_\lambda^r(E) + \Delta M_\lambda^r(E)]^{-1},$$

где

$$\Delta M_\lambda^r(E) = \sum_{\lambda_1} G_{\lambda_1}^r(E \pm \Omega)(\pm 1) \times$$
$$\times [D_{\lambda\lambda_1} M_{\lambda_1\lambda}^r(E \pm \Omega, E; \pm 1) + M_{\lambda\lambda_1}^r(E, E \pm \Omega; \mp 1) D_{\lambda_1\lambda}]. \tag{31}$$

Очевидно, первая гармоника массового оператора несущественна, если

$$|\Delta M_\lambda^r(E_\lambda)| \ll |I_\lambda^r(E_\lambda)|. \tag{32}$$

Подставляя (8) и (11) в (17) и линеаризуя полученное выражение по полю $\vec{\mathcal{E}}$, получаем

$$M_{\lambda\lambda'}^r(E, E \mp \Omega; \pm 1) = -\frac{i}{2} g^2 \int \frac{d\mathbf{k} dk_0}{(2\pi)^4} \times$$
$$\times \sum_{\lambda_2\lambda_3} J_{\lambda\lambda_2}(\mathbf{k}) J_{\lambda'\lambda_3}^*(\mathbf{k})(\mp 1) D_{\lambda_2\lambda_3} \times \{\Phi(k) G_{\lambda_2}^{r(0)}(E - k_0) G_{\lambda_3}^{r(0)}(E - k_0 \mp \Omega) +$$
$$+ \mathcal{D}^r(k)[F_{\lambda_2}^{(0)}(E - k_0) G_{\lambda_3}^{a(0)}(E - k_0 \mp \Omega) + G_{\lambda_2}^{r(0)}(E - k_0) F_{\lambda_3}^{(0)}(E - k_0 \mp \Omega)\}. \tag{33}$$

Принимая во внимание (31) и выражение для $I_\lambda^r(E_\lambda)$, заключаем, что условие (32) сводится к неравенству

$$|M_{\lambda\lambda'}^r(E_\lambda, E_\lambda \mp \Omega; \pm 1)| \ll |D_{\lambda\lambda'}|, \tag{34}$$

которое, как видно из выражения (33), выполняется при достаточной малости «эффективной» константы электрон-фононного взаимодействия. Например, рассмотрим примесную полосу компенсированного полупроводника с постоянной усредненной плотностью состояний $\bar{\rho}$. Корреляцией между случайными уровнями с энергиями, различающимися на частоту света, пренебрежем. Тогда при экспоненциальной асимптотике волновых функций с постоянным радиусом локализации α^{-1}, для акустических фононов при $T=0$, используя для матричных элементов $\mathbf{x}_{\lambda\lambda'}$ и $J_{\lambda\lambda'}(\mathbf{k})$ выражения, приведенные в работе [6], нетрудно получить оценку

$$M^r_{\lambda\lambda'}(E_\lambda, E_\lambda \mp \Omega; \pm 1) \sim D_{\lambda\lambda'}\bar{g}^2,$$

где

$$\bar{g}^2 = K\frac{\hbar g^2\bar{\rho}^2}{u_l\alpha^2}(\alpha R_{\lambda\lambda'})^4 \exp[i(\mathbf{k}_1, \mathbf{R}_{\lambda\lambda'})].$$

K — число $\sim 10^{-4}$, $|\mathbf{k}_1| \lesssim \alpha$ — некий характерный импульс фононов. При $E_1 \sim 1$ эВ, $d \simeq 4$ г·см$^{-3}$, $\bar{\rho} \sim 10^{19}$ см$^{-3}$ эВ$^{-1}$, $\alpha^{-1} \sim 10^{-6}$ см,

$$u_l \sim 10^5 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1},\ \hbar g^2\bar{\rho}^2 u_l^{-1}\alpha^{-2} \sim 10^{-6}.$$

Как видим, для «коротких» перескоков, когда $\alpha R_{\lambda\lambda'} \lesssim 1$, условие (34) (а вместе с ним и (32)) хорошо выполняется. Для «длинных» перескоков, когда $\alpha R_{\lambda\lambda'} \gg 1$, множитель $\bar{g}^2$ может достигать единицы, однако, как можно показать, будет при этом сильно осциллировать (аналогичная ситуация рассмотрена в работе [7]), что при суммировании по λ_1 уменьшит величину $\Delta M^r_\lambda(E_\lambda)$, и условие (32) все-таки будет выполняться.

Решить уравнение (30) в общем случае, по-видимому, невозможно. Для его решения требуется специализация.

Автор глубоко признателен проф. В. Л. Бонч-Бруевичу за интерес к настоящей работе и полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бонч-Бруевич В. Л. О возможном новом типе фотопроводимости в неупорядоченных полупроводниках со случайным полем.— Письма в ЖЭТФ, 1976, 24, вып. 9, с. 507—509.
2. Бонч-Бруевич В. Л., Искра В. Д. К теории фотодиэлектрического эффекта в неупорядоченных полупроводниках.— Тр. VI Международной конференции по аморфным и жидким полупроводникам. Электронные явления в некристаллических полупроводниках. Л., 1976, с. 182—184.
3. Келдыш Л. В. Диаграммная техника для неравновесных процессов.— ЖЭТФ, 1964, 47, вып. 4, с. 1515—1527.
4. Сулимов В. Б. Неравновесная функция распределения электронов в запрещенной зоне неупорядоченного полупроводника в условиях освещения.— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1977, 18, № 5, с. 95—102.
5. Бонч-Бруевич В. Л., Тябликов С. В. Метод функций Грина в статистической механике. М., 1961, с. 31—35.
6. Бонч-Бруевич В. Л., Манучарянц Э. О. К теории прыжковой проводимости в неупорядоченных полупроводниках.— Изв. вузов. Физика, 1976, 17, вып. 2, с. 52—62.
7. Сулимов В. Б. Прыжковый механизм электропроводности в неупорядоченных полупроводниках при наличии подсветки.— Деп. ВИНИТИ, № 2588—78, 1978 г.

Поступила в редакцию
15.11.78