УДК 532.526

Е. П. АНИСИМОВА, Л. В. ПОБОРЧАЯ, А. А. СПЕРАНСКАЯ

О ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ, ВОЗНИКАЮЩИХ НА СКАЧКАХ ПЛОТНОСТИ

Изучение структуры пограничных слоев приобрело в настоящее время особое значение в связи с открытием «тонкой» структуры океана [1], показавшей, что пограничные слои возникают не только на границах течений, но и в самой толще водных масс на скачках плотности.

Настоящая работа посвящена исследованию пограничного слоя, формирующегося в зоне смешения двух жидкостей различной плотности, движущихся относительно друг друга.

Проанализируем результаты экспериментального исследования естественных и сформированных в лаборатории плотностных течений, представляющих собой потоки устойчивой стратифицированной жидкости с плотностью, отличной от плотности среды, в которой эти потоки распространяются. В качестве конкретных плотностных течений рассмотрим подледные течения в пресных водоемах, где стратификация плотности обусловлена вертикальным профилем температуры [2], и воспроизведенные в лабораторных условиях мутьевые потоки, плотность которых определяется наличием мелкодисперсной взвеси в воде [3].

Подледное течение в пресном малопроточном водоеме является плотностным потоком, одной из границ которого служит пристенный пограничный слой, осложненный плотностной стратификацией, а другая граница формируется в зоне смешения и представляет собой пограничный слой на скачке плотности [2].

На рис. 1. приведены результаты профильных измерений основных статистических характеристик поля скорости подледного течения на Байкале. Ошибка в измерении средних значений скорости течения не превышала 5%, а температура измерялась с точностью 2%. Доверительные интервалы для дисперсий, рассчитанные с использованием χ^2-распределения, составляли на верхней границе 1,3, на нижней — 0,85 от значения дисперсии. Из рисунка видно, что вблизи скачка плотности наблюдается максимум интенсивностей продольной $\left(\sqrt{\overline{u'^2}}\right)$ и вертикальной $\left(\sqrt{\overline{w'^2}}\right)$ составляющих пульсаций скорости, турбулентного трения $(-\rho\overline{u'w'})$ и производства турбулентной энергии $\left(\rho\,\overline{u'w'}\,\frac{d\overline{u}}{dz}\right)$. Следует отметить, что факт генерации турбулентной энергии вблизи значительных градиентов плотности отмечался нами уже давно [2], а в настоящее время это явление подтверждается и другими исследователями [4].

На рис. 2 представлены вертикальные профили средней скорости, градиента средней скорости и локального числа Ri в зоне смешения для нижней половины подледного течения (кривые *1*). Для удобства дальнейшего изложения начало координат помещено в середине зоны смешения, расположенной между уровнями с нулевой и максимальной скоростью потока. Из рисунка видно, что профиль скорости в зоне смешения подледного течения характеризуется наличием точки перегиба.

Для более подробного исследования пограничных слоев, развивающихся на градиентах плотности, обратимся к лабораторным экспериментам по изучению суспензионных потоков. Условия проведения экспериментов и ряд полученных результатов изложены в работах [3, 5, 6]. Ошибка в измерении скорости течения в лабораторных экспериментах составляла 3%, плотность суспензии определялась с точностью 0,01%. Сравнительно легко воспроизводимые в лабораторных условиях суспензионные потоки являются прекрасной моделью плотностного

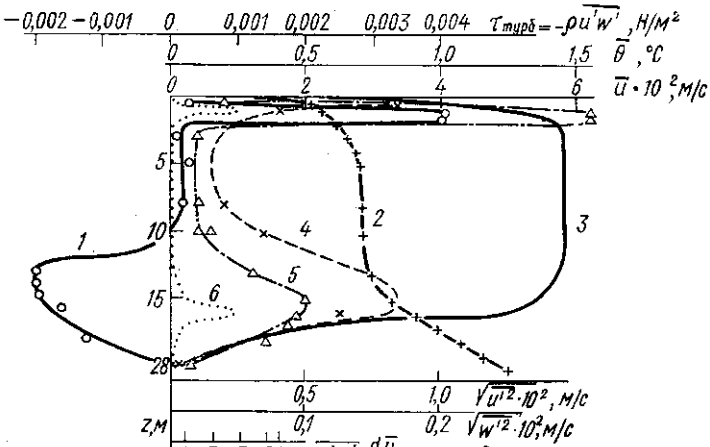

Рис. 1. Распределение по вертикали основных статистических характеристик поля скорости подледного течения озера Байкал:

$\tau_{турб}$ (1); $\langle\theta\rangle$ (2); $\langle u\rangle$ (3); $\sqrt{\langle u'^2\rangle}$ (4), $\sqrt{\langle w'^2\rangle}$ (5) и $\langle u'w'\rangle \times \frac{d\langle u\rangle}{dz}\cdot 10^4$ (6)

Размерность при нижней шкале следует читать м²/с³

течения. Как профиль средней скорости суспензионного потока, так и характер его границ близки к соответствующим характеристикам подледного течения, наблюдавшегося нами на Байкале. Природа верхней и нижней границ суспензионного потока аналогична соответственно нижней и верхней границам подледного течения. В настоящей работе, в отличие от ранее опубликованных [5, 6], анализируются результаты исследований, относящиеся к верхней половине суспензионных потоков, т. е. к слою смешения.

На рис. 2 приведены также профили средней скорости, градиента средней скорости и динамической устойчивости для зоны смешения суспензионного потока с исходной плотностью $\rho_0 = 1{,}0070$ г/см³, распространяющегося по стеклянному дну лотка в неподвижной чистой воде (кривые 2). Аналогичный ход указанных величин имеет место и в зонах смешения суспензионных потоков с исходными плотностями 1,0034, 1,0125 и 1,0259 г/см³. Полный профиль средней скорости и средней плотности для исследованных суспензионных потоков приведен в работе [3]. Из рис. 2 следует, что профиль средней скорости с точкой перегиба наблюдается и в зоне смешения суспензионных потоков.

Поскольку градиент плотности в исследованных суспензионных потоках можно считать постоянным [5], число Ричардсона Ri=

$= \frac{g}{\bar{\rho}} \left(\frac{d\bar{\rho}}{dz}\right) \Big/ \left(\frac{d\bar{u}}{dz}\right)^2$, характеризующее плотностную устойчивость водных масс, принимает минимальное значение в точке перегиба профиля средней скорости, где градиент скорости максимален (рис. 2).

В настоящей работе представлены профили средней скорости $\bar{u}(z)$ и локального числа $\mathrm{Ri}(z)$ в слое смешения по данным натурного и лабораторного экспериментов по изучению плотностных потоков. Это позволяет учесть влияние плотностной устойчивости на значение средней скорости потока на каждом горизонте, т. е. построить профиль средней скорости потока таким, каким он

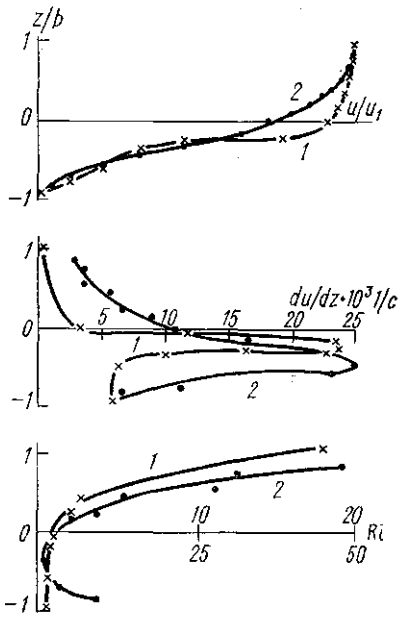

Рис. 2. Профили средней скорости, градиента средней скорости и динамической устойчивости водных масс в подледном течении озера Байкал (*1*) и в зоне смешения суспензионного потока (*2*)

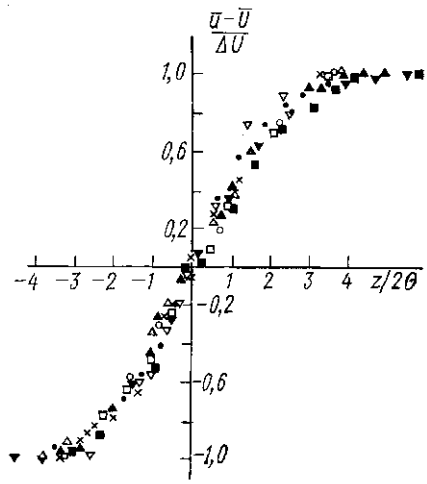

Рис. 3. Профили средней скорости в плоских турбулентных слоях смешения: Байкал — ×, суспензионные потоки: $\rho_0 = 1{,}0125$ (△), 1,0259 (▽), 1,0070 (□) и 1,0034 (○) г/см³, плоский турбулентный слой смешения (данные из работы [7] — ●, ▲, ▼, ■)

был бы в случае течения, не стратифицированного по плотности. В работах [5, 6] показано, что влияние плотностной статификации на профиль средней скорости можно учесть следующим образом:

$$\bar{u}(z) = \bar{u}_{\text{изм}}(z) \sqrt[4]{1 + 0{,}4\,\mathrm{Ri}}\,, \qquad (1)$$

где $\bar{u}_{\text{изм}}$ — средняя скорость, измеренная в стратифицированном потоке на горизонте z; Ri — локальное число Ричардсона, определенное на том же горизонте.

Обработанные методом, предложенным в [5, 6], профили средней скорости в слоях смешения плотностных течений (подледный слой Байкала и суспензионные потоки) можно сравнить с профилями средней скорости, полученными экспериментально в плоских турбулентных слоях смешения. На рис. 3 темными значками представлены результаты измерений [7] профилей средней скорости в плоских турбулентных слоях смешения однородной плотности, т. е. в слоях смешения, не стратифицированных по плотности. На том же рисунке светлыми

значками изображены профили средней скорости, рассчитанной по формуле (1), в слое смешения плотностных течений. Все величины на рис. 3 представлены в безразмерном виде: $(\bar{u}-u_\infty)/\Delta u$ и $z/2\theta$, где $\bar{u}$ — средняя скорость на расстоянии z от центра слоя смешения, u_∞ — скорость свободного невозмущенного потока, Δu — разность скоростей на границах слоя смешения, $\Theta=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{4}-\left(\frac{\bar{u}-u_\infty}{\Delta u}\right)^2\right]dz$. За величину u_∞ в случае подледного течения на Байкале и суспензионных потоков принималось максимальное значение скорости $u_{\max}$.

Из рис. 3 следует хорошее согласие между профилями средней скорости в не стратифицированных по плотности плоских турбулентных слоях смешения и в слоях смешения плотностных потоков, если влияние плотностной устойчивости на поле средней скорости учитывается методом, предложенным в [5, 6]. Таким образом, приведенные на рис. 3 результаты подтверждают правомерность предложенного в работах [5, 6] метода учета влияния локального числа Ричардсона на среднюю скорость в стратифицированном по плотности турбулентном потоке.

Распределение скорости в слое раздела двух потоков жидкости одинаковой плотности, движущихся в одну сторону со скоростями u_1 и u_2 и соприкасающихся вдоль $z=0$, получено Прандтлем [8]. Присоединив к нестационарному уравнению движения для плоского потока формулу, определяющую турбулентное касательное напряжение τ через путь смешения l и градиент скорости $\frac{d\bar{u}}{dz}$ $\left(\tau=l^2\frac{d\bar{u}}{dz}\left|\frac{d\bar{u}}{dz}\right|\right)$, Прандтль вычислил распределение скорости в зоне смешения двух потоков одинаковой плотности. Для случая, когда поток со скоростью u_1 движется в неподвижной среде, т. е. когда $u_2=0$, решение задачи имеет вид

$$\bar{u}(z)=\frac{u_1}{2}\left\{1+\left[1{,}5\left(\frac{z}{b}\right)-0{,}5\left(\frac{z}{b}\right)^3\right]\right\}, \tag{2}$$

где $2b$ — ширина зоны смешения.

На рис. 4 сплошной кривой изображен профиль средней скорости в зоне смешения двух потоков одинаковой плотности. Расчет выполнен по формуле (2), представленной в безразмерном виде:

$$u^+=\left(\frac{1}{2}\right)\{1+[1{,}5z^+-0{,}5(z^+)^3]\}, \tag{3}$$

где $u^+=\bar{u}/u_1$, $z^+=z/b$, b — половина ширины слоя смешения, z меняется от $-b$ до $+b$, u_1 — скорость на горизонте $z=b$. На том же рисунке в координатах u^+ и z^+ различными значками изображены экспериментально измеренные средние скорости в слое смешения суспензионных потоков и подледного течения на Байкале. За ширину слоя смешения ($2b$) в каждом конкретном случае принималось расстояние от горизонта, где $\bar{u}=0$, до горизонта, где $\bar{u}=u_{\max}=u_1$. Горизонт $z=0$ совпадает с серединой слоя смешения, u_1 — скорость потока на горизонте $z=b$. Учет влияния поля плотности на значения средней скорости выполнен по формуле (1).

Из рис. 4 видно, что в зоне смешения плотностных потоков экспериментально измеренный профиль средней скорости, построенный с учетом влияния плотностной устойчивости, хорошо согласуется с профилем скорости, построенным теоретически по формуле, предложенной Прандтлем для описания распределения скорости в слое раз-

дела на границе нестратифицированного потока, распространяющегося в неподвижной среде той же плотности.

Таким образом, в результате проделанной работы показано подобие профилей средней скорости в не стратифицированных по плотности плоских турбулентных слоях смешения и профилей средней скорости, измеренных в турбулентных слоях смешения плотностных течений,

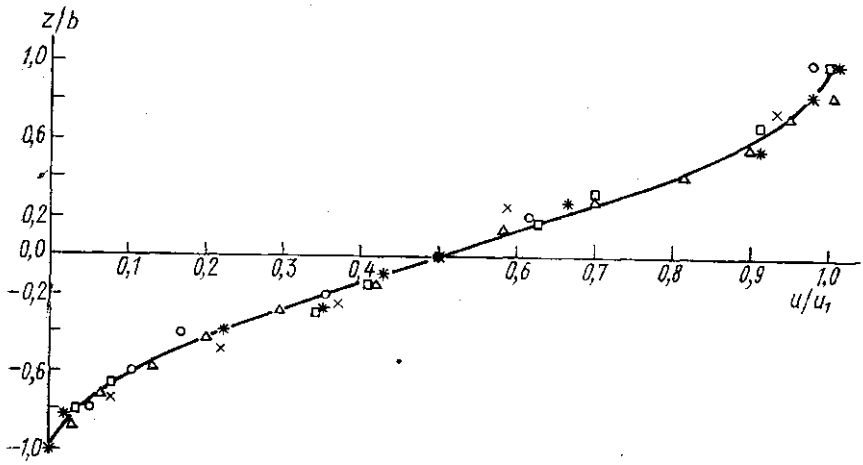

Рис. 4. Профиль средней скорости, вычисленный по формуле Прандтля для границы свободной струи (сплошная кривая) и экспериментально измеренные значения средней скорости в слое смешения суспензионных потоков (ρ_0=1,0259 (□), 1,0125 (△), 1,0070 (×) и 1,0034 (○) г/см^3) и подледного течения на Байкале (*)

при условии, что влияние локальной плотностной устойчивости на величину средней скорости учитывается методом, предложенным в работах [5, 6]. Профиль скорости в слое смешения на скачке плотности можно рассчитать по формуле Прандтля для границы свободной струи с учетом зависимости средней скорости от локального числа Ричардсона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров К. Н. Тонкая термохалинная структура вод океана. Л., 1976. 183 с.
2. Анисимова Е. П., Сперанская А. А. Турбулентность в стратифицированных потоках.— Тезисы Международного симпозиума по стратифицированным течениям. Новосибирск, 1972, с. 1—9.
3. Поборчая Л. В. Лабораторное исследование полей скорости и плотности суспензионного потока. — Вестн. Моск. ун-та. География, 1967, № 2, с. 103—108.
4. Лозовацкий И. Д. Зависимость характеристик мелкомасштабной турбулентности от тонкой структуры гидрофизических полей в океане. Автореф. канд. дис. М., 1975. 20 с.
5. Анисимова Е. П., Поборчая Л. В., Сперанская А. А. О профиле скорости в пограничном слое турбулентного стратифицированного потока.— Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана, 1978, т. XIV, № 10, с. 1110—1114.
6. Анисимова Е. П., Поборчая Л. В., Сперанская А. А. О расчете профиля скорости в динамическом подслое пограничного слоя на гладкой поверхности.— Изв. АН СССР. Физ. атмосферы и океана, 1979, т. XV, № 7, с. 778—783.
7. Winant C. D., Browand F. K. Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing layer growth at moderate Reynolds number.— J. Fluid Mech., 1974, **63**, part 2, p. 237—255.
8. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., 1969. 742 с.

Поступила в редакцию
09.11.78