ственно. Тогда, интегрируя произведение $N(E)$ с производной от фермиевского распределения по методу квадратур Гаусса [4], мы находим, что, например, для $\alpha=0{,}5$, $\nu=\nu_1$ и при значении уровня Ферми $\mu=\mu_1=-4\,kT$ $f_n=0{,}864$, а при $\mu=\mu_2=-kT$ имеем $f_n=0{,}857$; для $\alpha=0{,}5$ и $\nu=\nu_2$ мы имеем $f_n(\mu_1)=0{,}942$, $f_n(\mu_2)=0{,}939$. Таким образом, отклонения спектра от модели Кейна менее существенно сказываются на величине рассчитываемой концентрации носителей заряда, хотя такие отклонения, несомненно, важны в случае вырожденного газа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Равич Ю. И., Ефимова Б. А., Смирнов И. А. Методы исследования полупроводников в применении к халькогенидам свинца. М., 1968, 383 с. 2. Dimmock J. O. k-p theory for the conduction and valence bands of $Pb_{1-x}Sn_xTe$ and $Pb_{1-x}Sn_xSe$ alloys.— J. Phys. Chem. Solids Suppl., 1971, 32, p. 319—330. 3. Кучеренко И. В., Моисеенко В. Н., Шотов А. П. Определение параметров зонной структуры полупроводников $Pb_{1-x}Sn_xSe$ из измерений эффекта Шубникова—де-Гааза.— Физ. и техн. полупроводников, 1977, 11, № 1, с. 162—167. 4. Грязнов О. С. Вычисление кинетических коэффициентов для полупроводников.— Л., 1977, 167 с.

Поступила в редакцию
13.06.78

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 1

УДК 539.17.01

Н. Ф. НЕЛИПА, А. Е. ПУХОВ

СРЕДНЯЯ МНОЖЕСТВЕННОСТЬ ЧАСТИЦ, ОБРАЗУЮЩИХСЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЯДЕР С ЯДРАМИ, В МОДЕЛИ НЕЗАВИСИМЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ

Введение. В последние годы разработан ряд моделей [1—3], успешно описывающих различные характеристики адрон-ядерных взаимодействий. Одной из них является модель независимых соударений [2, 3], которая хорошо описывает инклюзивные спектры частиц, рождающихся при столкновении адрона с энергией $E>100$ ГэВ с ядром. Эта модель может быть обоснована в рамках реджионного подхода.

В настоящей работе модель независимых соударений обобщается на случай взаимодействия ядер с ядрами. В § 1 изложены основные положения модели независимых соударений. В § 2 получена формула, выражающая N_{AB} — среднюю множественность частиц, рожденных при столкновении ядер A и B, через $N(s)$ — среднюю множественность нуклон-нуклонных взаимодействий. В § 3 при различных предположениях о поведении $N(s)$ получены формулы, выражающие N_{AB} через N_{pA} и N_{pB} — средние множественности в нуклон-ядерных реакциях. И наконец, в § 4 произведено сравнение теоретических и экспериментальных значений средней множественности.

§ 1. Модель независимых столкновений. Модель независимых столкновений основана на том, что продольное расстояние, на котором происходит взаимодействие адронов, растет с ростом энергии. При достаточно больших энергиях это расстояние становится сравнимым с размером ядра, и налетающий на ядро адрон взаимодействует практически одновременно со всеми нуклонами. При этом адрон может взаимодействовать неупруго сразу с несколькими нуклонами ядра (рис. 1). Вкладом внутриядерных каскадов в процесс множественного рождения мы будем пренебрегать, считая, что рождение вторичных частиц с импульсами $q \gg 3$—5 ГэВ/с фактически происходит вне ядра [1].

Анализ адрон-ядерных взаимодействий с точки зрения реджионного подхода показал [3], что при вычислении вероятности неупругого взаимодействия неупругое столкновение адрона с различными нуклонами ядра можно рассматривать как независимые события. В работе [4] этот результат был обобщен на случай столкновения ядер с ядрами. Пусть Ω — набор пар нуклонов, один из которых принадлежит ядру A, а другой ядру B. Тогда вероятность того, что между парами из Ω и только между ними произойдет неупругое взаимодействие, есть [4]

$$P_\Omega(b) = \int \rho_A(x_1, \ldots, x_A)\,\rho_B(y_1 - b, \ldots, y_B - b) \prod_{(i,j)\in\Omega} p_{in}(x_i - y_j) \times$$

$$\times \prod_{(i,j)\notin\Omega} (1 - p_{in}(x_i - y_j))\, d^2x_1 \ldots d^2x_A\, d^2y_1 \ldots d^2y_B, \qquad (1)$$

где b — прицельный параметр; $p_{in}(\xi)$ — вероятность неупругого взаимодействия двух нуклонов для прицельного параметра ξ.

Пусть какой-либо нуклон ядра A с импульсом q рассеивается неупруго на n нуклонах ядра B. При этом на каждое неупругое взаимодействие уходит часть импульса этого нуклона, равная $k_i q$ (см. рис. 1). Вероятность различных способов деления энергии на n частей может быть описана функцией распределения $\psi_n(k_1, \ldots, k_n)$ [2, 3]. В силу закона сохранения энергии $\psi_n(k_1, \ldots, k_n) = \delta(\Sigma k_i - 1)\chi_n(k_1, \ldots, k_n)$. Явный вид функции χ_n будет для нас несуществен.

Мы будем предполагать, что при неупругом столкновении пары нуклонов, на которое уходит часть импульса первого нуклона $k_1 q_1$ и часть импульса второго нуклона $k_2 q_2$, множественное рождение такое же, как при столкновении свободных нуклонов с энергией $\tilde{s} = (k_1 q_1 + k_2 q_2)^2 \approx \approx k_1 k_2 2(q_1 q_2) \approx k_1 k_2 s$. В частности, при таком соударении будет рождаться в среднем $N(k_1 k_2 s)$ частиц. Ясно, что такое предположение согласовано с законом сохранения энергии.

Это предположение было использовано в [2, 3] для описания рассеяния адронов на ядрах и привело к результатам, хорошо согласующимся с опытом. Используем его для вычисления среднего числа частиц, рождающихся при рассеянии ядер на ядрах.

§ 2. Средняя множественность. Число частиц, рожденных в каком-либо акте взаимодействия ядер, зависит от Ω — набора провзаимодействовавших пар и от того, как разделились импульсы неупруго взаимодействовавших нуклонов. Так как число рожденных частиц есть сумма частиц, рожденных каждой парой из Ω, усреднение по всем возможным способам деления импульсов можно производить независимо для каждой пары из Ω. В результате получим

$$N_{AB} = \frac{1}{\sigma_{AB}} \int d^2b \sum_\Omega P_\Omega(b) \sum_{(i,j)\in\Omega} f(n_i, m_j). \qquad (2)$$

Здесь σ_{AB} — сечение неупругого взаимодействия ядер A и B, n_i — число нуклонов ядра B, с которыми взаимодействует i-й нуклон ядра A; m_j — число частиц, с которыми взаимодействует j-й нуклон ядра B; $f(n_i, m_j)$ — среднее число частиц, рождаемых парой $(i, j) \in \Omega$, при этом

$$f(n,m)=\int \psi_n(k_1,\ldots,k_n)\,\psi_m(k_1',\ldots,k_m')\,N(sk_1k_1')\times$$
$$\times\, dk_1\ldots dk_n\,dk_1'\ldots dk_m'=\int \widetilde{\psi}_n(k)\,\widetilde{\psi}_m(k')\,N(skk')\,dk\,dk', \tag{3}$$

где

$$\widetilde{\psi}_n(k)=\int \psi_n(k,k_1,\ldots,k_{n-1})\,dk_1\ldots dk_{n-1}.$$

Меняя порядок суммирования, приведем (2) к следующему виду:

$$N_{AB}=\frac{1}{\sigma_{AB}}\sum_{i=1}^{A}\sum_{j=1}^{B}\sum_{m,n} f(m,n)\,p(m,n), \tag{4}$$

где

$$p(m,n)=\sum_{\substack{(i,j)\in\Omega\\ n_i=n,\ m_j=m}}\int P_\Omega(b)\,d^2b.$$

В последнем выражении суммирование распространяется на наборы пар Ω, описывающие взаимодействие, в котором *а*) i-й нуклон ядра A неупруго рассеивается точно на n нуклонах ядра B, одним из которых является j-й нуклон ядра B, *б*) j-й нуклон ядра В неупруго рассеивается точно на m нуклонах ядра A.

Функция $p(m,n)$ не зависит от пары (i,j), которая использована для ее определения, поэтому суммирование по i и j в (4) можно заменить на множитель AB:

$$N_{AB}=AB\sum_{m,n} p(m,n)\,f(m,n). \tag{5}$$

Воспользовавшись выражением (1) для $P_\Omega(b)$, получим

$$p(m,n)=\int d^2\xi\,p_{in}(\xi)\,G_A(\xi,n)\,G_B(-\xi,m), \tag{6}$$

где

$$G_A(\xi,m)=C_{A-1}^{m-1}\int d^2x_1\ldots d^2x_A\,\rho_A(x_1-\xi,x_2,\ldots,x_A)\times$$
$$\times\prod_{i=2}^{m} p_{in}(x_1-x_i)\prod_{j=m+1}^{A}(1-p_{in}(x_1-x_j)). \tag{7}$$

Подставляя (6) и (3) в (5), придем к формуле, выражающей N_{AB} через среднюю множественность нуклон-нуклонных столкновений:

$$N_{AB}=\frac{AB}{\sigma_{AB}}\int_0^1\int_0^1 dk\,dk'\,N(kk's)\int d^2\xi\left(\sum_{n=1}\widetilde{\psi}_n(k)\,G_A(\xi,n)\right)\times$$
$$\times\left(\sum_{m=1}\widetilde{\psi}_m(k)\,G_B(\xi,m)\right). \tag{8}$$

§ 3. Основные результаты. В этом параграфе мы при различных предположениях о поведении $N(s)$ выразим N_{AB} через N_{pA} и N_{pB} — средние множественности протон-ядерных реакций.

1. Пусть $N(s)$ растет логарифмически с ростом $s: N(s)=a+b\ln s$. В этом случае, воспользовавшись условием нормировки $\int\widetilde{\psi}_n(k)\,dk=1$

и соотношением $\sum_{n=1}^{A-1} G_A(\xi, n) = 1$, которое следует из (7), формулу (8) можно привести к виду

$$N_{AB} = \frac{AB\sigma}{\sigma_{AB}} \{(a + b\ln s) - b\Lambda(A) - b\Lambda(B)\}, \tag{9}$$

где $\sigma = \int d^2\xi\, p_{in}(\xi)$, а

$$\Lambda(A) = -\sigma^{-1} \int d^2\xi\, p_{in}(\xi) \int_0^1 dk \ln k \left(\sum_{n=1} \widetilde{\psi}_n(k)\, G_A(\xi, n)\right). \tag{10}$$

Так как $\psi_1(k) = \delta(k-1)$, то $\Lambda(1) = 0$. Поэтому с помощью (9) можно выразить $\Lambda(A)$ через N_{pA} — множественность в протон-ядерном взаимодействии:

$$b\Lambda(A) = \frac{N_{pA}\sigma_{pA}}{A\sigma} - (a + b\ln s) = \frac{N_{pA}\,\sigma_{pA}}{A\sigma} - N(s).$$

Подставляя это выражение в (9), получим формулу, связывающую N_{AB} с характеристиками адрон-ядерных взаимодействий:

$$N_{AB}(s) = \frac{AB\sigma}{\sigma_{AB}} \{\nu_A^{-1} N_{pA}(s) + \nu_B^{-1} N_{pB}(s) - N(s)\},$$

где $\nu_A = \frac{A\sigma}{\sigma_{pA}}$ — среднее число неупругих столкновений при взаимодействии нуклона с ядром A.

2. Рассмотрим теперь степенной рост множественности $N(s) = as^b$. При $\xi \approx 0$ $G(\xi, n) = G(0, n)(1 - \alpha\xi^2 + o(\xi^2))$, где $\alpha \approx \rho_A^{-1} \Delta\rho_A \approx r_A^{-2}$, а r_A — радиус ядра A. Поэтому, пренебрегая членами порядка $(r^2/r_A r_B)^2$ ($r = 1$ф — ширина распределения $p_{in}(\xi)$), получим

$$p(m, n) = \int d^2\xi\, G_A(\xi, m)\, G_B(\xi, n)\, p_{in}(\xi) \approx$$

$$\approx \sigma^{-1} \left\{\int d^2\xi\, p_{in}(\xi)\, G_A(\xi, m)\right\} \left\{\int d^2\xi\, p_{in}(\xi)\, G_B(\xi, n)\right\}.$$

В этом приближении выражение (8) при $N(s) = as^b$ может быть представлено в виде

$$N_{AB} = \frac{AB\sigma}{\sigma_{AB}} S_b(A)\, S_b(B)\, N(s), \tag{11}$$

где

$$S_b(A) = \sigma^{-1} \int d^2\xi\, p_{in}(\xi) \int_0^1 dk\, k^b \sum_{n=1} \widetilde{\psi}_n(k)\, G_A(\xi, n). \tag{12}$$

Отметим, что $G_1(\xi) \equiv 1$ не зависит от ξ, поэтому при $B = 1$ выражение (11) является точным. Рассматривая (11) при $B = 1$, получим

$$S_b(A) = \frac{N_{pA}\,\sigma_{pA}}{\sigma A N(s)}.$$

Таким образом, приходим к следующему выражению для средней множественности

$$N_{AB}(s) = R_A(s)\, R_B(s)\, \frac{\sigma_{pA}\,\sigma_{pB}}{\sigma\,\sigma_{AB}} N(s), \tag{13}$$

где

$$R_A(s) = \frac{N_{pA}(s)}{N(s)}.$$

3. Пусть множественность в p-p взаимодействиях описывается выражением вида $N(s) = a\ln^2 s + b\ln s + c$, которая хорошо аппроксимирует поведение $N(s)$ во всем доступном для измерений интервале энергий. Следуя методам п. 1 и 2, получим

$$N_{AB}(s) = \frac{AB\sigma}{\sigma_{AB}}\{N(s) - (2a\ln s + b)(\Lambda(A) + \Lambda(B)) + 2a\Lambda(A)\Lambda(B) + \overline{\Lambda}(A) + \overline{\Lambda}(B)\},$$

где $\Lambda(A)$ задается формулой (10), а

$$\overline{\Lambda}(A) = \sigma^{-1}\int d^2\xi\, p_{in}(\xi)\int\limits_0^1 dk\ln^2 k\left(\sum_n \tilde{\psi}_n(k)\, G_A(\xi, n)\right).$$

Параметры $\Lambda(A)$ и $\overline{\Lambda}(A)$ могут быть определены из аппроксимации множественности протон-ядро выражением вида

$$N_{pA}(s) = \nu_A\{N(s) - (2a\ln s + b)\Lambda(A) + \overline{\Lambda}(A)\}.$$

4. Рассмотрим, наконец, часто встречающуюся аппроксимацию

$$N(s) = a\ln s + bs^{-1/2} + c.$$

В этом случае получим

$$N_{AB}(s) = \frac{AB\sigma}{\sigma_{AB}}\{N(s) - a(\Lambda(A) + \Lambda(B)) + s^{-1/2}b(S_{-1/2}(A)S_{-1/2}(B) - 1)\},$$

где $\Lambda(A)$ и $S_{-1/2}(A)$ определяются формулами (10) и (12) соответственно. Параметры $\Lambda(A)$ и $S_{-1/2}(A)$ могут быть найдены из аппроксимации множественности в протон-ядерных взаимодействиях выражением вида

$$N_{pA}(s) = \nu_A\{N(s) - a\Lambda(A) + s^{-1/2}b(S_{-1/2}(A) - 1)\}.$$

§ 4. Сравнение с экспериментом. Сравним полученное нами выражение для средней множественности с данными работы (5). В этой работе изучалось множественное рождение частиц при взаимодействии первичного космического излучения с ядрами фотоэмульсии. Для

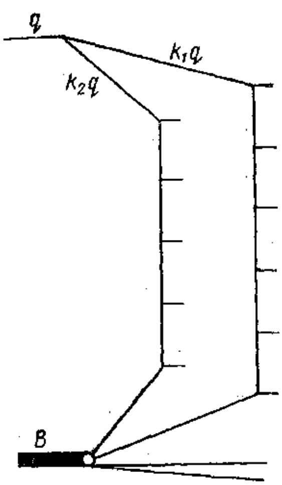

Рис. 1. Неупругое взаимодействие одного из нуклонов ядра A с ядром B

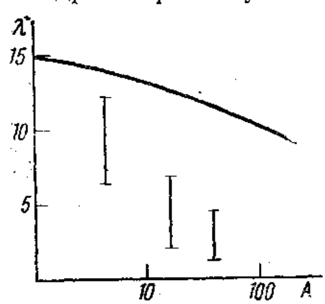

Рис. 2. Экспериментальные значения и теоретическая кривая, описывающая поведение величины λ с ростом A

ядер $A=4$, 16, 36 при $E=300$ ГэВ/нукл. была измерена величина $\lambda(A)=N_{A,E_m}/\mu_{A,E_m}$. Здесь N_{A,E_m} — средняя множественность, μ_{A,E_m} — среднее число нуклонов налетающего ядра, принявших участие во взаимодействии.

Для сравнения с экспериментальными данными используем формулу (13). Получим

$$\lambda(A)=\frac{R_A}{\nu_A}N_{p,E_m},$$

где N_{p,E_m} — среднее число частиц, рождаемых при взаимодействии нуклона с эмульсией с той же энергией на нуклон. Используя аппроксимацию $R_A=(1+\nu_A)/2$, получим

$$\lambda(A)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{\nu_A}\right)N_{p,E_m}.$$

На рис. 2 приведена теоретическая кривая и экспериментальные значения для $\lambda(A)$. Как видно, модель независимых столкновений качественно согласуется с экспериментом, давая падение $\lambda(A)$ с ростом A. Причиной количественного несогласия может быть как несовершенство модели, так и недостаточная точность экспериментальных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шабельский Ю. М. Множественное рождение частиц на ядрах в кварковой модели.— Физ. элемент. частиц (материалы 13 зимней школы ЛИЯФ). Л., 1978, с. 90—138. 2. Capella A., Krzywicki A. Inclusive production off nuclei.— Phys. Lett., 1977, **67 B**, p. 84—88. 3. Capella A., Krzywicki A. Theoretical model of soft hadron-nuclei collisions at high energy.— Preprint LPTPE — 77/31, Orsay, 1973, 35 p. 4. Нелипа Н. Ф., Пухов А. Е. Модель независимых соударений для взаимодействия ядер с ядрами при высоких энергиях.— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1980, **21**, № 5, с. 71—74. 5. Шомоди А. и др. Изучение характеристик взаимодействия ядер первичных космических лучей высокой энергии с атомными ядрами фотоэмульсии на искусственном спутнике Земли «Интеркосмос-6».— Яд. физика, 1978, **28**, с. 445—457.

Поступила в редакцию
06.02.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 1

УДК 533.922

В. К. ГРИШИН, С. Т. ИВАНОВ, (Болгария), М. Ф. КАНЕВСКИЙ

О ПРЕДЕЛЬНОМ СОСТОЯНИИ ВОЛНА-ПУЧОК В ПЛАЗМЕННОЙ СРЕДЕ

1. Исследованию взаимодействия электромагнитных волн с пучками заряженных частиц посвящено большое число работ (см., например, [1] с подробной библиографией). Интерес к различным аспектам этой обширной проблемы стимулируется их несомненной практической актуальностью, получившей в последние годы особый акцент в связи с экспериментами с мощными электронными пучками. К числу важнейших относится вопрос о максимальных амплитудах полей, генерируемых при инжекции пучков в различные электродинамические структуры. Один из способов оценки достигаемых здесь эффектов базируется