ядер $A=4$, 16, 36 при $E=300$ ГэВ/нукл. была измерена величина $\lambda(A)=N_{A,E_m}/\mu_{A,E_m}$. Здесь N_{A,E_m} — средняя множественность, μ_{A,E_m} — среднее число нуклонов налетающего ядра, принявших участие во взаимодействии.

Для сравнения с экспериментальными данными используем формулу (13). Получим

$$\lambda(A)=\frac{R_A}{\nu_A}N_{p,E_m},$$

где N_{p,E_m} — среднее число частиц, рождаемых при взаимодействии нуклона с эмульсией с той же энергией на нуклон. Используя аппроксимацию $R_A=(1+\nu_A)/2$, получим

$$\lambda(A)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{\nu_A}\right)N_{p,E_m}.$$

На рис. 2 приведена теоретическая кривая и экспериментальные значения для $\lambda(A)$. Как видно, модель независимых столкновений качественно согласуется с экспериментом, давая падение $\lambda(A)$ с ростом A. Причиной количественного несогласия может быть как несовершенство модели, так и недостаточная точность экспериментальных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шабельский Ю. М. Множественное рождение частиц на ядрах в кварковой модели.— Физ. элемент. частиц (материалы 13 зимней школы ЛИЯФ). Л., 1978, с. 90—138. 2. Capella A., Krzywicki A. Inclusive production off nuclei.— Phys. Lett., 1977, **67 B**, p. 84—88. 3. Capella A., Krzywicki A. Theoretical model of soft hadron-nuclei collisions at high energy.— Preprint LPTPE — 77/31, Orsay, 1973, 35 p. 4. Нелипа Н. Ф., Пухов А. Е. Модель независимых соударений для взаимодействия ядер с ядрами при высоких энергиях.— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1980, **21**, № 5, с. 71—74. 5. Шомоди А. и др. Изучение характеристик взаимодействия ядер первичных космических лучей высокой энергии с атомными ядрами фотоэмульсии на искусственном спутнике Земли «Интеркосмос-6».— Яд. физика, 1978, **28**, с. 445—457.

Поступила в редакцию
06.02.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 1

УДК 533.922

В. К. ГРИШИН, С. Т. ИВАНОВ, (Болгария), М. Ф. КАНЕВСКИЙ

О ПРЕДЕЛЬНОМ СОСТОЯНИИ ВОЛНА-ПУЧОК В ПЛАЗМЕННОЙ СРЕДЕ

1. Исследованию взаимодействия электромагнитных волн с пучками заряженных частиц посвящено большое число работ (см., например, [1] с подробной библиографией). Интерес к различным аспектам этой обширной проблемы стимулируется их несомненной практической актуальностью, получившей в последние годы особый акцент в связи с экспериментами с мощными электронными пучками. К числу важнейших относится вопрос о максимальных амплитудах полей, генерируемых при инжекции пучков в различные электродинамические структуры. Один из способов оценки достигаемых здесь эффектов базируется

на исследовании предельных состояний пучка, возникающих на конечном этапе взаимодействия волна — захваченные частицы, когда волна синхронизируется с пучком и сглаживаются возникающие вначале осцилляции поля [1—3]. В отличие от более детального метода последовательного реконструирования функции распределения частиц путем интегрирования по траекториям [1], прямой анализ конечного состояния, хотя и сталкивается с нелинейной задачей, в целом оказывается менее трудоемким. Среди работ с подобным подходом можно отметить [4, 5], результаты которых представляют несомненный интерес (см. также [6]). Вместе с тем эти результаты получены исходя из определенных упрощений (неполная самосогласованность решений, полный захват частиц пучка и др.), ограничивающих область применимости оценок.

Как показано в настоящей работе, корректная постановка задачи позволяет уточнить известные и получить ряд новых оценок, характеризующих величины захвата частиц, «температуру» пучка и плазмы, амплитуду и энергию поля и т. п., а также устранить неоднозначность в решении [5].

Ниже рассматривается одномерная задача традиционного типа. Полагается, что неограниченный пучок распространяется вдоль оси z через пространство, заполненное холодной плазмой. Внешние поля либо отсутствуют, либо, напротив, пучок и плазма являются сильно замагниченными продольным внешним полем. Генерируемое поле является продольным и имеет вид гармонической волны:

$$E(z) = E_0 \sin(\omega t - kz). \tag{1}$$

Пучок, согласно сказанному выше, в целом синхронизован с волной, т. е. скорость пучка $v = \beta c = \omega/k$. Это происходит на этапе, когда прекращается обмен энергией между волной и пучком и завершается фазовое перемешивание захваченных частиц, так что в связанной с волной системе координат Σ' распределение частиц в пучке оказывается стационарным. Следовательно, состояние пучка является нелинейным, вместе с тем плазма предполагается маловозмущенной (линейной).

2. Рассмотрим сначала состояние пучка. В системе координат волны Σ' стационарное распределение плотности пучка F' описывается уравнением

$$eE' \frac{\partial F'}{\partial p'} + v' \frac{\partial F'}{\partial z'} = 0, \tag{2}$$

где $p' = mc\beta'\gamma'$. Согласно (1) $E' = -E_0' \sin k'z'$.

Решение уравнения (2) имеет вид $F' = F'(U' - W')$, где $U' = e\int \times E'dz' = (eE_0'/k')(1 + \cos k'z') + C_0$ — потенциал пучка, $W' = \int v'dp' - mc^2$ — кинетическая энергия частиц в Σ'. Уравнение $U' = W' + \mathrm{const}$ определяет фазовые траектории частиц. Помимо захваченных в пучке будет присутствовать определенная доля проскальзывающих вдоль волны частиц. Соотношение $W' \leqslant (eE_0'/k')(1 + \cos k'z')$ описывает фазовую область захваченных частиц, константа C_0 — долю проскальзывающих частиц. В дальнейшем ограничимся случаем, когда энергия частиц пучка, набираемая в поле волны в Σ', в среднем оказывается нерелятивистской, т. е. $W' \simeq p'^2/2m$.

Решение уравнения (2) будет носить самосогласованный характер, если для избранного вида функции распределения F' система уравнений Максвелла для поля допускает гармоническое решение вида (1). В силу линейности уравнений Максвелла это возможно (не только для сугубо продольного поля), если плотность заряда пучка $\rho_b' = e\int F'dp'$ удовлетворяет условию

$$\frac{\partial\rho_b'}{\partial z'} \sim E', \text{ т. е. } n_b' \sim U'.$$

Тогда решение уравнения (2) имеет вид [6]:

$$F' = \begin{cases} \sigma\sqrt{U' - p'^2/2m}, & p'^2/2m \leqslant U', \\ 0, & \end{cases} \tag{3}$$

где σ — нормировочная константа.

Функция распределения (3) симметрична по p'; для захваченных частиц это выполняется автоматически вследствие постоянства F' вдоль фазовой траектории. Запишем плотность и потенциал пучка в виде

$$n_b' = \bar{n}_b'(1 + \alpha'\cos k'z'), \quad U' = U_0'(1 + \alpha'\cos k'z'), \tag{4}$$

где согласно (3)

$$U_0' = eE_0'/k' + C_0 = eE_0'/k'\alpha', \quad \bar{n}_b' = \pi\sigma\sqrt{m/2}\,U_0'.$$

Параметр α' характеризует долю захваченных частиц: при $\alpha' = 1$ все частицы оказываются захваченными, а при $\alpha' = 0$ все частицы проскальзывают относительно волны. Полное число частиц и число захваченных частиц, приходящихся на длину волны, остаются инвариантными при преобразовании систем координат. Поскольку их отношение зависит только от α', то α' — инвариант.

Полный импульс пучка в Σ' равен нулю. Полная энергия частиц пучка в среднем на единицу длины пучка равна

$$W_b' = \int W'F'dp' = \bar{n}_b'(mc^2 + U_0'(1 + 0{,}5\alpha^2)/4). \tag{5}$$

Второе слагаемое в соотношении (5) характеризует энергетический разброс, т. е. «продольную температуру» пучка в его равновесном состоянии.

3. Параметры пучка в Σ' могут быть выражены через значения соответствующих величин в лабораторной системе координат Σ с помощью обычной процедуры преобразования. Однако средняя скорость пучка $v = \beta c$ в Σ остается неизвестной и может быть определена лишь после дополнительного анализа. Последний проводится в предположении, что импульс и энергия пучка в начальном моноэнергетическом состоянии перераспределяются в конечном состоянии между частицами пучка и полем в плазменной диспергирующей среде. Такой баланс энергии и импульса приводит к следующим уравнениям:

$$\beta\left[ck\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega} - \beta\frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega}\right]\frac{E_0^2}{16\pi} = mc^2\gamma_0 n_0\beta_0(\beta_0 - \beta),$$

$$\beta\left[\frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega} - ck\beta\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega}\right]\frac{E_0^2}{16\pi} + \beta\bar{n}_b U_0\frac{(1 + 0{,}5\alpha^2)}{4} =$$

$$= mc^2\gamma_0 n_0\beta_0[1 - \beta_0\beta - (\gamma_0\gamma)^{-1}] \tag{6}$$

при

$$E_0 = \frac{4\pi e\bar{n}_b\alpha}{k|\varepsilon|}. \tag{7}$$

В уравнениях (6) фигурируют начальные значения плотности, скорости $v_0=\beta_0 c$ и релятивистского фактора пучка γ_0. Учтено также, что пучок при генерации поля в целом тормозится ($\beta_0\to\beta$), а его плотность изменяется как $\overline{n}_b=n_0\beta_0/\beta$. Наконец, для холодной бесстолкновительной плазмы с электронной плотностью n_p принимаем $\varepsilon=1-\omega_p^2/\omega^2$ (анализируются высокочастотные колебания, для которых генерация поля релятивистским электронным пучком возможна в случае $\omega^2< <\omega_p^2=4\pi n_p e^2/m$).

Исключая амплитуду поля E_0 в уравнении (6) и используя соотношение $\omega=k\beta c$, приходим к системе уравнений:

$$\pi e^2\alpha^2 n_0\beta_0=mc^2\gamma_0(\zeta-\beta^2)Xk^2, \tag{8}$$

$$\beta\pi e^2(1-0{,}5\alpha^2)n_0\beta_0=mc^2\gamma_0(\zeta-\beta^2)Yk^2,$$

где

$$Y=1-\beta_0\beta-(\gamma_0\gamma)^{-1},$$

$$X=\frac{(\beta_0-\beta)(\zeta-\beta^2)}{\zeta(2-\beta^2)-\beta^4}, \tag{9}$$

$$\zeta=\omega_p^2/k^2c^2.$$

Система уравнений (8) вместе с уравнением для амплитуды поля (7) позволяет определить β, α, E_0 и другие характеристики системы по заданным параметрам пучка и ζ. Согласно линейной теории, инкремент неустойчивости максимален при $k=\omega_p/v_0$. Поэтому в дальнейшем уравнения (8) анализируются при $k=\omega_p/\beta_0 c$ и $\zeta=\beta_0^2$. Такой анализ подробно проводится в следующей работе авторов. Здесь же ограничимся рассмотрением случая слабых токов пучка, когда отклонение конечных параметров в системе от начальных значений является малым. Так, полагая $\delta=(\beta_0-\beta)/\beta_0\ll 1$, имеем $\delta=0{,}5(n_0/n_p)^{1/3}\gamma_0^{-1}$, которое справедливо при $(n_0/n_p)^{1/3}\ll\gamma_0$. Нелинейный сдвиг частоты $\Delta\omega_{нл}= =k\delta c$ оказывается в $2^{1/3}$ раз больше значения, предсказываемого линейной теорией [4].

Изменение энергии поступательного движения пучка при слабых токах можно описать с помощью соотношения $\gamma/\gamma_0=1-\gamma_0\beta_0^2(n_0/n_p)^{1/3}/2$. Наконец, амплитуда поля в предельном состоянии при $\delta\ll 1$ достигает значения $E_0=2k\gamma_0\beta_0^2(n_0/n_p)^{2/3}$ (в МВ/см).

Авторы выражают благодарность А. А. Рухадзе за обсуждение работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. Нелинейная теория плазмы.— В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 7. М., 1973, с. 3—145. 2. Drummond W. E. et al. Nonlinear development of the beam-plasma instability.— Phys. of Fluids, 1970, 13, p. 2422—2425. 3. Онищенко И. Н. и др. К нелинейной теории возбуждения монохроматической плазменной волны электронным пучком.— Письма в ЖЭТФ, 1970, 12, с. 407—411. 4. Ковтун Р. И., Рухадзе А. А. К теории нелинейного взаимодействия релятивистского электронного пучка малой плотности с плазмой.— ЖЭТФ, 1970, 58, с. 1709—1714. 5. Кислецов А. В., Лебедев А. Н. Самофазировка электронного пучка в замедляющих системах.— ЖТФ, 1972, 42, с. 699—704. 6. Гришин В. К. Генерация волн большой амплитуды релятивистскими пучками в замедляющих системах.— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1978, 19, № 3, с. 3—10.

Поступила в редакцию
07.02.79