

УДК 533.922

В. К. ГРИШИН, Е. Н. ШАПОШНИКОВА

УЕДИНЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОЛНА-ПУЧОК В ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

1. Настоящая работа посвящена исследованию уединенных электромагнитных волн значительных амплитуд, возбуждаемых интенсивными электронными пучками в системах замедляющего типа. Уединенные волны, сфазированные с пучком большой плотности, могут эффективно использоваться для импульсного воздействия на вещество, как источник электромагнитного излучения с широким спектром, для ускорения тяжелых ионов и т. п. Несомненно также методическое значение рассматриваемой проблемы. Уединенные волны — солитоны — достаточно широко исследовались в плазменных системах (см., например, [1, 2] с подробной библиографией теоретических и экспериментальных работ). Однако аналогичные вопросы в чисто пучковых системах, обладающих большими энергетическими возможностями, но меньшим числом степеней свободы, а потому более надежно управляемых, не получили еще достаточного освещения.

Уединенные волны могут возникать как результат взаимодействия продольной волны и частиц, когда пучок стягивается и удерживается в дальнейшей собственными полями (о явлении самофокусировки см., например, [3, 5]). Многие аспекты такого рода нелинейного взаимодействия выясняются при непосредственном исследовании конечного равновесного состояния, когда волна синхронизируется с пучком [2, 6]. Аналогичное рассмотрение для уединенной волны проводится ниже.

2. Проанализируем условия существования равновесного состояния уединенная волна — пучок и связь его параметров с характеристиками инжектируемого пучка и замедляющей системы. Равновесное состояние, в котором частицы удерживаются около центра сгустка, объяснимо, если частицы хвоста пучка ускоряются, а идущие спереди замедляются собственным полем. Как и вообще при развитии любой продольной неустойчивости, здесь должна наблюдаться инверсия поля (по отношению к кулоновскому отталкиванию), т. е. $\text{sgn } E = \text{sgn } \frac{\partial \rho}{\partial z}$, где E и ρ — продольное электрическое поле и плотность заряда пучка. Обращение знака поля возможно, например, при движении частиц в диэлектрической среде. Случай безграничной среды рассмотрен в работе [5], где исследуется движение частиц вблизи стенок ферродиеlectricкого канала. Однако в экспериментах чаще используются различные волноводные системы замедляющего типа, которые и рассматриваются ниже.

Особенности взаимодействия частиц в таких системах анализируют с помощью широко используемой аппроксимации [4—7], рассматривая движение частиц в гладком волноводе, заполненном изотропной недиспергирующей средой с $\epsilon > 1$.

Рассмотрим замедленный в поперечной плоскости пучок частиц длиной l_b , распространяющийся вдоль оси z системы с замедляющими свойствами. Предположим, что поперечные размеры пучка существенно меньше аналогичных параметров системы, что позволяет перейти к

рассмотрению одномерного движения. Для равновесного самосогласованного состояния волна-пучок все величины зависят от параметра $\tilde{z} = z - v_b t$, где $v_b = \beta_b c$ — скорость пучка. Представляя $E(\tilde{z}, r) = \sum_n E_n(\tilde{z}) J_0(\mu_n r/a)$ (на замагниченные частицы, сосредоточенные

вблизи оси волновода, эффективно действует только симметричная E -волна), где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка, μ_n — n -й корень уравнения $J_0(\mu_n) = 0$, a — радиус волновода, и соответственно $\rho(\tilde{z}, r) = \sum_n \rho_n(\tilde{z}) J_0(\mu_n r/a)$, из уравнений Максвелла получаем

$$\left(v_n^2 + \frac{d^2}{d\tilde{z}^2} \right) E_n = \frac{4\pi}{\epsilon} \frac{d\rho_n}{d\tilde{z}}, \quad (1)$$

где $v_n^2 = \mu_n^2/a^2 (\epsilon\beta_b^2 - 1)$. Для узкого пучка $\rho(\tilde{z}, r) = \rho(\tilde{z})R(r)$. Тогда из (1) следует, что при $\epsilon\beta_b^2 > 1$ для длинноволновых сгустков с характерной длиной $l_b \gg 1/v_1$ знак поля совпадает со знаком $\frac{d\rho}{d\tilde{z}}$. Действительно, для $|\tilde{z}| < l_b/2$

$$E = \frac{4\pi}{\epsilon} \frac{d\rho(\tilde{z})}{d\tilde{z}} \sum_n \frac{R_n}{v_n^2} \left[1 + O\left(\frac{1}{v_n^2 l_b^2}\right) \right] J_0\left(\frac{\mu_n r}{a}\right). \quad (2)$$

Для $|\tilde{z}| > l_b/2$ решение имеет осциллирующий характер с амплитудой в $1/(l_b v_1)$ раз меньшей. При сокращении размеров сгустка ($v_1 l_b \rightarrow 1$) амплитуда поля возрастает, но локализация его ухудшается. Поэтому мы ограничимся случаем $l_b \gg 1/v_1$. Соответственно, замедляющая система должна быть дополнена высокочастотным поглощающим устройством [8], препятствующим развитию коротковолновых колебаний. Заметим, что в системах с ферродиевыми структурами, прототип которых по существу здесь и рассматривается, высокочастотные моды не возбуждаются, так как для них $\epsilon \rightarrow 1$. В связи с этим можно не учитывать потери энергии на ударное возбуждение собственных мод на начальном этапе инжекции.

3. Состояние пучка проще всего проанализировать в системе координат Σ' , связанной с волной, где функция распределения частиц $F(p', z')$ является стационарной и описывается уравнением

$$\frac{\partial F}{\partial p'} eE' + v' \frac{\partial F}{\partial z'} = 0, \quad (3)$$

где $p' = mc\gamma'\beta'$, $v' = \beta'c$, $\gamma' = (1 - \beta'^2)^{-1/2}$ — импульс, скорость и релятивистский фактор частиц. Решением уравнения (4) является функция $F = F(U' - W')$, где $U' = e\int E' dz'$ — потенциал пучка, $W' = \int v' dp' - mc^2$ — кинетическая энергия частиц (соотношение $U' = W'$ описывает их фазовые траектории). В дальнейшем ограничимся рассмотрением полей, когда движение частиц в Σ' является нерелятивистским и $W' = p'^2/2m$.

Распределение приобретает самосогласованный характер, если функция F удовлетворяет условию $E' \sim \frac{\partial p'}{\partial z'} = \frac{\partial}{\partial z'} \left(e \int F dp' \right)$. Согласно [9] таким распределением является

$$F = \begin{cases} F_0(r) \left(U' - \frac{p'^2}{2m} \right)^{1/2}, & \frac{p'^2}{2m} \leq U', \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (4)$$

где $F_0(r)$ — формфактор*. Отсюда плотность пучка $\rho_b = eF_0(m/2)^{1/2}\pi U'$, так что полное число частиц в пучке $N_b = \pi^2(2m)^{1/2} \iint F_0 U' r dr dz'$.

Для дальнейших выкладок вычислим энергию относительного движения частиц

$$\Delta W'_b = \iiint \frac{p'^2}{2m} F dp' 2\pi r dr dz' = \pi^2 a^4 (\beta_b^2 - 1/\varepsilon) \gamma_b \sum_n \frac{\int \rho_{nb}^2 dz J_1^2(\mu_n)}{\mu_n^2}. \quad (5)$$

Полная энергия частиц $W'_b = N_b mc^2 + \Delta W'_b$.

4. Оценим теперь параметры равновесного состояния (поле, скорость, длина пучка и т. д.), возникающего после переходных процессов при инжекции пучка с известной энергией в замедляющую систему. Будем считать, что в процессе генерации поля происходит полный захват частиц начального пучка и реализуются условия, когда формируется только один сгусток частиц. Тогда искомые параметры определяются из условий баланса энергии и импульса поля-частицы в начальном и конечном состоянии. Анализ удобнее провести в системе Σ' , где полный импульс пучка $P'_b = 0$, хотя все величины ниже будут выражены через соответствующие значения в лабораторной системе Σ .

Для моноэнергетического исходного пучка, учитывая соотношения между полями, получаем следующую систему уравнений баланса энергии-импульса:

$$(2 - \beta_b^2 - 1/\varepsilon) \beta_b Q_b = N_b mc^2 \gamma_0 (\beta_0 - \beta_b) + \left(2 - \beta_0 \beta_b - \frac{\beta_b}{\varepsilon \beta_0}\right) \beta_0 Q_0, \quad (6)$$

$$-\frac{1}{2} (\beta_b^2 - 1/\varepsilon) Q_b = N_b mc^2 [\gamma_0 (1 - \beta_0 \beta_b) - 1/\gamma_b] - (2\beta_b \beta_0 - \beta_0^2 - 1/\varepsilon) Q_0,$$

где $Q_{b,0} = 2\pi^2 a^4 \sum_n \int \rho_{nb,0}^2 dz J_1^2(\mu_n)/\mu_n^2$; индекс $[\ll 0]$ приписывается начальным

значениям величин. Здесь, согласно (6), $\Delta W'_b = \gamma_b (\beta_b^2 - 1/\varepsilon) Q_b/2 = -1/2 W'_E$. Соотношения для энергии и импульса поля W'_E и P'_E получены с точностью до $1/(\nu_1 l_b)^2$; соответственно W'_E и P'_E оцениваются для состояния пучка с $E_{z0} = 0$ **.

Неизвестными величинами в системе уравнений (6) являются конечная скорость движения пучка $v_b = \beta_b c$ и сумма Q_b , характеризующая форму продольного распределения частиц.

5. Проанализируем полученные соотношения в случае относительно слабого торможения пучка, когда $\beta_0 - \beta_b = \delta \ll \beta_0$. Ограничиваясь линейным по δ приближением, из (6) получаем

$$Q_b = 2Q_0, \quad \delta = \frac{\beta_0 (2 - \beta_0^2 - 1/\varepsilon) Q_0}{N_b mc^2 \gamma_0 + (4 - 5\beta_0^2) Q_0}. \quad (7)$$

Изменение конечной скорости пучка в зависимости от его начальных параметров представлено на рис. 1.

* Вообще формфактор F_0 подбирается исходя из условий согласования распределения $\rho_b = \rho_b(r)$, определяемого начальными условиями, и $U = U(r)$. Для узкого пучка $U(r) \approx \text{const}$ и F_0 определяется $\rho_b(r)$.

** Здесь важен не вклад $E_z^2 \sim a^2/l_b^2$ в энергию поля, а потенциал пучка $U = e \int E dz$, определяющий температурный разброс в пучке, т. е. $\Delta W'_b$.

Соответственно, относительное изменение энергии поступательно-го движения пучка $\Delta W_b/W_{b0} = \gamma_0^3 \beta_0 \delta / (\gamma_0 - 1)$.

Из (7) следует, что переход пучка из начального в равновесное состояние сопровождается почти двойным увеличением энергии поля $W_E = (\beta_b^2 + 1/\epsilon) \simeq 2W_{E0}$. Это происходит в основном в результате сжатия пучка и возрастания его плотности в процессе самофокусировки.

С помощью (7) можно сразу оценить общий коэффициент генерации поля η . Однако для более детального анализа целесообразно кон-

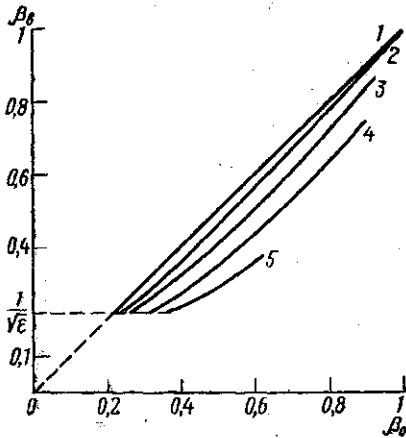


Рис. 1. Зависимость конечной скорости движения частиц от начальной при $N_b/l_0 < 10^{10}$ см $^{-1}$ (1), $N_b/l_0 = 10^{11}$ (2), $5 \cdot 10^{11}$ (3), 10^{12} (4), $2 \cdot 10^{13}$ (5) см $^{-1}$, $\epsilon = 20$

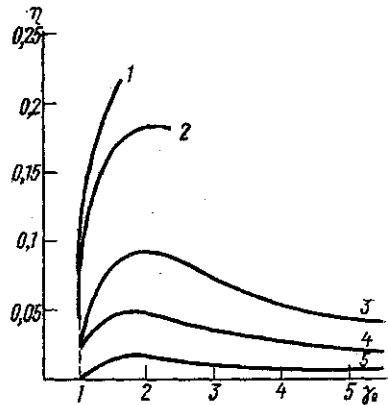


Рис. 2. Зависимость коэффициента генерации поля η от начальной кинетической энергии пучка при $N_b/l_0 = 10^{12}$ (1), $5 \cdot 10^{11}$ (2), $2 \cdot 10^{11}$ (3), 10^{11} (4) см $^{-1}$, $\epsilon = 20$; зависимость $\eta_{||}$ от γ_0 при $N_b/l_0 = 2 \cdot 10^{11}$ см $^{-1}$ (5), $a/l_b \sim 10^{-1}$, $l_b = 3/4 l_0$

кретизировать структуру пучка в начальном состоянии. Пусть $\rho_0(\bar{z}, r) = \rho_0(1 - r^2/r_b^2)$ при $|\bar{z}| < l_0/2$, $r < r_b$, где $\rho_0 = \text{const}$, $\bar{z} = z - v_0 t$, r_b — радиус пучка. Тогда при длительности пучка τ_0 его длина $l_0 = \beta_0 c \tau_0$, при этом $Q_0 = 1,3 N_b e^2 / l_0$.

Предположение о малости δ справедливо, если $N_b / \gamma_0 l_0 < 10^{12}$. В данной области система уравнений (6) решалась численно (рис. 1). Как следует из анализа (6), для любого значения величины N_b / l_0 существует ограничение (вытекающее из условия существования решения) на величину изменения скорости пучка $\beta_0 - \beta_b < 0,5(\beta_0^2 - 1/\epsilon) / \beta_0$.

Для коэффициента генерации поля имеем

$$\eta = \frac{W_E}{N_b m c^2 \gamma_0 + W_{E0}} \simeq \frac{2(\beta_b^2 + 1/\epsilon) N_b}{1,4 \gamma_0 l_0 \cdot 10^{12} + \beta_0^2 N_b} \quad (8)$$

Зависимость η от γ_0 и N_b / l_0 представлена на рис. 2. При увеличении плотности пучка (в пределах справедливости (8)) η монотонно растет. При изменении γ_0 отмечается максимум при $\beta_0^2 = 2(1 - 1/2\epsilon) / 3$ и $\gamma_0^2 \sim 3$ со значением $\eta_{\text{max}} = (1,8 l_0 \cdot 10^{12} / N_b + 0,5)^{-1}$.

Сказанное справедливо и для потоков мощности поля. Основной вклад вносит поток магнитной энергии ($\beta_b^2 > 1/3$). Так, при $N_b/l_0 = 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-1}$ магнитное поле $H_{\text{rmax}} = 6 \cdot 10^{-9} \beta_b N_b / (r_b l_b) \text{ Э}$.

Для оценки амплитуды продольного поля необходимо сделать некоторые предположения о форме пучка в конечном равновесном состоянии. Соотношение (7) не располагает достаточной информацией для определения ее конкретного вида. Поэтому можно получить дополнительные сведения о структуре пучка (длина l_b , максимальная плотность) в рамках определенной модели*. Рассматривая $\rho_b(\tilde{z}) = \langle \rho_b \rangle (1 + \cos 2\pi \tilde{z}/l_b)$ при $|\tilde{z}| < l_b/2$, имеем $l_b = 3/4 l_0$.

Максимальная амплитуда продольного поля E_z равна $E = 7,5 \cdot 10^{-6} \times (\beta_b^2 - 1/\epsilon) N_b/l_b \text{ В/см}$. Для $N_b \sim 10^{13}$ амплитуда поля достигает десятков кВ/см (но при этом для $l_0 \sim 0,5 \text{ м}$ $U = 0,2(\beta_b^2 - 1/\epsilon) mc^2 < mc^2$ до $\gamma_b \sim 5^{**}$). В отличие от общего КПД генерации поля, КПД генерации продольного поля, равный $\eta_{\parallel} = W_{E_z} / (W_{b0} + W_{E_0})$, невелик и не превышает $0,5 (a/l_b)^2 (l_0/l_b)^2 \epsilon \beta_b \eta$ (см. рис. 2).

6. Таким образом, нелинейный анализ позволяет получить ряд интересных результатов, характеризующих структуру уединенных состояний волна-частицы в замедляющих системах. Безусловно, реализация таких состояний возможна при определенных условиях. Помимо требований к свойствам замедляющей системы (отсутствие коротковолновых возбуждений) предполагается также, что инжектируемый пучок должен иметь длину не более 1—3 м.

Как отмечалось, уединенные состояния рассмотренного типа имеют важную особенность: поле частиц сосредоточено практически в пределах сгустка. Это обстоятельство можно выгодно использовать для передачи импульсных полей повышенной мощности; во всяком случае, вероятность пробоев здесь будет снижена (она убывает как $\tau_b^{1/3}$). Уединенный сгусток представляет интерес также для захвата и ускорения ионов [5].

Авторы благодарят В. С. Воронина и А. А. Коломенского за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. М., 1976, 240 с. 2. Специальный выпуск «Нелинейные волны». Изв. вузов. Радиофизика, 1976, 19, № 5—6, 943 с. 3. Киселев А. В., Лебедев А. Н. Самофокусировка электронного пучка в замедляющих системах.—ЖТФ, 1972, 42, с. 699—704. 4. Гришин В. К. Волны большой амплитуды в замедляющих системах (ферродиелектрический канал).—ЖТФ, 1976, 46, с. 2112—2117. 5. Гришин В. К. Самосжатие релятивистского пучка в неоднородном магнитном поле с перегаткой.—ЖТФ, 1979, 49, с. 372—377. 6. Ковтун Р. И., Рухадзе А. А. К теории нелинейного взаимодействия релятивистского электронного пучка малой плотности с плазмой.—ЖЭТФ, 1970, 58, с. 1709—1714. 7. Бурштейн Э. Л., Воскресенский Г. В. Линейные ускорители электронов с интенсивными пучками. М., 1970, 190 с. 8. Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ. Изд. 2-е, переработ. и доп. Т. 1. Техника сверхвысоких частот. М., 1970, 438 с. 9. Гришин В. К. Устойчивость заряженного пучка в накопительных системах.—Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1962, № 3, с. 75—81.

* По-видимому, дополнительную информацию можно получить исходя из условия минимума энергии системы.

** Отсюда нерелятивистское приближение справедливо при

$$\gamma_b (\beta_b^2 - 1/\epsilon) N_b \cdot 10^{-12} / l_0 < 1.$$