УДК 539.172.4:539.122

В. Д. АВЧУХОВ, К. А. БАСКОВА, А. Б. ВОВК, Л. И. ГОВОР, А. М. ДЕМИДОВ, М. М. КОМКОВ

УГЛОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГАММА-КВАНТОВ В РЕАКЦИИ ²⁰⁹Ві (п, п' у)

Для теории ядра представляют несомненный интерес дальнейшие экспериментальные исследования ү-излучения ²⁰⁹Ві, поскольку данные о ү-переходах этого ядра, имеющего один протон сверх дважды магического остова, неполны [1—4]. Особенно мало сведений о смесях мультиполей в ү-переходах этого ядра.

В данной работе проведено исследование угловых распределений: у-квантов при неупругом рассеянии быстрых нейтронов реактора.

§ 1. Результаты эксперимента и расчета угловых распределений

Спектр у-квантов и угловые распределения их из реакции ²⁰⁹Ві $(n, n'\gamma)$ измерялись на быстрых нейтронах реактора ИРТМ ИАЭ им. И. В. Курчатова. Краткое описание экспериментальной методики дано в работе [5].

Измерения интенсивностей γ -квантов проводилось под углами 90, 105, 125, 135 и 148° относительно направления пучка быстрых нейтронов. Изменение угла осуществлялось путем поворота Ge(Li)-детектора вокруг неподвижной мишени весом 19 г. Разрешение детектора составляло 5 кэВ при $E_{\gamma} = 1,2$ МэВ.

Схема у-переходов, составленная на основании измеренного успектра [3, 4] и угловых распределений, представлена в табл. 1. В колонках 2 и 3 приведены для сравнения энергии уровней и их характеристики по данным других работ [1, 2]. В последних двух колонках указана относительная заселяемость уровней $P_{s\, \text{зтеор}}$, рассчитанная для указанного значения J_{π} . Расчет $P_{s\, \text{теор}}$ производился по статистической модели. Для сравнения теоретических величин P_s с экспериментальными теоретическое значение P_s приравнивалось к экспериментальному для уровня энергии 896 кэВ.

Для нахождения абсолютной величины заселяемости уровня сечение возбуждения сравнивалось с сечением возбуждения уровня 847 кэВ $(J_{\pi}=2^+)$ изотопа⁵⁶Fe [6]. При этом оказалось, что полученная величина заселяемости уровней 896, 1609, 2564, 2583, 2616, 2741 кэВ составляет 0,8—1 от теоретического значения. Для остальных уровней наблюдается превышение экспериментальной заселяемости над теоретической, что, возможно, связано с вкладом прямых процессов.

у-Переходы, не размещенные в схеме уровней ²⁰⁹Ві, приведены в табл. 2.

Градуировочные измерения для угловых распределений проводились с мишенью, состоящей из двух дисков ²⁰⁹Ві и изотопа ¹¹⁸Sn, имеющих вес соответственно 19 и 9 г. В спектре смеси ²⁰⁹Ві+¹¹⁸Sn интенсивности у-квантов ²⁰⁹Ві находились относительно интенсивности у-линии 1229,7 кэВ ¹¹⁸Sn. Независимые измерения угловых распределений для изотопа ¹¹⁸Sn позволили установить угловое распределение для у-ли-

Р _s теор	6	$\begin{array}{c} 88\\ 1,7\\ 1,7\\ 3,3\\ 3,3\\ 3,3\\ 3,3\\ 3,3\\ 4,6\\ 5,7\\ 2,6\\ 3,4\\ 3,4\\ 3,4\\ 7/2+\\ 1,9\\ 7/2+\\ 1,9\\ 7/2+\\ 1,9\\ 7/2+\\ 1,9\\ 7/2+\\ 1,9\\ 7/2+\\ 1,9\\ 7/2+\\ 1,9\\ 7/2+\\ 1,9\\ 0,6\\ 0,6\\ 0,6\\ 0,6\\ 0,6\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,7\\ 11/2^+\\ 0,5\\ 0,5\\ 0,5\\ 0,5\\ 0,5\\ 0,5\\ 0,5\\ 0,5$
<i>Ps</i> эксп ^(90°)	8	$88(8) \\ 28(3) \\ 6, 4(6) \\ 6, 4(6) \\ 4, 4(8) \\ > 7, 3 \\ < 14 \\ 2, 5(9) \\ 4, 7(5) \\ 4, 7(5) \\ 1, 0(3) \\ < 6, 4 \\ 1, 0(3) \\ < 6, 4 \\ 1, 4(6) \\ 2, 8(9) \\ < 8, 7 \\ < 8, 7 \\ \end{cases}$
n n	2	99929 9972 1972 1972 1972 1972 1972 1972
Ef yp' K ^{3B}	9	$\begin{array}{c} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ $
I _γ , отн. ед.	5	$\begin{array}{c} 100(9) \\ 66(7) \\ 6,7(7) \\ 6,4(7) \\ 6,4(7) \\ 1,9(4) \\ 3,5(6) \\ 3,5(6) \\ 1,9(4) \\ 0,7(3) \\ 0,8(4) \\ 0,8(4) \\ 1,0(3) \\ 0,8(4) \\ 1,0(4)$
, Е _V , кэВ	4	$\begin{array}{c} 896, 20(10)\\ 1608, 97(10)\\ 2493, 4(2)\\ 2564, 5(2)\\ 2583, 4(10)\\ 1687, 0(2)\\ 2583, 4(10)\\ 1687, 0(2)\\ 2616, 0(10)\\ 1720, 4(2)\\ 1132, 44(10)\\ 1720, 4(2)\\ 1132, 44(10)\\ 1720, 4(2)\\ 1132, 44(10)\\ 1132, 44(10)\\ 2616, 0(10)\\ 1132, 44(10)\\ 2204, 5(10)\\ 2904, 5(10)\\ 2904, 5(10)\\ 2195, 2(6)\\ 3135, 0(10)\\ 1527, 14(10)\\ 1527, 14(10)\\ \end{array}$
1. 1. 1.	3	$\begin{array}{c}7/2^{-}\\13/2^{+}\\(3/2^{+})\\(7/2^{+})\\(11/2^{+})\\(11/2^{+})\\(15/2^{+})\\(15/2^{+})\\(15/2^{+})\\(15/2^{+})\\(13/2^{+})\\(13/2^{+})\\(11/2^{+}19/2^{+})\\(11/2^{+}19/2^{+})\end{array}$
E_i^a yp. K3B	2	895, 9 1608, 1 2492 2564 2561 2561 2601 2617 2740, 4 2740, 4 2740, 4 2740, 4 2740, 4 2956 2910 2910 2910 2910 2910 2910 2910 2910
<i>Е</i> _{<i>i</i> ур, кэВ}		896, 20(10) 1608, 97(10) 2564, 5(2) 2564, 5(2) 2563, 2(2) 2601, 6(2) 2601, 6(2) 2601, 6(2) 2601, 6(2) 2601, 6(2) 2904, 5(10) 2957, 4(10) 2957, 4(10) 2987, 6(2)? 3039, 1(5) 3031, 4(6) 3136, 11(10)

Таблица 1

Схема уровней ²⁰⁹Ві

3505,8(5) 3575,8(10) 3601,9(10)	3407,9(8) 3441,7(10) 3465,6(15)	3377,4(15) 3394,1(5)	3310,7(10) 3362,1(10)	3169,8(2) 3213,4(5)	3155,2(4)	1
3489 3501 3597	3406 3433? 3450 3466 3476	3379 3393	3222 3309 3358 3363	3168 3197 3211 <i>m</i>	3153,4m	2
	1111			(17/2+9/2+) (15/2+) — (9/2+) или (1/2++7/2+)	(17/2+7/2 ⁺) или	3
922,6(5) 2679,6(10) 2705,7(10)	1/98,9(8) 807,2(8) 948,3(10) 3465,6(15)	3377,4(15) 1785,1(5)	2414,5(10) $-$ $2465,9(10)$ $225,8(2)$	1546, 4(4)413, 5(5)1560, 77(10)225, 8(2)	3155,0(10)	4
${\overset{-}{\overset{-}{1,0(5)}}}_{0,7(4)}^{-}$	$ \begin{array}{c} 1,0(4) \\ - \\ 0,4(2) \\ 1,0(3) \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \\ -$	0,6(3) 1,2(3)	(-5,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,	$\begin{array}{c} 4,0(9)\\ 2,4(5)\\ \hline 2,6(7)\\ \hline 2,6(7)\end{array}$	2,6(4)	5
2583,2 896,2	2600,1 2493,2	0		1609,0 2741,4 1609,0 2987,6	0	6
7/2+ 7/2- 7/2-	11/2+ 3/2+ 9/2-	9/2- 13/2+	$7/2^{-}$ $7/2^{-}$ $(11/2^{+}+19/2^{+})$	13/2+ 13/2+ 13/2+ 13/2+	9/2-	7
$\overset{-}{\overset{-}{1,0(5)}}_{1,2(5)}^{1,0(5)}_{0,7(4)}$	$\begin{array}{c} -2, v(8) \\ -2, $	0, 6(3) 1, 2(3)	$\frac{1,3(5)}{-}$	2,4(5) -2,6	13(2)	8
$9/2^+$ 0,1 $9/2^+$ 0,1 $9/2^+$ 0,1	$5/2^{+} 0,2$ $11/2^{+} 0,2$ $11/2^{+} 0,2$	9/2+ 0,3 $15/2+ 0,2$ $13/2+ 0,2$ $0,2$	9/2+ 0,4	7/2+ 0,6 9/2+ 0,6 7/2+ 0,6 1/2+ 0,1	$\frac{17/2^+}{9/2^+}$ 0,8	9

Продолжение табл. 1

нии 1229,7 кэВ относительно перехода $0^+ \rightarrow 2^+$ 528,8 кэВ, для которого ожидается изотропное распределение.

Угловые распределения γ -квантов рассчитывались с привлечением формализма Хаузера — Фешбаха — Молдауэра и с нараметрами потенциалов из работы [7] для эффективной энергии нейтронов $E_n^{эф\phi} =$ $= E_{yp} + \Delta E^{э\phi\phi}$. $E^{э\phi\phi}$ находилось из равенства

$$E_n^{\varphi \varphi \Phi}$$

Ė,

$$\sigma \Phi \, dE_n = \int\limits_{E_n^{\Rightarrow \Phi \Phi}} \sigma \Phi \, dE_n,$$

Энергии и относительные интенсивности γ -лучей из реакции ²⁰⁹Ві $(n, n'\gamma)$, не размещенных в схеме уровней ²⁰⁹Ві

Таблица 2

<i>Е_у,</i> кэВ	1 _у , отн. ед.
1252,8(5)2201,9(8)2355,3(10)2644,6(5)2659,4(10)2670,4(10)2695,8(10)2869,5(10)3070,8(10)	$\begin{array}{c} 0,25(9)\\ 1,1(5)\\ 0,8(3)\\ 0,5(2)\\ 0,33(17)\\ 0,8(4)\\ 0,7(4)\\ 0,8(4)\\ 0,7(3)\end{array}$

где σ — сечение рассеяния, рассчитанное по статистической модели, Φ — спектр быстрых нейтронов реактора, E_0 — пороговое значение энергии нейтронов, возбуждающих уровень.

Значение $\Delta E^{a\phi\phi}$ для ²⁰⁹Ві принималось одинаковым для всех уровней и равным 0,75 МэВ.

Экспериментальные данные и результаты расчетов угловых распределений по статистической модели для указанного параметра б приведены на рис. 1.

Экспериментальные значения для a_2 и δ сведены в табл. З для восьми наиболее интенсивных γ -переходов ²⁰⁹Ві. Здесь величины a_2 есть коэффициенты в разложении углового распределения по полиномам Лежандра. Коэффициенты a_4 оказались малыми по сравнению с экспериментальными погрешностями и в таблице не приводятся.

В 5-й колонке табл. З указан процент заселяемости уровня каскадными у-переходами от высвечивания вышележащих уровней.

§ 2. Обсуждение экспериментальных результатов

В спектре уровней ²⁰⁹Ві идентифицированы одночастичные протонные состояния $1h_{9/2}$ (основное состояние), $2f_{7/2}$ (896 кэВ), $1i_{13/2}$ (1609 кэВ), $2f_{5/2}$ (2892 кэВ), $3p_{3/2}$ (3118 кэВ) и $3p_{1/2}$ (3640 кэВ). При взаимодействии нечетного протона в состоянии $1h_{9/2}$ с возбуждениями остова (²⁰⁸Pb) в состояниях 3⁻ и 5⁻ образуются два септета конфигурации [(²⁰⁸Pb 3⁻) $1h_{9/2}$] и [(²⁰⁸Pb 5⁻) $1h_{9/2}$] [1]. Все эти состояния, кроме уровней 3118 и 3640 кэВ, возбуждаются в ($n, n'\gamma$)-реакции.

С уровня 896,2 кэВ (7/2⁻) идет γ -переход 896,2 кэВ, который соответствует Δl запрещенному излучению M1. В работе [8] для этого перехода получено значение $\delta = -0.95(25)$. Найденные нами из углового распределения пределы для δ не противоречат этому значению и подтверждают знак δ в системе Крейна — Стеффена [9]. Расчетные значения a_2 для перехода $7/2 \rightarrow 9/2^-$ изменяются от -0.05 до 0,1. Экспериментальная величина a_2 определена с большой погрешностью (изменяется от 0 до -0.12). Это приводит к большой неопределенности в определении δ .

Уровень энергии 1609,0 кэВ на 52% заселяется каскадными переходами с вышележащих уровней. Это затрудняет нахождение б, так как угловые распределения получаются несколько сглаженными по сравнению с получаемыми при непосредственном заселении уровня в Значения a_2 и б для у-переходов ²⁰⁹Ві

Е _{ур} , кэВ	<i>Ē</i> _γ , кэВ	$J_i^{\pi} \rightarrow J_f^{\pi}$	<i>a</i> ₂	Доля каскад. заселенности уровня, %	δ
896,2	896,2	7/2 9/2-	-0,06±0,06	8	$-5 < \delta < -0,1$
1609,0	1609,0	$13/2^+ \rightarrow 9/2^-$	$0,22{\pm}0,04$	52	$0,24^{+0,16}_{-0,19}$
·			× *		или
					2,75-0,75
2493,4	2493,4	$3/2^+ \rightarrow 9/2^-$	$0,00{\pm}0,04$	6	для $M_2 a_2 = 0, 16$ для $E3 a_2 = -0,014$
2564,5	2564,5	$9/2^+ \rightarrow 9/2^-$	$0,05\pm0,06$		$\delta < -0,42$ или $\delta > 2^*$ для El $a_2 = -0,038$
2601,1	2601,1	11/2+→ 9/2-	$-0,06\pm0,05$		-0,11+0,22
					или
			н.		$-4,0^{+2,3}_{-2,6}$
					для $E1 a_2 = -0,025$
2601,6	992,6	$13/2^+ \rightarrow 13/2^+$	$-0,05\pm0,05$	- ·	$-1,0_{-0,5}$
					или 3,8 ⁺⁷⁰ ,
2741,4	2741,4	$15/2^+ \rightarrow 9/2^-$	$0,40{\pm}0,06$	75	для E3 $a_2 = 0.45$
	1132,4	$15/2^+ \rightarrow 13/2^+$	$0,05\pm0,06$		0,24 - 0,05
					или
					93

реакции $(n, n'\gamma)$. Нами проведен расчет влияния наиболее интенсивных каскадных переходов с уровней 2601,6 кэВ $(13/2^+)$ и 2741,4 кэВ $(15/2^+)$ на угловое распределение γ -излучения с уровня 1609,0 кэВ. В экспериментальное угловое распределение γ -квантов 1609,0 кэВ были внесены поправки на основании проведенных расчетов, что дало значение $a_2=0,22\pm0,04$ (без учета каскадного заселения $a_2=0,20\pm\pm0,04$). На рис. 2 приведены δ -эллипсы для γ -квантов энергии 1609,9 кэВ в предположении переходов между состояниями $13/2^+ \rightarrow 9/2^-$; $11/2^+ \rightarrow 9/2^-$ и $9/2^+ \rightarrow 9/2^-$. Как видно из рисунка, полученное значение $a_2=0,22\pm0,04$ пересекает только δ -эллипс, соответствующий переходу $13/2^+ \rightarrow 9/2^-$. Это указывает на значение $J^{\pi}=13/2^+$ для этого уровня.

Уровни энергии 2493,4; 2564,5; 2601,1; 2601,6 и 2741,4 кэВ для переходов, с которых нами измерены угловые распределения, принадлежат септету конфигурации [(208 Pb 3⁻)1 $h_{9/2}$]. Значения угловых моментов этих уровней, указанные в табл. 3, приняты по данным исследования реакции 209 Bi (p, p') [2]. Большие погрешности в определении a_2 не позволяют нам однозначно указать J для первых четырех уровней.

Уровень энергии 2741,4 кэВ высвечивается двумя γ -переходами 1132,4 и 2741,4 кэВ. На основании измеренных угловых распределений ему можно однозначно приписать J=15/2. В заселяемость этого уровня большой вклад — до 75% — вносят каскадные переходы с вышележащих уровней. Основной вклад вносится γ -переходом с уровня 2987,6 кэВ, который, согласно исследованию (*p*, *p'*)-реакции [2], имеет $I = (13/2^+)$. Мультипольность этого каскадного перехода неизвестна.



Рис. 1. Экспериментальные и теоретические угловые распределения у-квантов в реакции ²⁰⁹Ві (*n*, *n*'ү)



Рис. 2. «б-эллипс» для переходов 13/2+→9/2-; 11/2+→9/2+ и 9/2+→9/2- с уровня 1609,0 кэВ

В предположении M1+E2 и $\delta=0.5$ было оценено влияние этого каскадного перехода на угловое распределение γ -квантов энергии 2741,4 кэВ и 1132,4 кэВ. Как показали расчеты, учет поправок на каскадное заселение уровня изменяет значение a_2 для γ -переходов 2741,4 и 1132,4 кэВ соответственно с 0.25 ± 0.06 на 0.40 ± 0.06 и с 0.05 ± 0.06 на 0.11 ± 0.06 .

Из расчетных данных для перехода $15/2^+ \rightarrow 9/2^-$ (излучение типа E3, $\delta = 0$) $a_2 = 0.45$.

Заключение

Ядро ²⁰⁹Ві в основном состоянии имеет большой угловой момент, равный 9/2. Это приводит к тому, что для ү-переходов с уровней с J < < 9/2 анизотропия ү-излучения относительно нейтронного пучка невелика, т. е. δ -эллипсы малы, и значения коэффициентов a_2 в ряде случаев оказываются меньше экспериментальной погрешности. В случае возбуждения уровней с J > 9/2 наблюдается более заметная анизотропия в угловом распределении вылстающих ү-квантов. Величина a_2 достигает для этих δ -эллипсов значения 0,5. Однако уровни с J > 9/2 в ²⁰⁹Ві заселяются в значительной степени каскадными переходами и для нахождения смесей мультиполей обязателен их точный учет.

Вследствие указанных выше трудностей в исследовании угловых распределений для реакции (*n*, $n'\gamma$) на ²⁰⁹Ві нам удалось только сделать вывод, что для уровней с $J \leq 9/2$ найденные нами угловые распределения не противоречат данным, установленным в предыдущих работах.

Для γ -переходов $13/2^+ \rightarrow 9/2^-$ и $15/2^+ \rightarrow 9/2^-$ из наших данных предположены в основном мультипольности M2 и E3 соответственно.

На угловое распределение γ-квантов, идущих с долгоживущих уровней, должны влиять внутренние электрические и магнитные поля. В случае металлического образца висмута, имеющего ромбоэдрическую решетку и не принадлежащего к парамагнитным или ферромагнитным веществам [10], внутреннее магнитное поле и градиент электрического близки к нулю. Следовательно, их влиянием на угловые распределения можно пренебречь, так как время жизни уровней ²⁰⁹Вi, кроме уровня 1609 кэВ (т≤4 нс), меньше 20 пс.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Магтіп М. Ј. A=209.— Nucl. Data Sheets, 1977, 22, N 4, р. 545—623. 2. Wagner W. T., Crawley G. M., Hammerstern G. R. High resolution (p, p') on 207Pb and 209Bi.— Phys. Rev., 1975, C11, N 2, р. 486—507. 3. Авчухов В.-Д., Ахмед М. Р., Баскова К. А., Вовк А. Б., Говор Л. И., Демидов А. М., Комков М. М. Высвечивание уровней ²⁰⁹Bi в реакции (n, n'γ).— Тезисы докладов 27 совещания по яд. спектроскопии и структуре атомного ядра. Л., 1977, с. 16. 4. Ахмед М. Р., Аль-Наджар С., Аль-Амили М. А., Аль-Ассафи Н., Раммо Н., Говор Л. И., Демидов А. М., Черепанцев Ю. К. Атлас спектров гамма-излучения от неупругого рассеяния быстрых нейтронов реактора. М., 1978, с. 308—309. 5. Демидов А. М., Говор Л. И., Журавлев О. К., Комков М. М., Шукалов И. Б. Угловые распределения γ-квантов ^{101,112}Cd, испускаемых при неупругом рассеянии быстрых нейтронов реактора.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1976, 40, № 1, с. 157—163. Демидов А. М., Говор Л. И., Журавлев О. К., Комков М. М., Шукалов И. Б. Угловые распределения γ-квантов ^{101,112}Cd, испускаемых при неупругом рассеянии быстрых нейтронов реактора. На 114.116Cd.— Там же, № 6, с. 1241—1248. 6. Тискег А. G., Wells J. Т., Меуегhof W. Е. Inelastic neutron scattering near threshold.— Phys. Rev., 1975, 137B, N5B, p. 1181-1187. 7. Sheldon E., Rogers V. C. Compution of total and differential cross-section for compound nuclear reactions of the tupe (aa'), (ab), (ay), (a, γ-γ), (aby) and (b, ү-ү).— Comp. Phys. Comm., 1973, 6, p. 99—131. 8. Kratschmer W., Klapdor H. V. Electromagnetic transition probabilities between the low—lying states of ²⁰⁵Tl and ²⁰⁹Bi.— Nucl. Phys., 1973, **A201**, N 1, p. 179—192. 9. Krane K. S., Steffen R. M. Determination of the E2/M1 multipole mixing ratios of the gamma transitions in ¹¹⁰Cd.— Phys. Rev., 1970, **C2**, N 2, p. 724—734. *10*. Сборник физических констант. Под ред. Дорфмана Я. Г. и Фриша С. Э. Л., 1937, с. 463—464.

Поступила в редакцию 09.01.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. З. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 1

УДК 530.145

Ф. Я. ХАЛИЛИ

О ПРЕДЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ КВАНТОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

В ряде современных физических экспериментов, в частности в экспериментах по обнаружению гравитационных волн, требуемая чувствительность измерительных устройств такова, что процесс измерения должен описываться с учетом квантовых эффектов [1—3]. В связи с этим необходим метод расчета, который бы позволял достаточно просто определять предельные возможности квантовых измерительных устройств.

Как правило, весь процесс измерения сводится к одной из двух следующих процедур (или является их комбинацией):

а) в исследуемой системе в моменты времени $t_1, ..., t_l$ измеряются величины $x_1, ..., x_l$ с ошибками, равными $\sigma_1, ..., \sigma_l$ соответственно, причем одновременно исследуемая система эволюционирует свободно или под действием некоторого внешнего воздействия; на основании полученного в результате набора чисел $x_1, ..., x_l$ требуется оптимальным образом оценить значение величины \mathcal{F} , которая может относиться к начальному состоянию исследуемой системы, к внешнему воздействию на нее и т. д.;

б) в исследуемой системе в течение времени t_u непрерывно с некоторой погрешностью контролируется значение некоторой переменной x(t); на основании полученной реализации случайной функции $\overline{x}(t)$ требуется также оценить величину \mathcal{F} . Сначала мы рассмотрим случай a, затем полученные результаты будут обобщены на случай δ .

Для описания приближенных квантовых измерений в [4] был предложен следующий метод. Измерение величины x с точностью σ рассматривается как одновременное точное измерение набора коммутирующих операторов вида

$$\widehat{E}_{j} = \int_{x} |x\rangle E(x_{j} - x) \langle x| dx, \qquad (1)$$

где $|x\rangle$, x — собственные векторы и собственные значения оператора $\hat{x}_{j}, x_{j} = x_{j-1} + \sigma$,

$$E(x) = \begin{cases} 0 |x| > \frac{\sigma}{2}, \\ 1 |x| < \frac{\sigma}{2}. \end{cases}$$
(2)