

Формула (35) представляет собой выражение для минимальной ошибки измерения средней (за время измерения) координаты свободной частицы, так как на временах много меньше периода осциллятор ведет себя как свободная частица.

Автор благодарен проф. В. Б. Брагинскому и канд. физ.-мат. наук Ю. И. Воронцову за полезные обсуждения результатов данной работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И., Халили Ф. Я. Оптимальные квантовые измерения в детекторах гравитационного излучения.— Письма в ЖЭТФ, 1978, 27, с. 296—301.
2. Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И., Халили Ф. Я. Квантовые особенности пондеромоторного измерителя электромагнитной энергии.— ЖЭТФ, 1977, 73, с. 1340—1343.
3. Thorne K. S., Drever R. W. P., Caves M. C., Zimmerman M., Sandberg V. D. Quantum nondemolition measurements of a harmonic oscillator.— Phys. Rev. Lett., 1978, 40, p. 667—670.
4. Нейман И. Математические основы квантовой механики. М., 1964, 367 с.
5. Лэмб У. Измерения в квантовой механике и интерпретация нерелятивистской квантовой механики.— УФН, 1969, 99, № 4, 718—729.
6. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга 2. М., 1975, 391 с.

Поступила в редакцию  
01.11.78

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 1

УДК 621.385.6

**Ф. А. КОРОЛЕВ, Ф. М. АБДУЛХАИРОВ, А. В. ТУЛУПОВ**

### **К РАСЧЕТУ ТРЕХЭЛЕКТРОДНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ПУШКИ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ВИНТОВОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В МЦР С ПЕРЕСТРАИВАЕМОЙ ЧАСТОТОЙ ГЕНЕРАЦИИ**

Одним из основных вопросов эффективной работы мазеров на циклотронном резонансе (МЦР) [1] является получение винтовых электронных потоков (ВЭП), имеющих при попадании в область взаимодействия с высокочастотным полем резонатора наибольшее значение отношения вращательной скорости электрона к поступательной. Для создания ВЭП в экспериментальных моделях МЦР использовались различные конструкции электронно-оптических систем [2—4]. Рассматриваемая нами система для формирования ВЭП изображена на рис. 1, здесь также показано распределение магнитного поля вдоль оси системы. Приближенный анализ подобной системы в слабонеоднородных полях приведен в [4].

В данной работе предложен метод расчета трехэлектродной электронно-оптической системы для формирования ВЭП, являющейся, на наш взгляд, наиболее целесообразной в МЦР с перестраиваемой частотой генерации, позволяющей обеспечить наиболее оптимальное значение отношения поперечной скорости электрона к продольной при изменении магнитного поля. В расчетах учитывается характер распределения электрических полей между электродами системы, влияние пространственного заряда не рассматривается.

Процесс движения электронов с момента вылета с поверхности катода и до попадания в резонатор условно подразделяется на четыре этапа (см. рис. 1).

1. Электроны, покинув эмиттирующую поверхность Э, имеющую форму узкого кольца на поверхности конусообразного катода К, движутся в скрещенных электрическом и магнитном полях между анодом А и катодом. Электрическое поле между этими электродами найдено как поле между коаксиальными цилиндрами, боковая поверхность которых составляет угол  $\gamma$  с осью системы. Тогда напряженность поля дается выражением

$$E(\rho, z) = \frac{e}{m} \frac{U_{ак}}{\ln(R_1/R_2)} \frac{1}{\rho} \{\cos \gamma, 0, \sin \gamma\}, \quad (1)$$

где  $e/m$  — отношение заряда электрона к его массе,  $U_{ак}$  — разность потенциалов между анодом и катодом,  $R_2, R_1$  — соответственно радиусы анода и катода в плоскости эмиттирующего пояса.

Магнитное поле на этом участке считаем постоянным и однородным:

$$\mathbf{H} = H_k \{0, 0, 1\}. \quad (2)$$

Под действием компоненты электрического поля

$$E_z = E(\rho, z) \sin \gamma \quad (3)$$

электроны получают поступательную скорость и попадают в область 2.

2. Здесь электроны движутся под действием нарастающего магнитного поля и электрического поля между катодом и пролетной трубой П. Электрическое поле определено методом электростатических отображений как поле между параболоидом вращения, которым заме-

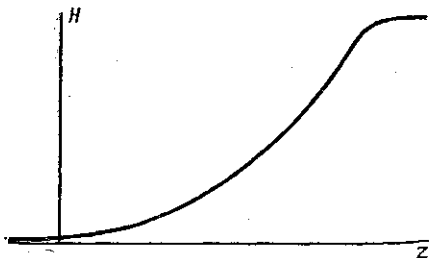
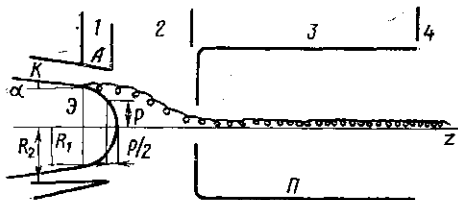


Рис. 1. Конфигурация электродов системы и распределение магнитного поля вдоль оси системы

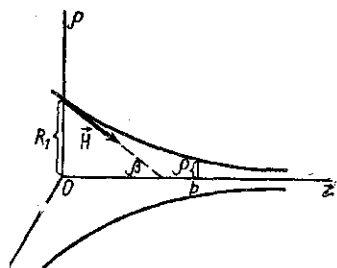


Рис. 2. К определению формы силовых линий магнитного поля в области 2

нена носовая часть катода, и бесконечной плоскостью, которой заменен торец пролетной трубы, имеющий небольшое отверстие в центре для пролета электронов. При этом предполагается, что анод не оказывает влияния на распределение поля в этой области. В этом случае

$$U(\rho, z) = \frac{U_k}{\ln[\rho/(4b - \rho)]} \ln \frac{z + \sqrt{\rho^2 + z^2}}{2b - z + \sqrt{\rho^2 + (2b - z)^2}}, \quad (4)$$

где  $U_k$  — разность потенциалов между катодом и пролетной трубой,  $\rho = R_1 - \Delta \sin \gamma$  — параметр параболоида вращения, определяющий его

конфигурацию,  $\Delta$  — длина участка 1,  $b$  — расстояние от начала координат, расположенного в фокусе параболы, до пролетной трубы.

Для определения напряженности магнитного поля в области 2 воспользуемся следующими соображениями. Будем считать, что магнитное поле вдоль оси  $z$  (рис. 2) на участке 2 изменяется по закону

$$H(\rho, z) = H_k(1 + \alpha z), \quad (5)$$

где  $\alpha = \frac{1}{H_k} \frac{\partial H}{\partial z} = \text{const.}$

Используя закон сохранения потока магнитной индукции, получим, что форма силовой линии магнитного поля, начинающейся в точке с координатами  $\rho = R_1, z = 0$ , определяется уравнением

$$\rho = R_1 \sqrt{1 - \frac{\alpha z}{1 + \alpha b}}. \quad (6)$$

Теперь формулу для напряженности магнитного поля (5) в области 2 можно записать в векторном виде:

$$\mathbf{H}(\rho, z) = H_k(1 + \alpha z) \{\sin \beta, 0, \cos \beta\}, \quad (7)$$

где  $\sin \beta = -(1 + \text{ctg}^2 \beta)^{-1/2}$ ;  $\cos \beta = (1 + \text{tg}^2 \beta)^{-1/2}$ . Здесь  $\text{tg} \beta$  — наклон силовых линий магнитного поля к оси  $z$ , определяющийся из уравнения (6):

$$\text{tg} \beta = \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{R_1 \alpha}{2 \sqrt{(1 + \alpha b)(1 - \alpha z + \alpha b)}}. \quad (8)$$

3. Покинув область 2, где электронам сообщается необходимая энергия, они начинают двигаться в плавно нарастающем магнитном поле, где происходит увеличение энергии вращательного движения пропорционально напряженности магнитного поля. Поскольку магнитное поле изменяется медленно, считаем, что движение электронов адиабатически инвариантно, тогда

$$V_{\perp 0}^2 = \frac{H_0^3}{H_{\Pi}} V_{\perp \Pi}^2 = k V_{\perp \Pi}^2, \quad (9)$$

где  $V_{\perp 0}, H_0, V_{\perp \Pi}, H_{\Pi}$  — соответственно вращательная скорость и напряженность магнитного поля в резонаторе и при влете в пролетную трубу.

Учтем, что движение в магнитном поле не изменяет энергию электронов, т. е. что

$$V_{\perp 0}^2 + V_{\parallel 0}^2 = V_{\perp \Pi}^2 + V_{\parallel \Pi}^2, \quad (10)$$

где  $V_{\parallel 0}, V_{\parallel \Pi}$  — поступательные скорости электрона при влете в резонатор и в пролетную трубу.

Из приведенных соотношений получаем взаимосвязь отношения вращательной энергии электрона к поступательной (будем называть далее это отношение  $g$ -фактором) при влете в резонатор ( $g_0$ ) и при влете в пролетную трубу ( $g_{\Pi}$ ):

$$g_0^2 = \frac{k}{g_{\Pi}^{-2} + 1 - k}, \quad (11)$$

где  $g_0 = V_{\perp 0}/V_{\parallel 0}$ ;  $g_{\Pi} = V_{\perp \Pi}/V_{\parallel \Pi}$ .

При численных расчетах решалось уравнение движения электрона без учета релятивистских поправок в цилиндрических координатах.

Для участка 1 электрическое и магнитное поля определяются уравнениями (1) и (2), а начальные условия имеют вид

$$\rho|_{t=0} = R_1, \quad \varphi|_{t=0} = 0, \quad z|_{t=0} = 0, \quad V|_{t=0} = 0. \quad (12)$$

Поскольку начальные скорости электронов, вылетающих с поверхности термоэмиссионного катода, невелики — они соответствуют скорости электронов, ускоренных потенциалом 1 В — то ими можно пренебречь.

Для исследования движения электронов на участке 2 решалось уравнение движения с магнитным и электрическим полями, определяемыми уравнениями (7) и (4), при этом в качестве начальных условий выбирались значения координат и скоростей на границе участков 1 и 2, полученные из интегрирования уравнений движения в области 1. Решение на участке 2 позволяет получить значения координат и скоростей электронов при влете в пролетную трубу, а следовательно и значение отношения поперечной скорости электрона к продольной.

Уравнения движения электронов в заданных полях интегрировались на ЭВМ БЭСМ-4 с помощью стандартной программы, использующей метод Рунге — Кутты с модификацией Мерсона, с заданной точностью  $\varepsilon = 10^{-4}$ .

Прежде чем переходить к рассмотрению результатов расчета, исследуем формулу (11), определяющую зависимость  $g_0$ -фактора в области резонатора от  $g_{\pi}$ -фактора при влете в пролетную трубу (рис. 3). Из рисунка видно, что при некотором значении  $g_{кр}$  (для нашей системы  $k=25$ , значит,  $g_{кр}=0,2$ ) значение  $g_0$  будет обращаться в бес-

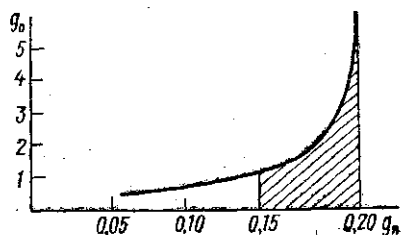


Рис. 3. Зависимость  $g_0$  от  $g_{\pi}$

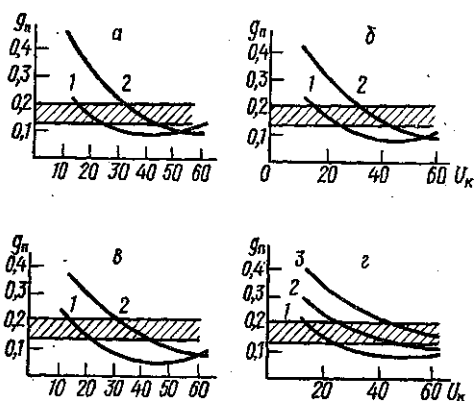


Рис. 4. Зависимость  $g_{\pi}$  от  $U_k$  для различных значений напряженности магнитного поля  $H_0$  в резонаторе:  $H_0 = 46$  (а), 50 (б), 55 (в) и 64 (г) кЭ;  $U_{ак} = 3$  (1), 5 (2) и 8 (3) кВ

конечность. Физически это означает, что электроны будут иметь только вращательную скорость, а при  $g_{\pi} > g_{кр}$  электроны будут иметь  $g$ -фактор, равный бесконечности еще до влета в резонатор, и при дальнейшем движении в область нарастающего магнитного поля они получают отрицательную продольную составляющую скорости, т. е. произойдет отражение электронов. Следовательно, при  $g_{\pi} < g_{кр}$  электроны не попадают в область взаимодействия. С другой стороны, чем больше значение  $g_0$ -фактора в области резонатора, тем более эффективно взаимодействие потока электронов с высокочастотным полем резонатора. Будем требовать, чтобы  $g_0$  было больше 1, т. е. чтобы вращательная скорость электронов превосходила поступательную. Из рис. 3 видно, что  $g_0 > 1$  при  $g_{\pi} > g_1$ . Таким образом, необходимо обеспечить такие режи-

мы работы системы, при которых для электронов при входе в пролетную трубу будет выполняться соотношение

$$g_1 < g_n < g_{кр}. \quad (13)$$

Строго говоря, вследствие неизбежного разброса скоростей, вызванного рядом конструктивных и принципиальных причин [4], соотношение (13) необходимо обеспечить для некоторого интервала значений  $g_n \pm \Delta g_n$ . Естественно, что это приведет к разбросу значений  $g_0$ , анализировать который мы здесь не будем.

Рассчитывалась электронно-оптическая система со следующими параметрами:  $R_1=1,0$  см,  $R_2=1,5$  см,  $\gamma=5^\circ$ ,  $b=6$  см,  $\alpha=0,14$  см,  $k=-25$ . Для такой системы напряженность магнитного поля в резонаторе будет связана с напряженностью магнитного поля у катода соотношением

$$H_0 = 46 H_k. \quad (14)$$

Результаты расчета такого варианта электронной пушки представлены на рис. 4. Приведенные здесь кривые показывают зависимость  $g_n$ -фактора в конце области ускорения 2 от напряжения на катоде  $U_k$  при различных значениях напряжения между катодом и анодом  $U_{ак}$ . Эти кривые позволяют для заданных значений напряженности магнитного поля в резонаторе  $H_0$  выбирать такие значения  $U_k$  и  $U_{ак}$ , чтобы при работе системы выполнялось соотношение (13). Интервалы значений  $g_n$ , для которых выполняется это соотношение, на рисунке заштрихованы.

Как показывают проведенные расчеты, рассматриваемая модель электронной пушки МЦР позволяет формировать ВЭП различных энергий с преобладанием вращательной скорости электронов над поступательной. При изменении магнитного поля в области взаимодействия (изменении длины волны генерируемого излучения) необходимо согласно рис. 4 выбирать значения  $U_k$  и  $U_{ак}$  из заштрихованного интервала значений  $g_n$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гапонов А. В., Гольденберг А. Л. Индуцированное синхротронное излучение в полых резонаторах. — Письма в ЖЭТФ, 1965, 2, с. 430—435.
2. Королев Ф. А., Курин А. Ф. Несимметричная электронная пушка для формирования винтового электронного пучка. — Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1969, № 5, с. 116—118.
3. Володян Б. А., Исламов Р. М., Хапаев А. М. К вопросу о расчете движения электронов в симметричной пушке для формирования винтового электронного пучка. — Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1975, 16, № 6, с. 679—683.
4. Гольденберг А. Л., Петелин М. И. Формирование винтовых электронных пучков в адиабатической пушке. Изв. вузов. Радиофизика, 1973, 16, с. 141—149.

Поступила в редакцию  
11.12.78

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 1

УДК 534.222.2

Э. П. ЛАНИНА

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА

В настоящей работе экспериментально исследуются нелинейные и дисперсионные свойства жидкости с пузырьками газа.