

кривление фронта волны на краю пучка и изменение его размеров при увеличении интенсивности звуковой волны. Диаметр звукового пучка составлял 30 мм. Лазерный луч пересекал звуковой пучок на расстоянии 25 см от излучателя, так что дифракционная расходимость звукового пучка в этой зоне еще не сказывалась. Чтобы пузырьки газа не оказывали рассеивающего действия на световой пучок, объем среды с пузырьками отгораживался тонкой звукопрозрачной лавсановой пленкой от объема дистиллированной воды без пузырьков. Световой луч проходил через слой дистиллированной воды вблизи лавсановой пленки. Наблюдаемый изгиб фронта волны и уменьшение поперечного сечения пучка в интенсивной звуковой волне показаны на рис. 3. На рис. 3, а показан фронт волны в среде без пузырьков. На рис. 3, б волна той же интенсивности при распространении в среде с пузырьками. На рис. 3, в фронт волны с интенсивностью примерно в 3 раза выше, чем в первых двух случаях. Здесь заметен изгиб фронта волны и некоторое уменьшение поперечных размеров пучка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заболотская Е. А., Солуян С. И. Об одной возможности усиления акустических волн.— Акуст. журн., 1967, 13, № 2, с. 296—298.
2. Остроумов Г. А., Дружинин Г. А., Крячко В. М., Токман А. С. Нелинейные акустические явления в жидкостях с пузырьками газа.— Вестн. Ленингр. ун-та, 1975, 16, с. 131—132.
3. Заболотская Е. А., Солуян С. И. Нелинейное распространение волн в жидкости с равномерно распределенными воздушными пузырьками.— Акуст. журн., 1973, 19, № 5, с. 690—694.
4. Заболотская Е. А. Генерация второй гармоники звуковой волны в жидкости с равномерно распределенными воздушными пузырьками.— Акуст. журн., 1975, 21, № 5, с. 934—937.
5. Воробьев Е. М., Заболотская Е. А. Самовоздействие звуковых пучков в среде с пузырьками воздуха.— Акуст. журн., 1974, 20, № 4, с. 623—624.
6. Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде.— Успехи физ. наук, 1967, 93, № 1, 19—70.
7. Азаров Н. Т., Телешевский В. И. Визуализация объектов в ультразвуковых полях методом дифракции света на ультразвуке.— Акуст. журн., 1971, 17, № 3, с. 451—453.

Поступила в редакцию
04.01.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 1

УДК 534.26

В. К. КУЗНЕЦОВ

ВЕРТИКАЛЬНАЯ РЕФРАКЦИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН И КВАЗИМОД В ГИДРОАКУСТИКЕ МОРСКОГО ШЕЛЬФА

Ранее [1, 2] была описана горизонтальная рефракция нормальных волн в клиновидной области применительно к гидроакустической задаче распространения звука в клиновидном шельфе. В шельфе произвольного профиля при достаточно плавном изменении глубины моря имеет место аналогичная картина горизонтальной рефракции квазимод [3]. Как в том, так и в другом случае горизонтальная рефракция является главным фактором, определяющим характер звукового поля.

Рассмотрим вертикальную рефракцию нормальных волн на наиболее характерном в гидроакустике примере, когда показатель пре-

ломления дна $n=c/c_1 < 1$ и шельф — клиновидный (геометрия задачи и обозначения приведены на рис. 1). Исходные данные для расчетов возьмем из ранее опубликованных работ [1, 2]. Профиль нормальной волны описывается синусоидой $\sin \mu\phi$ в клине и экспонентой $e^{-\mu_1(\phi-\Phi)}$ в полупространстве, $\mu_1 = (k^2 - k_1^2) r^2 - \mu^2$; k и k_1 — волновые числа воды и подводного грунта соответственно. Дисперсионное уравнение, определяющее μ , имеет вид

$$\mu\Phi = m\pi - \arctg \frac{l\mu}{\sqrt{k^2 r^2 (1-n^2) - \mu^2}}; \quad m = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где $l = \rho_1/\rho > 1$ есть отношение плотностей подводного грунта и воды.

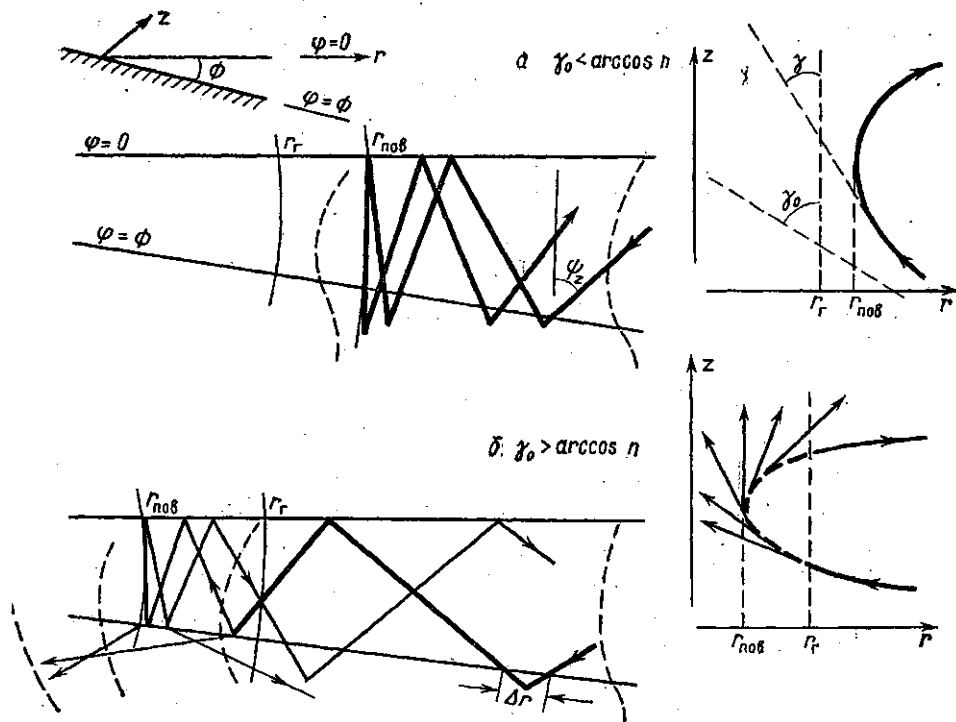


Рис. 1

Волновое число нормальной волны

$$k_m = k \sqrt{1 - \mu^2/k^2 r^2} \quad (2)$$

как функция координаты r определяет картину горизонтальной рефракции. При описании вертикальной рефракции удобно пользоваться параметрической формой дисперсионного уравнения:

$$\mu\Phi = m\pi - \arctg \frac{l \cos \psi}{\sqrt{\sin^2 \psi - n^2}}; \quad m = 1, 2, \dots \quad (3)$$

$$\cos \psi = \mu/kr.$$

Роль параметра в уравнениях (3) играет величина ψ — угол падения луча Бриллюэна на границу $\phi = \text{const}$ (в частности на дно $\phi = \Phi$) в

данной точке. Волновое число нормальной волны (2) через параметр записывается просто $k_m = k \sin \psi$.

В рассматриваемом нами случае $n < 1$ в отношении каждой нормальной волны в отдельности вся область $0 < r < \infty$ разбивается на волноводную и неволноводную зоны, как это следует из дисперсионного уравнения. В волноводной зоне величины μ и k_m действительны, а неволноводной — комплексны. Из уравнений видно, что граничные значения величин r , μ , k_m , ψ определяются формулами

$$\mu_r = \frac{(2m-1)\pi}{2\Phi}; \quad r_r = \frac{\mu_r}{k \sqrt{1-n^2}} = \frac{(2m-1)\pi}{2k\Phi \sqrt{1-n^2}}; \quad \psi_r = \arcsin n; \quad (4)$$

$$k_{mr} = kn.$$

В волноводной зоне $r > r_r$ угол $\psi > \arcsin n$, т. е. больше критического угла полного внутреннего отражения, так что на дне выполняются условия полного отражения, и нормальная волна распространяется без потерь на излучение в полупространство. Вертикальная рефракция здесь выражается лишь в медленном опускании по мере приближения к границе волноводной зоны профиля нормальной волны и в росте ее экспоненциальной части в полупространстве, как это показано на рис. 1. Если нормальная волна, не выходя за пределы волноводной зоны, отражается путем горизонтальной рефракции обратно в область $r = \infty$ (на рис. 1, а этот случай представлен горизонтальной «траекторией» нормальной волны), ее профиль за точкой поворота $r = r_{пов} = \frac{(2m-1)\pi}{2k\Phi \sin \psi_0}$ претерпевает обратную эволюцию. Эффект опускания

профиля нормальной волны по мере приближения к границе волноводной зоны и частичное просачивание энергии из клина в полупространство обусловлено зависимостью фазы коэффициента отражения от угла падения ψ , что находит свое выражение в зависимости μ от ψ .

Эффекту вертикальной рефракции нормальной волны в волноводной зоне можно дать любопытную интерпретацию с точки зрения волн Бриллюэна, если обратиться к хорошо известному эффекту сдвига луча при полном внутреннем отражении от границы раздела сред на некоторую величину Δr , что эквивалентно проникновению падающего луча через границу $\psi = \Phi$ в точке r и обратному возвращению его в точке $r \pm \Delta r$ [4], как изображено на рис. 1. Величина Δr , а следовательно и глубина проникновения луча во вторую среду, определяется зависимостью фазы коэффициента отражения от угла падения ψ . Максимальная глубина проникновения луча достигается в окрестности границы волноводной зоны $r = r_r$. Любопытно отметить попутно, что описанию и трактовке эффекта сдвига луча и проникновения его во вторую среду при полном внутреннем отражении посвящалось немало работ и дискуссий вплоть до недавнего времени (см., например, [5]), хотя первым, кто предсказал этот эффект в своеобразной форме, был Ньютон. Но, пожалуй, нигде до сих пор этот эффект не допускал столь однозначного толкования, как в данной задаче.

Возвращаясь к нашей теме, подведем итог вышесказанному: в волноводной зоне вертикальная рефракция нормальной волны не сопровождается излучением в полупространство. Волна, отраженная от «берега» путем горизонтальной рефракции, не испытывает практически никаких потерь, если не выходит из волноводной зоны. «Плоская» нормальная волна (волна от бесконечно удаленного по r источника) не выходит из волноводной зоны в том случае, если угол ψ_0 удовлетворяет условию, аналогичному условию полного внутренне-

го отражения [1], $\gamma_0 < \arccos n$. Нормальная волна от сосредоточенного источника, расположенного на конечном удалении от берега $r=r_0$ («цилиндрическая» волна), выходит из волноводной зоны лишь тем участком своего фронта, лучи которого не удовлетворяют условию $|\cos \theta_0| > \cos \gamma_0 / \sin \psi(r_0)$; здесь θ_0 — угол между направлением выхода луча из источников и осью z . Общая картина схематически изображена на рис. 1. Лучи Бриллюэна вышедшей в неволноводную зону нормальной волны испытывают многократные отражения с потерями на преломление и возвращаются в волноводную зону сильно ослабленными, особенно в тех случаях, когда угол γ_0 (или θ_0) близок к $\pi/2$, так что точка поворота $x_{оп} = r_{нов}$ оказывается на максимальном удалении от волноводной зоны. Почти вся энергия нормальной волны при этом излучается в полупространство, и можно говорить о преломлении нормальной волны в полупространство, хотя, быть может, с точки зрения строгой концепции нормальных волн, рассматривающей нормальную волну как резонансное образование, характеризующееся на всем своем пути одним и тем же профилем, следовало бы говорить о разрушении нормальной волны в неволноводной зоне. В самом деле, ни о каком характерном профиле волны, излученной в полупространство, говорить не приходится. Более того, эта волна сама может быть представлена спектром нормальных волн, причем, как известно, спектр излучения в открытое пространство непрерывен. И все же представляется целесообразным говорить о преломлении, а не о разрушении. Теоретическое оправдание здесь можно усмотреть в том, что каждая нормальная волна на всем своем протяжении от $r = \infty$ до преломления в полупространство и после преломления может быть полностью описана всюду на основе лишь одного дисперсионного уравнения.

В неволноводной зоне дисперсионное уравнение (1) принимает вид

$$\mu \Phi = \frac{2m-1}{2} \pi - i \operatorname{arth} \frac{\sqrt{\mu^2 - k^2 r^2 (1-n^2)}}{i \mu}; \quad m = 1, 2, \dots \quad (5)$$

Действительная и мнимая компоненты комплексной величины μ определяются системой уравнений:

$$\alpha = \frac{2m-1}{2\Phi} \pi - \frac{1}{2\Phi} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2} l \{ \alpha \sqrt{R-[\]} - \beta \sqrt{R+[\]} \}}{l^2 M^2 - R}; \quad (6a)$$

$$\beta = \frac{1}{2\Phi} \operatorname{arth} \frac{\sqrt{2} l \{ \alpha \sqrt{R+[\]} + \beta \sqrt{R-[\]} \}}{l^2 M^2 + R}, \quad (6b)$$

где

$$M^2 = \alpha^2 + \beta^2; \quad R = \sqrt{[\]^2 + 4\alpha^2 \beta^2}; \quad [\] = [\alpha^2 - \beta^2 - k^2 r^2 (1-n^2)].$$

Волновое число нормальной волны в клине также комплексно:

$$k_m = k'_m + i k''_m = \frac{1}{\sqrt{2} r} \left\{ \sqrt{R_1 + (k^2 r^2 - \alpha^2 + \beta^2)} - i \sqrt{R_1 - (k^2 r^2 - \alpha^2 + \beta^2)} \right\}; \quad (7)$$

$$R_1 = \sqrt{[k_1^2 r^2 - \alpha^2 + \beta^2]^2 + 4\alpha^2 \beta^2}.$$

Параметрическая система уравнений (3) в неволноводной зоне принимает вид

$$\mu \Phi = \frac{2m-1}{2} \pi - i \operatorname{arth} \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \psi}}{i \cos \psi}; \quad \cos \psi = \frac{\mu}{kr}, \quad (8)$$

откуда видно, что и угол ψ становится комплексным. Величины α , β , а следовательно и k_m , рассчитываются методом последовательных приближений. Преломленную в полупространство волну мы будем рассматривать в лучевом приближении. Для этого достаточно взять α и β в нулевом приближении:

$$\mu \approx \mu_0 = \frac{2m-1}{2\Phi} \pi - i \operatorname{arth} \frac{\sqrt{r_r^2 - r^2}}{r_r} = \alpha_0 - i \beta_0; \quad m = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

$$\cos \psi \approx \alpha_0 / kr = (2m-1) \pi / 2kr \Phi.$$

Действительная часть μ во много раз больше мнимой части, особенно для нормальных волн высоких порядков, и угол ψ в этом приближении действительный. Из уравнения (9) видно, что зависимость ψ от r в неволноводной зоне такая же, как и в клине с идеально отражающими границами, так что все звенья луча Бриллюэна, претерпевающего многократные отражения, лежат на поверхности гиперboloида [6], и, следовательно, траекториями лучей нормальной волны в неволноводной зоне будут гиперболы, как это можно показать, такого вида:

$$(z - z_r) \pm \sqrt{r^2 \sin^2 \gamma_0 - \frac{\mu_r^2}{k^2} \frac{\cos \gamma_0}{\sin^2 \gamma_0}} \mp \sqrt{r_r^2 \sin^2 \gamma_0 - \frac{\mu_r^2}{k^2} \frac{\cos \gamma_0}{\sin^2 \gamma_0}} = 0, \quad (10)$$

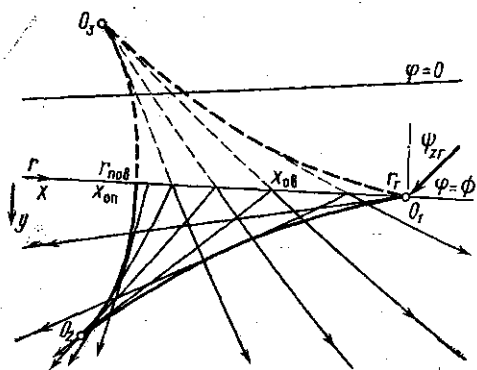


Рис. 2

где r_r и z_r — координаты точки пересечения луча и границы волноводной зоны. Такая картина объясняется тем, что в неволноводной зоне клина отражение от полупространства происходит без сдвига фаз, а следовательно и без смещения лучей, как и в идеальном клине.

Мы будем далее рассматривать преломление «плоской» нормальной волны, характеризующейся углом γ_0 . Для полупространства удобно ввести декартову систему координат, ориентированную так, как показано на рис. 2.

Тогда направляющие косинусы луча Бриллюэна, падающего на границу раздела сред в точке с координатой $x = x_0$, запишутся так:

$$\cos \alpha_1 = \frac{k_x}{k} = \frac{\sqrt{x_0^2 \sin^2 \gamma_0 - r_r^2 (1 - n^2)}}{x_0};$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{k_y}{k} = \frac{r_r}{x_0} \sqrt{1 - n^2}; \quad \cos \alpha_3 = \frac{k_z}{k} = \cos \gamma_0; \quad (11a)$$

соответствующие им направляющие косинусы преломленного луча

$$\cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{x_0^2 \sin^2 \gamma_0 - r_r (1 - n^2)}}{x_0 n};$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{\sqrt{(1-n^2)(r_r^2 - x_0^2)}}{x_0 n}; \quad \cos \alpha_3 = \frac{\cos \gamma_0}{n} \quad (11б)$$

определяют уравнение для лучей преломленной в полупространство нормальной волны:

$$(x - x_0) = \pm \frac{\rho}{x_0 n} \sqrt{x_0^2 \sin^2 \gamma_0 - r_r^2 (1 - n^2)}; \quad (11в)$$

$$y = \frac{\rho}{x_0 n} \sqrt{(1 - n^2)(r_r^2 - x_0^2)}; \quad (z - z_0) = \frac{\rho \cos \gamma_0}{n}.$$

Знак перед радикалом меняется в точке поворота $x = x_{оп} = \mu_0/k \sin \gamma_0$: до точки поворота (прямая волна) берется плюс, после точки поворота (отраженная от «берега» волна) — минус. Здесь

$$\rho = \sqrt{(z - z_0)^2 + (x - x_0)^2 + y^2},$$

а координата x_0 играет роль параметра семейства преломленных лучей.

В рассматриваемом нами случае «плоской» нормальной волны характер преломленной волны определяется плоской лучевой картиной в проекции на плоскость $z = \text{const}$, изображенной на рис. 1 и представленной уравнением (11в), которое для дальнейших расчетов удобнее записать в таком виде:

$$F(x, y, x_0) = \sqrt{1 - n^2} \sqrt{r_r^2 - x_0^2} (x - x_0) \pm y \sqrt{x_0^2 \sin^2 \gamma_0 - r_r^2 (1 - n^2)} = 0. \quad (12)$$

В результате дифференцирования функции $F(x, y, x_0)$ по параметру x_0 получаются системы уравнений, определяющих каустику и точки возврата на ней.

$$F(x, y, x_0) = (x - x_0) \sqrt{1 - n^2} \sqrt{r_r^2 - x_0^2} \pm y \sqrt{x_0^2 \sin^2 \gamma_0 - r_r^2 (1 - n^2)} = 0; \quad (13а)$$

$$F'_{x_0} = (x, y, x_0) = (x - x_0) (1 - n^2) (r_r^2 - 2x_0^2 + xx_0) + y^2 x_0 \sin^2 \gamma_0 = 0; \quad (13б)$$

$$F''_{x_0, x_0}(x, y, x_0) = (x - x_0) [x_0^2 \sin^2 \gamma_0 - r_r^2 (1 - n^2)] \times \\ \times (r_r^2 x - 3x_0 r_r^2 + 2x_0^3) - y^2 r_r^2 (r_r^2 - x_0^2) \sin \gamma_0^2 = 0. \quad (13в)$$

Каустика определяется параметрической системой двух первых уравнений, точки возврата — параметрической системой трех уравнений. Каустика имеет вид замкнутой кривой, симметричной относительно оси x . Ее нижняя, действительная, ветвь образована лучами прямой преломленной волны, верхняя, мнимая ветвь — продолжениями в верхнее полупространство преломленных лучей отраженной от «берега» волны. Координаты точек возврата x_b, y_b определяются формулами:

$$x_b = \frac{3r_r^2 x_0^4 \sin^2 \gamma_0 - 2x_0^6 \sin^2 \gamma_0 - r_r^6 (1 - n^2)}{r_r^2 x_0^2 (n^2 - \cos^2 \gamma_0)}; \quad (14а)$$

$$y_b = \pm \sqrt{1 - n^2} (r_r^2 - x_0^2) \frac{\sqrt{[r_r^2 (1 - n^2) (r_r^2 + x_0^2) - 2x_0^4 \sin^2 \gamma_0]}}{r_r^2 x_0^3 (n^2 - \cos^2 \gamma_0) \sin \gamma_0} \times \\ \times \sqrt{(n^2 - \cos^2 \gamma_0) r_r^2 x_0^2 - r_r^2 (1 - n^2) (r_r^2 + x_0^2) + 2x_0^4 \sin^2 \gamma_0}. \quad (14б)$$

Одна точка возврата O_1 лежит на оси x , ее координаты $x=r_r$, $y=0$; две другие O_2, O_3 расположены симметрично относительно оси x , их координаты получаются из формул (14) подстановкой в них значения параметра

$$x_0 = x_{0b} = \frac{r_r}{\sqrt{3} \sin \gamma_0} \sqrt{(1-n^2) + \sqrt{(1-n^2)(1-n^2 + 3\sin^2 \gamma_0)}}.$$

Преломленный луч, соответствующий этому значению параметра x_{0b} , проходит через точку возврата O_2 как через фокус и совпадает с осью характеристики направленности преломленной в полупространство волны. В области, ограниченной каустикой, звуковое поле имеет сложный интерференционный характер. В каждой точке этой области пересекаются три луча. (Третий луч представляет отраженную от «берега» волну, обычно довольно слабую. На рис. 2 лучевая картина рассчитана для модели с параметрами $\Phi=5^\circ$: $f=40$ кГц, $m=6$, $n=0,64$, $\gamma_0=$
 $=\pi/2$).

В соответствии с этим поле здесь можно записать в виде суммы трех преломленных волн с различными значениями параметра x_0 :

$$U(x, y, x_0) = \sum_i u(x, y, x_{0i}). \quad (15)$$

За пределами каустики интерференции не наблюдается, и поле представляется одной волной.

В приближении геометрической оптики определение поля преломленной волны

$$u(x, y, z, x_0) = \frac{A_0}{\sqrt{x_0}} A(x, x_0) e^{i\eta(x_0) + ik_r \rho} \quad (16)$$

сводится к определению якобиана преобразования (11) лучевых координат x_0, z_0, ρ в декартовы x, y, z .

$$J(x_0, z_0, \rho) = \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(x_0, z_0, \rho)}. \quad (17)$$

Амплитудный множитель выражения (16)

$$A(x, x_0) = \frac{\sqrt{J(x_0, z_0, 0)}}{\sqrt{J(x, z, \rho)}} = \frac{\sqrt{(r_r^2 - x_0^2) [x_0^2 \sin^2 \gamma_0 - r_r^2 (1 - n^2)]}}{\sqrt{r_r^2 x_0 (x - x_0) (n^2 - \cos^2 \gamma_0) + (r_r^2 - x_0^2) [x_0^2 \sin^2 \gamma_0 - r_r^2 (1 - n^2)]}}, \quad (18)$$

а экспонента $\eta(x_0)$ описывает набег фазы и затухание нормальной волны в клине на пути от границы волноводной зоны до точки преломления x_0 :

$$\eta(x_0) = \int_{r_r}^{x_0} k_m ds = \int_{r_r}^{x_0} k_m ds + i \int_{r_r}^{x_0} k_m'' ds, \quad (19)$$

$$A_0 = \sin \mu \Phi (k_m^2 / k^2 - \cos^2 \gamma_0)^{-1/4}.$$

Интегралы берутся вдоль отрезка гиперболы (10). Таким образом, преломленная в полупространство нормальная волна (15)–(19) полностью рассчитывается на основе дисперсионного уравнения.

Приведенные здесь расчеты в приближении геометрической оптики неприменимы лишь на каустике и в ее окрестности. Однако при желании можно и здесь воспользоваться хорошо известными методами расчета волновых полей на каустиках. Более того, хорошо разработанные квазиоптические методы дифракции позволяют находить и другие дифракционные поправки к лучевой картине. В случае точечного источника нормальных волн, расположенного на конечном расстоянии от берега, картина перестает быть плоской, расчеты усложняются, но проводятся по той же самой схеме. Эта схема годится также и для расчета вертикальной рефракции квазимод в неклиновидном шельфе при достаточно плавном изменении глубины моря. Исходные данные для расчета преломленной волны берутся при этом также из расчетов горизонтальной рефракции квазимод [1] в волноводной зоне.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов В. К. Рефракция нормальных волн в клине, лежащем на полупространстве.—Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1972, 13, № 3, с. 293—300.
2. Кузнецов В. К. Звуковое поле точечного источника в клине, граничащем с диссипативной средой.—Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1975, 16, № 3, с. 281—288.
3. Кузнецов В. К. Гидроакустические поля в шельфе произвольного профиля.—Акуст. журн., 1978, 24, вып. 2, с. 216—220.
4. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., 1973, с. 73.
5. Cathey W. T. Relation between beam displacement and phase shift upon total reflection at a plane dielectric interface.—J. Opt. Soc. Amer., 1973, 63, N 6, p. 764—768.
6. Кузнецов В. К. Метод мнимых источников в гидроакустической задаче описания высокочастотных звуковых полей в клине.—Акуст. журн., 1972, 18, вып. 2, с. 270—276.

Поступила в редакцию
29.01.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 1

УДК 537.611.46

А. К. КУПРИАНОВ, С. А. НИКИТИН

ПАРАМЕТРЫ КОСВЕННОГО ОБМЕНА В СОЕДИНЕНИЯХ ГАДОЛИНИЯ И ЖЕЛЕЗА

§ 1. Введение. Интерметаллические соединения редкоземельных металлов (РЗМ) с металлами группы железа являются удобными объектами для изучения взаимодействия двух типов магнитоактивных атомов: атомов РЗМ с 4f-электронной оболочкой, сильно экранизированной вышележащими электронными слоями и незначительно меняющейся под действием окружающих атомов, и атомов 3d-элементов, у которых электронная оболочка сильно деформируется под действием кристаллических и обменных полей [1]. Высокие магнитные характеристики этих соединений во многом определяются значительным (10^6 Э) обменным полем, действующим со стороны 3d-атомов на магнитные моменты РЗМ [2]. Природа этого обменного взаимодействия изучена слабо, хотя предполагается [3], что его можно описать в рамках теории косвенного обмена. Если учесть, что обменные взаимодействия через коллективизированные электроны присущи не только РЗМ [4], но, по-видимому, и металлическому железу [5], то становится понятной важность определения интегралов косвенного обменного