На каждом периоде волны появляются два разрыва, и профиль с увеличением расстояния становится близким к прямоугольному. Этот факт иллюстрируется осциллограммой рис. 1, *б*, снятой на выходе линии при подаче сигнала с частотой 1 МГц.

Спектр такой волны отличается от спектра ударной волны, образующейся в квадратичной среде. Для его расчета вводится новая переменная Ф:

$$u = U_0 \sin \Phi. \tag{3}$$

Численное интегрирование по этой переменной при вычислении амплитуд гармоник позволяет рассчитать спектр как до, так и после образования разрыва. Поскольку положение разрыва меняется в бегущей системе координат τ (см. рис. 1, *а*) то в качестве условия для определения положения разрыва использовалось правило равенства площадей, заштрихованных на рис. 1, *а*, которое выполняется для электромагнитной среды без потерь. Как следует из графиков рис. 2, *а*, спектр волны состоит из нечетных гармоник (подобный спектр до момента образования разрыва был получен в работах [4, 5]). Для конкретного примера максимум третьей гармоники $A_3/A_1=0{,}25$ достигается на расстоянии $x \approx 2{,}8 x_р$. На большом удалении соотношение амплитуд гармоник близко к $1/n$ (n — номер гармоники). Экспериментальный спектр, показывающий отношение амплитуд гармоник в логарифмическом масштабе, приведен на рис. 2, *б*. Наличие в спектре четных гармоник связано с небольшой асимметрией вольтфарадных характеристик пар варикапов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., 1975, с. 21. 2. Стрельцов А. М. Особенности формирования ударных волн в линии передачи с МДП-варикапами.— Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон., 1978, **19**, № 3, с. 34—36. *3.* Хохлов Р. В. К теории ударных волн в нелинейных линиях.— Радиотехника и электроника, 1961, **6**, № 6, с. 1117. *4.* Venkataraman R., Rivlin R. Harmonic generation in an electromagnetic wave.— ZAMP, 1973, **24**, N 5, p. 670. *5.* Пелиновский Е. Н. Спектральный анализ простых волн.— Изв. вузов. Радиофизика, 1976, **19**, № 3, с. 378.

Поступила в редакцию
14.04.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 1

УДК 530.12:531.51

А. А. ГВОЗДЕВ, Г. А. САРДАНАШВИЛИ

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОГО ФЕРМИОННОГО ПОЛЯ

С описанием фазовых переходов в полевых моделях в настоящее время связаны большие надежды. Наличие у полей фаз с существенно различными свойствами обещает важные следствия. Например, предполагается связь фазового перехода в теории калибровочных полей с эффектом удержания кварков [1, 2].

Мы рассмотрим существование фазового перехода в нелинейной модели двухкомпонентного фермионного поля $\Psi(x)$ на $(d+1)$-мерном пространстве-времени ($d=2,3$) с лагранжианом

$$L=\frac{i}{2}\left[\overline{\Psi}\sigma^{\mu}\partial_{\mu}\Psi-\partial_{\mu}\overline{\Psi}\sigma^{\mu}\Psi\right]-\lambda\overline{\Psi}\Psi-g\,(\overline{\Psi}\Psi)^{2}. \qquad (1)$$

Подобные модели давно вызывают интерес (см. работы Гейзенберга, Иваненко и др.), но сталкиваются с неперенормируемостью в пределе больших импульсов. Однако построение контактного фермионного взаимодействия в калибровочной теории как низкоэнергетического предела взаимодействия посредством калибровочных полей [3] указывает, что реализацию нелинейных фермионных моделей следует ожидать преимущественно в инфракрасной области, где возможны и фазовые переходы.

Исследование фазовых переходов удобно проводить, представив обрезание по импульсам как перенос полевой системы на решеточное пространство и переформулировав ее как статистическую. А именно поля на d-мерной кубической решетке с параметром решетки a определяются как свободные поля:

$$\Psi_{\mathbf{p}\,t}=a_{\mathbf{p}}\eta_{\mathbf{p}}e^{it|\mathbf{p}|}+b_{\mathbf{p}}\eta_{-\mathbf{p}}e^{-it|\mathbf{p}|},$$

$$(\sigma\mathbf{p})\,\eta_{\mathbf{p}}=|\mathbf{p}|\,\eta_{\mathbf{p}},\quad \overline{\eta}_{\mathbf{p}}\eta_{\mathbf{p}}=1,\quad \overline{\eta}_{\mathbf{p}}\eta_{-\mathbf{p}}=0,$$

импульсы которых лежат в кубе $[\pm\pi/a]$, и система описывается статистической суммой $Z=\int\exp H[d\Psi][d\Psi]$, где гамильтонианом $(-H)$ является временная компонента вектора энергии-импульса модели (1) в импульсном представлении. При соответствующих переобозначениях $\mathbf{p}$, Ψ, λ, g

$$H=H_0+H_{\lambda}+H_g=\int_{-1}^{1}\overline{\Psi}_{\mathbf{p}}(\sigma\mathbf{p})\,\Psi_{-\mathbf{p}}d\mathbf{p}-\lambda\int_{-1}^{1}\overline{\Psi}_{\mathbf{p}}\Psi_{-\mathbf{p}}d\mathbf{p}-$$

$$-g\int_{-1}^{1}\ldots\int_{-1}^{1}(\overline{\Psi}_{\mathbf{p}_1}\Psi_{\mathbf{p}_2})(\overline{\Psi}_{\mathbf{p}_3}\Psi_{\mathbf{p}_4})\,\delta(\mathbf{p}_1+\ldots+\mathbf{p}_4)\,d\mathbf{p}_1\ldots\mathbf{p}_4. \qquad (2)$$

При этом, чтобы кинетический гамильтониан $(-H_0)$ был положительно определен, предполагается, что классические фермионные поля Ψ являются антикоммутирующими величинами, и введено соответствующее упорядочение.

При таком описании полевой системы для изучения в ней фазовых переходов может быть применен метод ренорм-группы (РГ) Вильсона [4, 5]. Этот метод позволяет установить существование фазового перехода в модели и критические индексы физических величин вблизи его, хотя и не определяет саму точку фазового перехода. При этом в физический результат не входит величина параметра решетки a (т. е. обрезающего импульса).

РГ-преобразование Вильсона R_{γ} состоит из операции сглаживания — интегрирования статистической суммы Z по полям $\Psi_{\mathbf{p}}$ с импульсами, лежащими вне куба $[-\gamma,\ \gamma]$, и последующего преобразования растяжения импульсов $\mathbf{p}=\gamma\mathbf{p}'$ и полей $\Psi=\gamma^{h}\Psi'$. Наличие в модели фазового перехода связывают с существованием негауссовой (λ, $g\neq0$) устойчивой неподвижной точки РГ-преобразования $R_{\gamma}H=H$.

Представим $\Psi_p=\Psi^0_{p\in[-\gamma,\gamma]}+\Psi^1_{p\notin[-\gamma,\gamma]}$ и

$$Z=\int Z'\exp\,[H_0+H_\lambda]\,(\Psi^0)\,[d\overline{\Psi}^0]\,[d\Psi_0],$$

$$Z'=\int\exp H_g\,(\Psi^0+\Psi^1)\exp\,[H_0+H_\lambda]\,(\Psi^1)\,[d\overline{\Psi}^1]\,[d\Psi^1].$$

Операция сглаживания состоит в функциональном интегрировании Z'. Тогда

$$Z=\int\exp\,H'\,(\Psi^0)\,[d\overline{\Psi}^0]\,[d\Psi^0],$$

где

$$H'=-\ln Z'\,(\Psi^0)+H_0\,(\Psi^0)+H_\lambda\,(\Psi^0).$$

Будем искать неподвижную точку вблизи гауссовой, когда λ и g малы. Разлагая $\exp H_g(\Psi^0+\Psi^1)$ в ряд, вычисляем Z' как интеграл по антикоммутирующим переменным с гауссовым ядром $\exp(H_0+$ $+H_\lambda)\,(\Psi^1)$. Его удобно представить посредством диаграмм, в которых внешним линиям отвечают поля $\overline{\Psi}^0$, Ψ^0, а внутренним — спаривание*

$$\overline{\Psi}^{1\alpha}_p\Psi^1_{p'\beta}=\int\overline{\Psi}^{1\alpha}_p\Psi^1_{p'\beta}\exp\,(H_0+H_\lambda)\,(\Psi^1)\,[d\Psi^1]\,[d\Psi^1]=$$

$$=\left(\frac{\sigma\mathbf{p}+\lambda}{\lambda^2-\mathbf{p}^2}\right)^\alpha_\beta\delta\,(\mathbf{p}+\mathbf{p}'),\qquad(3)$$

и области значений внутренних и внешних импульсов не пересекаются.

При этом переход Z' к $\ln Z'$ состоит в исключении всех несвязных диаграмм в Z', а также замкнутых диаграмм, которые сдвигают H на константу. В результате операция сглаживания в приближении 1-го порядка по g даст

$H^1_r=H_0$, $H^1_\lambda=H_\lambda-g$ , $H^1_g=H_g+\frac{g^2}{2}$  (4)

Выполняя далее в (4) операцию растяжения $\Psi^0\to\Psi$ в итоге РГ-преобразования, получим:

$$R_\gamma H_0=\gamma^{2k+d+1}H_0,\ \ R_\gamma H_\lambda=\gamma^{2k+d}H'_\lambda\,(\Psi),$$

$$R_\gamma H_g=\gamma^{4k+3d}H'_g\,(\Psi).\qquad(5)$$

Вычисляя диаграммы в (4), находим из (5) условие существования неподвижной точки РГ-преобразования:

$$k=-\frac{d+1}{2},\ \ \lambda=\gamma^{-1}\,(\lambda+2cg),\ \ g=\gamma^{d-2}\,(g-4c^1g^2),$$

$$c=2^{d-1}\,\pi\lambda\int\limits_\gamma^1 p^{d-1}\,(\lambda^2-p^2)^{-1}\,dp,\ \ c'=2^{d-1}\pi\int\limits_\gamma^1 p^{d-1}\,(\lambda^2-p^2)^{-2}\,dp.\qquad(6)$$

Можно показать, что всякая неподвижная точка, являющаяся решением уравнений (6), при размерности пространства $d\geqslant2$ будет неустойчивой.

Устойчивая неподвижная точка РГ-преобразования, свидетельствующая о наличии в модели фазового перехода, существует, когда си-

* Оно определено, если выбрать параметр РГ-преобразования $\gamma>|\lambda|$.

стема эффективно ведет себя так, как если бы размерность пространства $d=2-\varepsilon$ ($\varepsilon \ll 1$). Она дается решением уравнений (6)

$$\lambda^2 = \frac{\varepsilon\gamma^2 \ln^2\gamma}{1-\gamma}, \quad g = \frac{\gamma - 1}{4\pi \ln\gamma} - \frac{\varepsilon}{8\pi}$$

и, что следует отметить, не является ε-малой.

Можно предположить, что механизм фазового перехода в нелинейной фермионной модели подобен фазовому переходу в теории сверхпроводимости и, по-видимому, связан с образованием конденсата фермионных пар.

Авторы благодарят проф. Д. Д. Иваненко за ценные обсуждения и замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. W i l s o n K. G. Confinement of quarks.— Phys. Rev. D., 1974, **10**, p. 2445—2459. *2.* М и г д а л А. Рекурсионные уравнения в калибровочных теориях поля.— ЖЭТФ, 1975, **69**, с. 810—822. *3.* С а р д а н а ш в и л и Г. А. Компенсация и нелинейная теория.— Изв. вузов. Физика, 1975, № 12, с. 7—13. *4.* В и л ь с о н К., К о г у т Дж. Ренормализационная группа и ε-разложение. М., 1975. *5.* П а т а ш и н с к и й А. З., П о к р о в с к и й В. Л. Метод ренорм-группы в теории фазовых переходов.— УФН, 1977, **121**, с. 55—96.

Поступила в редакцию
15.05.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 1

УДК 533.951

Н. Д. НАУМОВ

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В настоящее время интенсивно изучаются системы релятивистских заряженных частиц — электронные пучки и кольца [1, 2]. Для стационарных состояний заряженной плазмы* характерно наличие равновесного электромагнитного поля, обычно отсутствующего в нейтральной плазме. При движении заряженных частиц в этом поле, а также во внешнем электромагнитном поле, которое может использоваться для удержания плазмы, возникает электромагнитное излучение. В отличие от тормозного излучения, это излучение существует и в бесстолкновительной плазме. Излучение является важной характеристикой состояния плазмы и может быть использовано, в частности, для диагностики плазмы, в связи с чем рассмотрение указанного излучения представляет интерес.

Выражение для интенсивности излучения, обусловленного действием внешних и коллективных полей, в случае бесстолкновительной холодной плазмы можно получить следующим образом. Макроскопиче-

---

* Для системы заряженных частиц, в которой отсутствует полная нейтральность заряда, используется термин заряженная плазма [3].