электростатическое и спин-орбитальное взаимодействие, но лишь между вырожденными в кулоновском приближении конфигурациями. Во всех вариантах расчетов ширины АС вычислялись с кулоновской функцией непрерывного спектра в поле заряда (Z—1).

Из таблицы видно, что учет смешивания конфигураций по главному квантовому числу приводит к незначительным изменениям энергий возбуждения и ширин рассмотренных АУ, тогда как включение спинорбитального взаимодействия существенно влияет на их характеристики. Отношение парциальных ширин, соответствующих автоионизационным переходам с изменением мультиплетности, к полной ширине АУ показывает, что более сильно изменяются при этом ширины триплетных АС. Сравнение полученных результатов с расчетами, выполненными на основе теории возмущений и включающими полностью оператор Брейта [5], показывает, что в расчетах ширин АУ ионов железа в приближении промежуточной связи можно ограничиться включением лишь одночастичного оператора спин-орбитального взаимодействия.

Авторы выражают благодарность Ю. К. Земцову за помощь, оказанную при использовании алгоритма расчета автоионизационных ширин.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Балашов В. В., Гришанова С. И., Круглова И. М., Сенашенко В. С. Резонансная фотопонизация гелия и гелиеподобных ионов. — Опт. и спектр., 1970, 28, с. 859—868. [2] Балашов В. В., Липовецкий С. С., Павличенков А. В., Полюдов А. Н., Сенашенко В. С. Автононизационные состояния в гелиеподобных ионах. — Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1971, 12, № 1, с. 65—74. [3] Юпис А. П., Савукинас А. Ю. Математические основы теории атома. Вильнюс, 1973, с. 59. [4] Земцов Ю. К. Расчет вероятностей автононизации для гелия и гелиеподобных ионов. — Опт. и спектр., 1974, 37, с. 626—632. [5] Вайнштейн Л. А., Сафронова У. И. Длины волн и вероятности переходов для нонов. — Препринт № 6 ИС АН СССР, М., 1975, с. 51.

Поступила в редакцию 09.06.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 2

#### УДК 530.12:531.51

# ДИАГРАММА ТИПА ПЕНРОУЗА ДЛЯ АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

## В. В. Кислов

(кафедра теоретической физики)

В развитии теории гравитации важную роль сыграла (и продолжает играть) установленная А. З. Петровым [1] алгебраическая классификация пространств Эйнштейна. Эта классификация оказалась чрезвычайно плодотворной для нахождения новых точных решений уравнений Эйнштейна, а также для разработки критериев гравитационного излучения [2].

Аналогичная алгебраическая классификация может быть развита и для электромагнитного поля, что неоднократно отмечалось рядом авторов [3, 4, 5]. Однако в литературе в явном виде отсутствует такая классификация электромагнитного поля на основе исследования характеристических  $\lambda$ -матриц, хотя именно такая классификация Петрова для гравитационного поля в настоящее время является общепризнанной. Например, в работе Билялова [5] побочно рассматривается классификация электромагнитного поля, но она оказывается беднее классификации, проведенной с использованием  $\lambda$ -матриц. В частности, совсем выпадает тип Д электромагнитного поля (см. далее).

Цель данной работы состоит в том, чтобы распространить классификацию Петрова на случай электромагнитного поля. Строится диаграмма, аналогичная диаграмме Пенроуза [6] для гравитационного поля. Этот подход применим также и для алгебраической классификации гравиинерциальных волн. Аналогия с электромагнитными волнами свидетельствует в пользу критерия Лихнеровича, согласно которому гравитационные волны описываются метриками подтипа N по Петрову.

Исследуем алгебраическую структуру тензора электромагнитного поля  $F_{\mu\nu}$  на основе изучения  $\lambda$ -матрицы:  $|F_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu}|$ . Тип поля будет определяться характеристикой  $\lambda$ -матрицы, приведенной к каноническому виду, причем он будет сохраняться в той области, где эта характеристика не меняется. Характеристическое уравнение  $||F_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu}|| = 0$ запишется в виде:  $\lambda^4 + I_1 \lambda^2 - I_2^2 = 0$ , где

$$I_1 = H^2 - E^2 \equiv F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}; \ I_2 = (\mathbf{E}, \mathbf{H}) \equiv \varepsilon^{\alpha\beta}_{\mu\nu}F^{\mu\nu} F_{\alpha\beta}.$$

Пусть точке Р отвечает λ-матрица с системой элементарных делителей:

$$\begin{cases} (\lambda - \lambda_1)^{m_1}, (\lambda - \lambda_2)^{m_1}, (\lambda - \lambda_3)^{m_1} \dots \\ (\lambda - \lambda_1)^{m_2}, (\lambda - \lambda_2)^{m_2} \dots \end{cases}$$

Тогда этой  $\lambda$ -матрице отвечает характеристика [ $(m_1, m_2, ...)$ ,  $(m_1', m_2', ...)$ , определяющая тип пространства в этой области A, где она не меняется. Инварианты  $\lambda_i$ , базисы элементарных делителей, будут в то же время корнями характеристического уравнения:  $||F_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu}|| = 0$ . Однако в области A возможно совпадение на некоторых многообразиях базисов  $\lambda_i(x)$  элементарных делителей. Эти многообразия будут описываться уравнениями вида:  $\lambda_i(x) - \lambda_j(x) = 0$ . Элементарные делители будут иметь вид:  $(\lambda - \lambda_1)^p$ ,  $(\lambda - \lambda_2)^q$ ..., характеристика будет вида [p, q ...], а на указанной гиперповерхности [(p, q)...] (т. е. в области A вообще  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ , но в некоторой подобласти они равны, и поэтому p и q отвечают одному и тому же базисному делителю). Путем непосредственного приведения  $\lambda$ -матрицы к каноническому виду получим в случае  $I_1 \neq 0$ ,  $I_2 \neq 0$ :

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda^4 + I_1 \lambda^2 - I_2^2 \end{pmatrix}.$$
 (1.1)

Такой вид  $\lambda$ -матрицы сохранится и для случая  $I_1 = 0$ ,  $I_2 \neq 0$ . В случае  $I_1 \neq 0$ ,  $I_2 = 0$  находим следующий канонический вид  $\lambda$ -матрицы, указанный в формуле (1.2). Этот же вид сохраняется для случая  $I_1 = 0$ ,  $I_2 = 0$ ; он дается формулой (1.3).

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda (\lambda^2 + I_1) \end{pmatrix}$$
(1.2); 
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda^3 \end{pmatrix}$$
(1.3)

Важно отметить, что для электромагнитного поля не может быть типа, определяемого характеристикой [1(2,2)], т. е. матрицей вида:

/1	0	0	0 \	'
. (	) 1	0	0	
(	0 0	λ²	0	,
	0 (	0	λ²/	

так как из непосредственного приведения  $\lambda$ -матрицы к каноническому виду в случае  $I_1 = 0$ ,  $I_2 = 0$  для такого вида матрицы с необходимостью следует **H**||**E**, но в силу  $I_2 = 0 \Rightarrow$  **H** $\perp$ **E** и учитывая  $I_1 = 0 \Rightarrow$  H = E = 0, находим, что такая ситуация может возникнуть только для тривиального случая.

Общеизвестна диаграмма Пенроуза классификации гравитационного поля с помощью λ-матриц по тензору кривизны или по тензору Вейля (рис. 1) \*. Аналогичная диаграмма построена для электромагнитного поля (рис. 2).

Диаграмма рис. 2 позволяет по-новому взглянуть на некоторые типы гравитационного поля. Для типа N[(1,3)] электромагнитного по-



ля  $I_1 = I_2 = 0$ , т. е. E = H,  $E \perp H$ ; значит, тип N содержит в себе электромагнитные волны. (Вообще говоря, тип N не исчерпывается электромагнитными волнами.) По типу характеристики ему соответствует тип N гравитационного поля. Поэтому естественно предположить, что гравитационные волны должны описываться метриками, относящимися к типу N гравитационного поля. Далее, тип Д электромагнитного поля соответствует случаю  $I_2 = 0$ ; в частности, сюда входит кулоновское решение для H = 0. Метрика Шварцшильда также входит в множество пространств типа Д[(1,1)1] и соответствует кулоновскому полю. Заметим, что она не исчерпывает всего типа Д.

Интересно, что из всего множества возможных канонических типов  $\lambda$ -матриц для электромагнитного поля «выживают» только три. Встает вопрос: почему не реализуются другие типы? Это связано, повидимому, со свойствами тензора электромагнитного поля  $F_{\mu\nu}$ . В частности, вместо двух типов N[(1,3)] и III [1,3] остается только первый, а тип III реализоваться не может из-за антисимметрии тензора электромагнитного поля, и в частности равенства нулю коэффициента при  $\lambda^3$  в характеристическом уравнении: получим при  $I_1 = I_2 = 0$ :  $\lambda^4 = 0$ , т. е. все четыре корня совпадают. Аналогичная ситуация наблюдается и для некоторых других типов электромагнитного поля, ожидаемых формально.

<sup>\*</sup> Мы записываем здесь только половину характеристики, опуская комплексносопряженную часть.

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю, докт. физ.-мат. наук Ю. С. Владимирову за постановку задачи, обсуждение результатов и постоянное внимание к работе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Петров А. З. Новые методы в общей теории относительности. М., 1966, с. 101—133. [2] Захаров В. Д. Гравитационные волны в теории тяготения Эйнштейна. М., 1972, 199 с. [3] Фролов В. П. Метод Ньюмана—Пенроуза в ОТО. — Препринт ФИАН, 1977, № 96. [4] Zund J. D., Brown Erza. The theory of bivectors. — Tensor, 1971, 22, N 2, p. 179—185. Debney G. G., Zund J. D. The theory of bivectors. — Tensor, 1971, 22, N 2, p. 333—339. [5] Билялов Р. Ф. Тензор кривизны пространства-времени как когреднентная функция метрического и кососимметрического тензоров. — В кн.: Гравитация и теория относительности. Казань, 1967, вып. 3, с. 148—154. [6] Репгозе R. A spinor арргоасh to general relativity. — Апп. Phys. (USA), 1960, 10, N 2, p. 171—201.

Поступила в редакцию 01.09.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА, АСТРОНОМИЯ, 1981, т. 22, № 2

УДК 548.735

О КИНЕТИКЕ РАСПАДА СПЛАВА Си—5,5 АТ. % Мg ПРИ ЕСТЕСТВЕННОМ СТАРЕНИИ (по диффузному рассеянию рентгеновских лучей от поликристаллов)

#### Я. И. Граевская, А. П. Звягина, В. И. Иверонова

(кафедра общей физики для физического факультета)

В работе [1] сообщалось, что процесс распада твердого раствора удается наблюдать, анализируя картину диффузного рассеяния рентгеновских лучей от поликристаллов. В частности, при изучении в [1] сплава Си—4,5 ат. % Мg, закаленного с температуры 600°С и длительное время выдержанного при комнатной температуре, было обна-



ружено появление диффузного максимума вблизи угла, соответствующего первой линии (111) фазы Лавеса Cu<sub>2</sub>Mg [2, 3]. Это свидетельствовало о наличии в сплаве зародышей фазы Cu<sub>2</sub>Mg, выпадающих при температурах (<500° C), соответствующих пределу растворимости Mg в Cu меньше 4,5 ат.%.

Для изучения начальных стадий естественного старения была проведена новая серия опытов со сплавом близкого со-

Кривые интенсивности диффузного рассеяния сплава Си—5,5 ат. % Мд; кривая I снята на второй день после отжига, 2—через 3, 3—через 6, 4—через 20 дней;  $x=2a\sin \theta/\lambda$ , a—параметр решетки матрицы,  $I/I_{\Lambda}$ —интенсивность диффузного рассеяния, отнесенная к лауэвскому фону

92