Согласно рис. 3 при удалении освещенных областей от центра диска к его краям происходит лишь трансформация спектра, связанная с его уширением, что, естественно, объясняется увеличением линейной скорости движения исследуемых точек поверхности диска при их смещении от оси вращения к периферии.

С целью ослабления низкочастотного шума целесообразно располагать освещенные области симметрично относительно оси вращения диска.

При указанной геометрии освещения образца оценку минимального регистрируемого углового биения диска можно представить выражением $\alpha_m = D_0/8\sqrt{2}\pi f$. Здесь α_m — величина минимального углового биения диска в радианах, D_0 — ширина пучка света, падающего на дифракционную решетку, f — фокусное расстояние линзы, служащей для освещения объекта. Для описываемой установки величина α_m составляла приблизительно $2 \cdot 10^{-4}$ рад.

Полученная оценка справедлива в предположении гауссовой формы спектра низкочастотного шума, которая имеет место в случае, когда распределение освещенности внутри каждой области на рассеивающей поверхности является гауссовым [6].

Описанная методика позволяет обнаруживать малые поперечные колебания движущихся шероховатых объектов, в частности угловые биения вращающихся деталей. Результаты экспериментов хорошо согласуются с теоретическими представлениями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Palmer C. H., Claus R. O., Fick S. E. Ultrasonic wave measurement by differential interferometry.— Appl. Opt., 1977, **16**, N 7, p. 1849—1856. [2] Шеняв-ский Л. А., Шмальгаузен В. И. Поляризационный интерферометр для измерения малых динамических деформаций.— Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1978, **19**, № 1, с. 125—127. [3] Анчуткин В. С., Шмальгаузен В. И. Обнаружение и изучение малых вибраций шероховатых поверхностей по рассеянному ими свету.— Опт. и спектр., 1979, **46**, № 3, с. 586—592. [4] Анчуткин В. С. Измеритель вибраций диффузно отражающих объектов на дифракционной решетке.— Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1979, **20**, № 5, с. 94—96. [5] Анисимов В. В., Козел С. М., Локшин Г. Р. О пространственно-временных статистических свойствах когерентного излучения, рассеянного движущимся диффузным отражателем.— Опт. и спектр., 1969, **27**, № 3, с. 483—491. [6] Анисимов В. В., Козел С. М., Локшин Г. Р. Спектральные свойства случайного поля интенсивности, полученного при рассеянии когерентного излучения на движущейся диффузной поверхности.— Радиотехника и электроника, 1970, **15**, № 3, с. 539—545.

Поступила в редакцию
28.05.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 3

УДК 537.312.62

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВИХРЕВЫХ НИТЕЙ С ИСКРИВЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ СВЕРХПРОВОДНИКА ВТОРОГО РОДА

Ф. Ф. Терновский, Л. Н. Шехата (Египет)

(кафедра квантовой теории)

1. Как показали Бин и Лингвистон [1] и Де Жен [2], проникновение вихревых нитей в сверхпроводник второго рода цилиндрической формы с идеально гладкой поверхностью должно начинаться не при значении внешнего магнитного поля (параллельного поверхности)

$H_0 = H_{c1}$, когда это становится энергетически выгодным, а при значительно более высоком значении этого поля $H_0 = H_S \simeq H_c/\sqrt{2}$, когда исчезает поверхностный потенциальный барьер, мешающий вихревым нитям проникать в образец. Точное значение поля H_S для сверхпроводников с большими значениями параметра теории Гинзбурга — Ландау ($\varkappa \gg 1$) было определено Галайко [3], который показал, что $H_S = 0{,}8\, H_c$ при $T = 0$ и $H_S = 0{,}745\, H_c$ при $T_c - T \ll T_c$.

Экспериментальное исследование этого эффекта * в целом подтверждает выводы теории, но приводит к значительно меньшим (иногда в несколько раз) значениям поля проникновения. Причиной этого (наряду с другими факторами) служит использование образцов с недостаточно ровной поверхностью. Поэтому представляет интерес выяснить, как искривление поверхности влияет на величину поверхностного потенциального барьера. При этом необходимо различать два случая. Если поверхность содержит крупномасштабные (с характерным размером $a \gg \delta$) искажения, задача состоит в определении (заданного на бесконечности) значения внешнего поля, при котором магнитное поле в определенной точке на поверхности сверхпроводника достигнет значения H_S. Эта задача может быть решена стандартными методами и здесь рассматриваться не будет. Отметим только, что в этом случае в принципе возможно сколь угодно сильное уменьшение поля проникновения по сравнению с H_S.

В другом предельном случае ($a \ll \delta$) значение магнитного поля на поверхности сверхпроводника во всех точках является практически одинаковым. Однако определенные типы искажений поверхности тем не менее могут приводить к значительным вариациям в распределении поверхностного тока и тем самым к изменению величины поверхностного барьера.

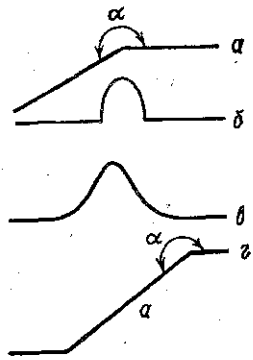

Рис. 1. Профиль цилиндрической поверхности сверхпроводника. Кривая *б* — полуэллипс $x^2b^{-2} + y^2a^{-2} = 1$. Кривая *в* задается уравнением $a^2 + (z+ib)^2 = (t+ib)^2$, $-\infty < t < \infty$. $\alpha = \pi/\nu$

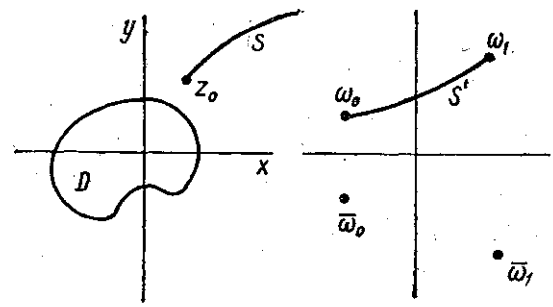

Рис. 2. При преобразовании $\omega = \omega(z)$ внешность области D отображается на верхнюю полуплоскость

Такая ситуация возникает, например, в том случае, когда поверхность сверхпроводника, оставаясь цилиндрической, имеет сильноизогнутый профиль (рис. 1), а внешнее поле параллельно образующим

* Упомянем одну из последних экспериментальных работ [4].

этой цилиндрической поверхности. Изучение взаимодействия вихревых нитей (прямолинейных и параллельных внешнему полю) с такой поверхностью, а также (в целях общности рассмотрения) и с цилиндрической полостью в сверхпроводнике и составляет предмет настоящей статьи.

Мы будем предполагать, что рассматриваемый сверхпроводник характеризуется параметром $\varkappa \gg 1$, и решать задачу в лондоновском приближении.

2. Для дальнейшего удобно в качестве единицы магнитного поля использовать величину $\varphi_0/2\pi\delta^2$, где $\varphi_0 = \pi\hbar c/e$ — квант магнитного потока, δ — глубина проникновения слабого магнитного поля. Поэтому полагаем

$$\mathbf{H} = \varphi_0 \mathbf{h}/2\pi\delta^2, \quad \mathbf{h} = \operatorname{rot} \mathbf{a}, \quad \mathbf{j} = \operatorname{rot} \mathbf{h}. \tag{1}$$

В этих обозначениях уравнения Лондонов (см., например [5]) имеет вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{h} = \nabla\Phi - \delta^{-2}\mathbf{a}, \tag{2}$$

где Φ — фаза потенциала спаривания.

Как показал Абрикосов [6], величина Φ изменяется на 2π при обходе вокруг центра вихревой нити. Поэтому на малых ($\rho \ll \delta$) расстояниях от центра $|\nabla\Phi| \sim \rho^{-1} \gg |\mathbf{a}|\delta^{-2}$ и, следовательно, в (2) можно пренебречь векторным потенциалом. Предполагая, что поле $\mathbf{h}$ направлено вдоль оси Z используемой системы координат, получаем

$$j_x = \frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial y}, \quad j_y = \frac{\partial\Phi}{\partial y} = -\frac{\partial h}{\partial x}, \tag{3}$$

так что можно ввести аналитическую функцию комплексной переменной $z = x + iy$,

$$w(z) = \Phi + ih, \quad j_x - ij_y = \frac{\partial w}{\partial z}. \tag{4}$$

В частности, для прямолинейной вихревой нити в безграничном сверхпроводнике, используя известные результаты [2, 5, 6], получаем

$$w(z) = w_0(z - z_0) = -i \ln \frac{\gamma(z - z_0)}{2\delta}, \tag{5}$$

где $\ln\gamma = 0{,}577\ldots$ — постоянная Эйлера, $z_0 = x_0 + iy_0$, x_0, y_0 — координаты центра вихревой нити. Выражение (5) справедливо, если $\xi = \delta/\varkappa \ll |z_0 - z| \ll \delta$.

3. Пусть в безграничном сверхпроводнике имеется цилиндрическая полость с образующими, параллельными оси Z. Обозначим через D область, которую вырезает эта полость в плоскости x, y, и через Γ — границу (профиль) полости. Будем сначала считать, что характерный размер полости мал по сравнению с δ и что вихревая нить находится на малом (по сравнению с δ) расстоянии от границы. В этих условиях применимо приближение (3).

Сформулируем требования, которым должна удовлетворять функция w.

1°. $w(z)$ — многозначная аналитическая функция вне области D. Чтобы выделить ее однозначную ветвь, проведем разрез S, соединяющий центр вихревой нити z_0 с бесконечно удаленной точкой (рис. 2). Разность значений w на двух сторонах этого разреза равна 2π (ср. (5)).

2°. Функция $\tilde{w}(z) = w - w_0$ должна быть регулярной вне D. Поскольку величина $\operatorname{Im} \tilde{w} = \tilde{h}$ есть та часть магнитного поля в сверхпро-

воднике, которая связана с наличием полости (предполагается, что захваченный поток отсутствует), следует потребовать

$$\lim_{|z|\to\infty} \tilde{w} = 0. \tag{6}$$

3°. На границе полости Г должно выполняться условие $j_n = \partial\Phi/\partial n = 0$, которое можно переписать в виде

$$\operatorname{Im} w|_{\Gamma} = h_i = \text{const}. \tag{7}$$

Величина h_i есть, очевидно, значение безразмерного магнитного поля внутри полости.

Чтобы определить w, рассмотрим конформное преобразование $\omega = \omega(z)$ внешности области D на верхнюю полуплоскость. При этом преобразовании бесконечно удаленная точка плоскости z перейдет в конечную: $\omega(\infty) = \omega_1$, а точка z_0 в $\omega_0 = \omega(z_0)$. Следовательно, образом разреза S будет конечная кривая S', целиком лежащая в верхней полуплоскости (см. рис. 2). Потребуем еще, чтобы

$$\left.\frac{\partial\omega}{\partial z}\right|_{z=z_0} \equiv \omega'(z_0) \neq 0, \quad \left.\frac{\partial\omega}{\partial(1/z)}\right|_{z=\infty} \equiv \dot{\omega}_1 \neq 0. \tag{8}$$

Функция

$$w(z) = i \ln \frac{(\omega - \bar{\omega}_0)(\omega - \omega_1)}{(\omega - \omega_0)(\omega - \bar{\omega}_1)} + i \ln \frac{2\delta(\omega_1 - \omega_0)(\omega_1 - \bar{\omega}_1)}{\gamma\dot{\omega}_1(\omega_1 - \bar{\omega}_0)}, \tag{9}$$

как легко убедиться, удовлетворяет всем перечисленным выше условиям, причем

$$h_i = \ln \left| \frac{2\delta(\omega_1 - \omega_0)(\omega_1 - \bar{\omega}_1)}{\gamma\dot{\omega}_1(\omega_1 - \bar{\omega}_0)} \right|. \tag{10}$$

Как известно [6, 7, 8], изменение свободной энергии сверхпроводника при наличии в нем вихревой нити (в расчете на единицу длины последней) есть

$$F = \varphi_0 H(0)/8\pi,$$

где $H(0)$ — значение магнитного поля в центре вихревой нити. В безграничном сверхпроводнике $H(0) = 2H_{c1}$. В рассматриваемом случае

$$H(0) = 2H_{c1} + \frac{\varphi_0}{2\pi\delta^2} \operatorname{Im} \tilde{w}(z_0), \quad 2H_{c1} \simeq \frac{\varphi_0}{2\pi\delta^2} \ln \frac{2\delta}{\gamma\xi}.$$

Таким образом,

$$F = \frac{\varphi_0}{4\pi} H_{c1} + \delta F, \quad \delta F = \left(\frac{\varphi_0}{4\pi\delta}\right)^2 \ln \left| \frac{(\omega_0 - \bar{\omega}_0)(\omega_0 - \omega_1)^2(\omega_1 - \bar{\omega}_1)}{\omega'(z_0)(\omega_0 - \bar{\omega}_1)^2 \dot{\omega}_1} \right|. \tag{11}$$

Сила взаимодействия с границей

$$f = -\nabla F, \tag{12}$$

где дифференцирование ведется по координатам x_0, y_0 центра вихря.

Если профилем полости является окружность $|z| = R \ll \delta$, а $R < |z_0| = r \ll \delta$, полагая $\omega = i(z - R)/(z + R)$, согласно (10) и (11) получаем

$$\delta F = \left(\frac{\varphi_0}{4\pi\delta}\right)^2 \ln\left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right), \quad H_i = \frac{\varphi_0}{2\pi\delta^2} \ln \frac{2\delta}{\gamma r}.$$

Эти формулы были ранее получены Мкртчяном и Шмидтом [7] с помощью строгого решения уравнения Лондонов.

Допустим теперь, что границей полости является произвольная гладкая кривая, и обозначим через ρ расстояние между центром вихря и ближайшей точкой z'_0 границы. Если $\rho \ll R_0$, где R_0 — радиус кривизны границы в точке z'_0, то

$$|\omega_0 - \bar{\omega}_0| = 2\rho\,|\omega'(z_0)|\,(1+\rho/2R_0+\ldots), \tag{13}$$

и мы получаем

$$\delta F = \left(\frac{\varphi_0}{4\pi\delta}\right)^2 \ln\frac{2\rho\,|\omega_1-\bar{\omega}_1|}{|\dot{\omega}_1|}, \quad f = -\left(\frac{\varphi_0}{4\pi\delta}\right)^2 \cdot \frac{1}{\rho}. \tag{14}$$

Последнее выражение, справедливое, если $\xi \ll \rho \ll R_0 \ll \delta$, показывает, что в этом случае сила взаимодействия с полостью малого размера совпадает с силой, действующей на вихревую нить около плоской границы сверхпроводника (ср. [2]).

4. Если характерный размер полости гораздо больше δ (и нет захваченного потока), можно положить $h_i=0$, а преобразование $\omega=\omega(z)$ выбрать таким образом*, что $|\omega_1| \gg |\omega_0|$. В этом случае (ср. (9)) получаем $w(z) = i\ln[(\omega-\bar{\omega}_0)/(\omega-\omega_0)]$ и, следовательно,

$$F = \left(\frac{\varphi_0}{4\pi\delta}\right)^2 \ln\left|\frac{\omega_0-\bar{\omega}_0}{\xi\omega'(z_0)}\right|. \tag{15}$$

Если граница полости является гладкой, используя (13), мы и в этом случае получаем для силы обычный результат (14).

Допустим теперь, что граница полости содержит излом (см. рис. 1, *а*). Вблизи вершины «угла» будем иметь $\omega = z^\nu$, $1/2 < \nu < 1$. Полагая $z_0 = \rho\exp(i\varphi)$, из (15) находим

$$F = \left(\frac{\varphi_0}{4\pi\delta}\right)^2 \ln\frac{2\rho\sin\nu\varphi}{\nu\xi}. \tag{16}$$

Используя (12), нетрудно убедиться, что в этом случае сила взаимодействия имеет составляющую, параллельную границе.

5. Если вихревая нить расположена вблизи внешней границы сверхпроводника, к энергии взаимодействия (15) необходимо добавить слагаемое, учитывающее взаимодействие вихревой нити с экранирующим (лондоновским) током, т. е. заменить F потенциалом Гиббса [2, 6, 8]

$$G = F + \frac{\varphi_0}{4\pi}(H_L - H_0) = F + 2\left(\frac{\varphi_0}{4\pi\delta}\right)^2 (h_L - h_0),$$

где безразмерное лондоновское поле h_L удовлетворяет условиям

$$\Delta h_L - \delta^{-2} h_L = 0, \quad h_L|_\Gamma = h_0, \quad h_L|_{|z|\to\infty} = 0. \tag{17}$$

Когда радиус кривизны профиля границы $R \gg \delta$, а расстояние вихревой нити до поверхности мало ($\rho \ll \delta$), из (17) получаем

$$h_L - h_0 \simeq -h_0\rho/\delta \tag{18}$$

---

* При этом можно отказаться от второго из условий (8).

и, учитывая (13) и (15), находим

$$G = \left(\frac{\varphi_0}{4\pi\delta}\right)^2 \left[\ln \frac{2\rho}{\xi} - \frac{2h_0\rho}{\delta}\right], \tag{19}$$

т. е. потенциал Гиббса имеет такое же значение, как в случае плоской границы (ср. [2]).

Значение внешнего поля, при котором поверхностный барьер исчезает, определяется условием *

$$\left.\frac{\partial G}{\partial \rho}\right|_{\rho=\xi} \leqslant 0, \tag{20}$$

из которого, используя (19), получаем $h_0 \geqslant \delta/2\xi$ или в обычных единицах $H_0 \geqslant H_S = H_c/\sqrt{2}$.

Допустим теперь, что профиль границы сильно искривлен на расстояниях $\sim\delta$, однако характерный размер искажений (см. рис. 1, *б—г*) мал: $a \ll \delta$. В этих условиях для нахождения распределения плотности тока снова можно использовать приближение (3). Поэтому полагаем

$$w_L = \Phi_L + ih_L, \quad j_{Lx} - ij_{Ly} = \frac{\partial w_L}{\partial z},$$

где функция w_L удовлетворяет условиям

$$\operatorname{Im} w_L(z)|_\Gamma = h_0, \quad \left.\frac{\partial w_L}{\partial z}\right|_{|z|\to\infty} = -\frac{h_0}{\delta},$$

вытекающим из (17) и (18).

Таким образом, мы имеем здесь аналог известной гидродинамической задачи об обтекании плотин однородным на бесконечности потоком идеальной жидкости.

Подчинив выбор функции $\omega(z)$ дополнительному условию

$$\left.\frac{\partial \omega}{\partial z}\right|_{|z|\to\infty} = 1,$$

получим

$$w_L = ih_0 - \frac{h_0}{\delta}\,\omega(z). \tag{21}$$

Используя (15) и (21), потенциал Гиббса можно представить в виде

$$G = \left(\frac{\varphi_0}{4\pi\delta}\right)^2 \left[\ln\left|\frac{\omega_0 - \bar{\omega}_0}{\xi\omega'(z_0)}\right| - \frac{2h_0}{\delta}\operatorname{Im}\omega_0\right]. \tag{22}$$

Для случая гладкой границы, используя (13) и (22), из (20) получаем

$$H_0 \geqslant H_S(z) = H_S|\omega'(z)|^{-1}. \tag{23}$$

Величина $H_S(z)$ есть значение внешнего поля, при котором потенциальный барьер исчезает в точке z на профиле поверхности.

Обозначим через $\tilde{H}_S$ наименьшее из значений $H_S(z)$. Для случаев рис. 1, *б* и рис. 1, *в* из (23) находим

$$\tilde{H}_S = \frac{b}{a+b} H_S, \quad \tilde{H}_S = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} H_S \tag{24}$$

---

* Мы не можем положить $\rho=0$, так как лондоновское приближение теряет силу при $\rho<\xi$.

соответственно, причем наименьшее значение потенциальный барьер имеет вблизи «дна» таких царапин. Заметим, что применимость этих результатов ограничена условиями $R_0 \gg \xi$ (R_0 — наименьшее значение радиуса кривизны профиля) и $a \ll \delta$, так что в обоих случаях

$$\tilde{H}_S \geqslant H_S/\sqrt{\varkappa}. \tag{25}$$

В случае рис. 1, *г* преобразование, обратное $\omega = \omega(z)$, дается интегралом

$$z = \int_0^{\omega} [t/(t_0 + t)]^{\frac{1}{\nu}-1} dt, \quad t_0 = a\nu \sin(\pi/\nu)/\pi(\nu - 1),$$

где $1/2 \leqslant \nu \leqslant 1$ и предполагается, что $\xi < a \ll \delta$. Выражение (23) в этом случае неприменимо, однако, используя (16), (20) и (22), находим

$$\tilde{H}_S = H_S (a\nu/\xi)^{1-\nu}, \tag{26}$$

причем это значение достигается вдоль луча $\arg z = \pi/2\nu$. Нетрудно убедиться, что и в этом случае выполняется неравенство (25).

Если профиль поверхности содержит излом (см. рис. 1, *а*), для определения поля h_L уравнение (17) должно решаться точно. В этом случае получаем

$$h_L(z) = \frac{2h_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{ch}(\pi\tau/2)}{\operatorname{sh}(\pi\tau/2\nu)} \left[\operatorname{sh}\varphi\tau + \operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{\nu} - \varphi\right)\tau\right] K_{i\tau}\left(\frac{\rho}{\delta}\right) d\tau,$$

где $z = \rho \exp(i\varphi)$, $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/\nu$, $K_{i\tau}(x)$ — функция Макдональда с чисто мнимым индексом.

Используя этот результат и выражение (16), находим

$$\tilde{H}_S = \frac{\Gamma(\nu)\sin(\pi\nu/2)}{\nu(2\varkappa)^{1-\nu}} H_S \geqslant H_S \varkappa^{-1/2}.$$

Сравнивая это выражение с (26), мы видим, что при увеличении «высоты» ступеньки величина $\tilde{H}_S$ перестает уменьшаться начиная со значений $a \sim \delta/2\pi$.

6. Проведенное нами рассмотрение позволяет сделать следующие выводы.

1°. Метастабильные состояния, соответствующие $H_0 \simeq H_S$, могут достигаться только в том случае, когда поверхность содержит лишь неровности, масштаб которых не превышает длины когерентности.

2°. При наличии искажений с характерным размером, заключенным в интервале (ξ, δ), потенциальный барьер в определенных «слабых точках» исчезает при значении внешнего поля, меньшем H_S, но превышающем $H_S \varkappa^{-1/2}$. Заметим, что это значение все еще приблизительно в $\sqrt{\varkappa}$ раз превышает H_{c1}.

3°. Полное исключение поверхностного барьера возможно лишь при наличии крупномасштабных искажений поверхности (выступы и ступеньки, перпендикулярные направлению поля и имеющие размер $a \gg \delta$).

Когда поверхность образца подвергается механической полировке, на ней остаются царапины, приблизительно полукруглого профиля с радиусом порядка размера частиц абразивного материала. Согласно (24) в этом случае $\tilde{H}_S \simeq 0{,}5\, H_S$. Это обстоятельство (если наши предположения о структуре поверхности соответствуют действительности) может служить объяснением результатов недавно выполненных экспериментов [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Bean C. P., Livingston J. D. Surfase barrier in type-II superconductors.— Phys. Rev. Lett., 1964, **12**, p. 14—16. [2] Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М. 1968, 280 с. [3] Галайко В. П. Границы устойчивости сверхпроводящего состояния в магнитном поле для сверхпроводников второго рода.— ЖЭТФ, 1966, **50**, с. 717—723. [4] Bussiere J. F. Evidence for the surface barrier in a high-$\varkappa$ superconductor.— Phys. Lett., 1976, **58A**, p. 343—346. [5] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика (2 часть). М., 1978, 231 с. [6] Абрикосов А. А. О магнитных свойствах сверхпроводников второй группы.— ЖЭТФ, 1957, **32**, с. 1442—1452. О нижнем критическом поле тонких слоев сверхпроводников второй группы. — ЖЭТФ, 1964, **46**, с. 1464—1469. [7] Мкртчян Г. С., Шмидт В. В. Взаимодействие между полостью и вихрем в сверхпроводнике второго рода. — ЖЭТФ, 1971, **61**, с. 367—372. [8] Шмидт В. В. Критический ток идеального сверхпроводника второго рода в смешанном состоянии.— ЖЭТФ, 1971, **61**, с. 398—413.

Поступила в редакцию
29.05.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 3

УДК 537.312.62

ПОТЕНЦИАЛ ГИББСА ДЛЯ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ (ВТОРОГО РОДА) КВАЗИЗАМКНУТЫХ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ТРАНСПОРТНОГО ТОКА

Ф. Ф. Терновский

(кафедра квантовой теории)

1. Для рассмотрения широкого круга явлений в сверхпроводниках второго рода полезно располагать термодинамическим потенциалом (в теории сверхпроводимости его принято называть потенциалом Гиббса), который при равновесии имеет минимум по отношению к изменениям состояния, происходящим при постоянной температуре и фиксированных токах в источниках внешнего магнитного поля и в сверхпроводнике. Для случая, когда транспортный ток через рассматриваемый сверхпроводник отсутствует, этот термодинамический потенциал, как известно [1, 2], определяется выражением

$$G = F - \frac{1}{c}\int \mathbf{j}_e \mathbf{A} dV, \tag{1}$$

где F — свободная энергия рассматриваемой системы, $\mathbf{A}$ — векторный потенциал (магнитное поле $\mathbf{H} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$), $\mathbf{j}_e$ — плотность тока в источниках внешнего поля, а интегрирование ведется по всему пространству. Это выражение можно также представить в виде

$$G = F - \frac{1}{4\pi}\int \mathbf{H}\mathbf{H}_0 dV, \tag{2}$$

где $\mathbf{H}_0$ — магнитное поле, которое существовало бы в системе в отсутствие рассматриваемого сверхпроводника.

Допустим теперь, что сверхпроводник составляет часть замкнутой электрической цепи и по нему протекает транспортный ток. Если ограничиться рассмотрением изменений состояния, при которых в окрестности точек подключения к внешней цепи переменное магнитное поле отсутствует или пренебрежимо мало, сверхпроводник и окружающее его магнитное поле будут составлять четко выделенную термодинамическую подсистему, для которой также можно ввести термодинамический