

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Bean C. P., Livingston J. D. Surface barrier in type-II superconductors.—Phys. Rev. Lett., 1964, 12, p. 14—16. [2] Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М. 1968, 280 с. [3] Галайко В. П. Границы устойчивости сверхпроводящего состояния в магнитном поле для сверхпроводников второго рода.—ЖЭТФ, 1966, 50, с. 717—723. [4] Bussiere J. F. Evidence for the surface barrier in a high- κ superconductor.—Phys. Lett., 1976, 58A, p. 343—346. [5] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика (2 часть). М., 1978, 231 с. [6] Абрикосов А. А. О магнитных свойствах сверхпроводников второй группы.—ЖЭТФ, 1957, 32, с. 1442—1452. О нижнем критическом поле тонких слоев сверхпроводников второй группы.—ЖЭТФ, 1964, 46, с. 1464—1469. [7] Мкртчян Г. С., Шмидт В. В. Взаимодействие между полостью и вихрем в сверхпроводнике второго рода.—ЖЭТФ, 1971, 61, с. 367—372. [8] Шмидт В. В. Критический ток идеального сверхпроводника второго рода в смешанном состоянии.—ЖЭТФ, 1971, 61, с. 398—413.

Поступила в редакцию
29.05.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1981, Т. 22, № 3

УДК 537.312.62

ПОТЕНЦИАЛ ГИББСА ДЛЯ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ (ВТОРОГО РОДА) КВАЗИЗАМКНУТЫХ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ТРАНСПОРТНОГО ТОКА

Ф. Ф. Терновский

(кафедра квантовой теории)

1. Для рассмотрения широкого круга явлений в сверхпроводниках второго рода полезно располагать термодинамическим потенциалом (в теории сверхпроводимости его принято называть потенциалом Гиббса), который при равновесии имеет минимум по отношению к изменениям состояния, происходящим при постоянной температуре и фиксированных токах в источниках внешнего магнитного поля и в сверхпроводнике. Для случая, когда транспортный ток через рассматриваемый сверхпроводник отсутствует, этот термодинамический потенциал, как известно [1, 2], определяется выражением

$$G = F - \frac{1}{c} \int \mathbf{j}_e \mathbf{A} dV, \quad (1)$$

где F — свободная энергия рассматриваемой системы, $\mathbf{A}$ — векторный потенциал (магнитное поле $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$), $\mathbf{j}_e$ — плотность тока в источниках внешнего поля, а интегрирование ведется по всему пространству. Это выражение можно также представить в виде

$$G = F - \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{H} \mathbf{H}_0 dV, \quad (2)$$

где $\mathbf{H}_0$ — магнитное поле, которое существовало бы в системе в отсутствие рассматриваемого сверхпроводника.

Допустим теперь, что сверхпроводник составляет часть замкнутой электрической цепи и по нему протекает транспортный ток. Если ограничиться рассмотрением изменений состояния, при которых в окрестности точек подключения к внешней цепи переменное магнитное поле отсутствует или пренебрежимо мало, сверхпроводник и окружающее его магнитное поле будут составлять четко выделенную термодинамическую подсистему, для которой также можно ввести термодинамический

потенциал Гиббса. Будем называть подсистемы, удовлетворяющие сформулированному выше условию, квазизамкнутыми.

2. Изменение энергии такой подсистемы

$$\delta U = \delta R_1 + \delta R_2 + \delta Q, \quad (3)$$

где $\delta R_1 = c^{-1} \int j_e \delta A dV$ — работа, совершаемая источниками внешнего поля, δR_2 — работа источника транспортного тока, δQ — количество тепла, полученное от внешней среды.

Чтобы определить величину δR_2 , рассмотрим сначала источник транспортного тока специального типа. А именно, будем считать, что таким источником служит идеальный сверхпроводящий соленоид с достаточно большой индуктивностью. По определению изменение свободной энергии идеального соленоида

$$\delta F' = \frac{1}{c} J \delta \Phi', \quad (4)$$

где J — ток, протекающий в соленоиде, и $\delta \Phi'$ — изменение потока собственного магнитного поля через его витки (см. ниже). Реальный соленоид, изготовленный из сверхпроводящей проволоки, с диаметром, значительно большим глубины проникновения слабого магнитного поля, при достаточно малых значениях тока по своим свойствам может быть сколь угодно близок к идеальному.

Состояния замкнутой сверхпроводящей цепи, которую образуют идеальный соленоид и рассматриваемый сверхпроводник, могут быть классифицированы по значениям флюксонада

$$\Phi_0 \int_1^2 \nabla \theta dl = N \Phi_0, \quad N = 0, 1, 2, \dots$$

где $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$ — квант потока, $2\pi\theta$ — фаза потенциала спаривания (см., например, [2]), а интегрирование ведется по линии, соединяющей внутри сверхпроводника две стороны разреза, размыкающего рассматриваемую сверхпроводящую цепь.

Как известно [2], величина $\Phi_0 \nabla \theta$ — A пропорциональна плотности сверхпроводящего тока. Последняя, согласно сделанным нами предположениям о свойствах идеального соленоида, равна нулю вдоль любой линии (обозначим ее γ'), выбранной достаточно глубоко внутри провода. Поэтому

$$\Phi_0 \int_1^2 \nabla \theta dl = \Phi_0 [\theta] + \Phi',$$

где $\Phi' = \oint_{\gamma'+\gamma_e} A dl$ — поток собственного магнитного поля через соленоид* и

$$\Phi_0 [\theta] = \Phi_0 \int_{\gamma} \nabla \theta dl, \quad (5)$$

где интегрирование ведется (в направлении протекания транспортного тока) по контуру γ , соединяющему внутри сверхпроводника точки его подключения к источнику тока.

* Условие квазизамкнутости означает, что линию γ' можно замкнуть (с помощью линии γ_e) вне соленоида. Это относится и к линии γ .

Поскольку флюксонид может измениться лишь если вихревая нить пересечет сверхпроводник, при малых изменениях состояния $\delta\Phi' + \Phi_0\delta[\theta] = 0$. С другой стороны, если наш сверхпроводник является квазизамкнутым, $\delta R_2 = -\delta F'$, так что получаем

$$\delta R_2 = \frac{\Phi_0}{c} J \delta[\theta]. \quad (6)$$

Это выражение уже не содержит характеристик источника тока и поэтому остается справедливым при использовании источников тока любого типа.

Количество тепла $\delta Q = T(\delta S - \delta_i S)$, где δS — изменение энтропии подсистемы, а $\delta_i S \geq 0$ — та его часть, которая обусловлена необратимостью (при обратимых изменениях состояния $\delta_i S = 0$). Обозначив через $F = U - TS$ свободную энергию рассматриваемой подсистемы и положив

$$G = F - \frac{1}{c} \int A j_e dV - \frac{\Phi_0}{c} J [\theta], \quad (7)$$

с помощью (6) из (3) получаем

$$(\delta G)_{T, j_e, J} = -T \delta_i S \leq 0. \quad (8)$$

Таким образом, при изотермических изменениях состояния, происходящих при фиксированных токах в источниках внешнего поля ($j_e = \text{const}$) и в сверхпроводнике ($J = \text{const}$), определяемый выражением (7) термодинамический потенциал Гиббса (ср. (1)) не увеличивается.

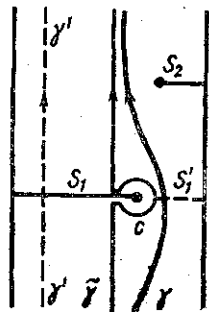
Согласно (8) величина $-\delta G$ есть энергия, которая диссипирует в сверхпроводнике, если рассматриваемый процесс изменения состояния необратим. В локально-равновесных состояниях потенциал Гиббса имеет относительные минимумы.

Если источником внешнего поля служит сверхпроводящий соленоид, выражение (7) приобретает более симметричный вид:

$$G = F - \frac{\Phi_0}{c} J_e [\theta_e] - \frac{\Phi_0}{c} J [\theta], \quad (7a)$$

где $[\theta_e]$ определяется аналогично $[\theta]$. Выражение (7a) было получено нами ранее [3] с помощью более формального метода. Для некоторых частных случаев выражения, эквивалентные (7), были получены в работах [4—7].

3. При наличии в образце вихревых нитей функция θ является многозначной*. Чтобы интеграл (5) имел определенное значение, не зависящее от выбора пути интегрирования, нужно выделить однозначную ветвь этой функции. С этой целью выполним разрезы S_k ($k=1, 2, \dots$, см. рисунок), соединяющие осевые линии вихревых нитей с поверхностью сверхпроводника. При любом выборе линии γ внутри получившейся области (т. е. так, чтобы эта линия не пересекала ни одного из разрезов) значение $[\theta]$ будет теперь одинаковым, хотя разным ва-



* Как показал А. А. Абрикосов [8], фаза потенциала спаривания изменяется на 2π (т. е. θ изменяется на единицу) при обходе вокруг осевой линии каждой вихревой нити.

риантам выбора разрезов будут соответствовать, вообще говоря, не совпадающие между собой значения $[\theta]$.

Назовем дополнительными (для данной вихревой нити) такие два разреза, что их объединение составляет поверхность, через которую протекает полный транспортный ток (разрезы S_1 и S'_1 на рисунке). Разность значений $[\theta]$, вычисленных для дополнительных разрезов, по абсолютной величине равна единице. Например, для случая, изображенного на рисунке, имеем

$$[\theta]_\gamma = [\theta]_{\gamma'} = [\theta]_{\gamma'} + \oint_C \nabla \theta dl = [\theta]_{\gamma'} + 1. \quad (9)$$

Таким образом, замена какого-либо разреза дополнительным означает переход к другой ветви функции θ .

Если вихревые нити перемещаются или изменяют форму, будет изменяться и величина $[\theta]$. При определении этого изменения нужно, разумеется, сравнивать значения $[\theta]$, относящиеся к одной и той же однозначной ветви. Это означает, что в выражении

$$\delta[\theta] = \int_\gamma \nabla \theta dl \quad (10)$$

линия γ должна выбираться таким образом, чтобы вихревые нити (при рассматриваемом изменении состояния) ее не пересекали. Значение $\delta[\theta]$, как это очевидно из (9), будет в этом случае одинаковым при любом выборе разрезов.

Пока рассматриваются такие изменения состояния, что смещения вихревых нитей малы по сравнению с расстояниями между ними, выбор линии γ в (10) в достаточной мере произволен. В дальнейшем (см. раздел 4), однако, нас будут интересовать изменения состояния, которые могут считаться малыми лишь при макроскопическом описании (изменение индукции $\delta B \ll B$). В этом случае смещения вихревых нитей малы лишь по сравнению с размерами сверхпроводника. Существование линии, которую вихревые нити не пересекают при действительных (спонтанных или индуцированных изменением внешних условий) перемещениях такого рода, будет обеспечено, если сверхпроводник не находится в резистивном [7, 9] состоянии и не переходит в него, т. е. значение транспортного тока меньше критического. Напомним, что определяющим свойством резистивного состояния как раз и является отсутствие такой линии.

Возможны два существенно различных случая. 1). При изменении состояния в сверхпроводнике остается область, в пределах которой распределение индукции не изменяется. В этом случае линия γ может быть выбрана произвольно в этой области. 2). Индукция всюду изменяется. В этом случае положение линии, которую вихревые нити не пересекают, определяется однозначно, причем эта линия, вообще говоря, перемещается относительно сверхпроводника при конечных изменениях состояния. Как показано в работе [9], такая ситуация возникает, например, когда сверхпроводник, несущий транспортный ток, находится в осциллирующем с достаточно большой амплитудой внешнем поле (перпендикулярном току). Из-за того, что рассматриваемая линия в этом случае перемещается, в течение каждого цикла образец пересекает конечное число (N) вихревых нитей. В этом случае $\delta[\theta] = N$, так что источник тока совершает (за цикл) работу $R = \Phi_0 JN/c$.

4. В лондоновском приближении (см., например, [2]) выражение (10) принимает вид

$$\Phi_0 \delta [\theta] = \oint_{\gamma} (\delta A + \lambda^2 \operatorname{rot} \delta \mathbf{H}) d\mathbf{l}, \quad (11)$$

где λ — глубина проникновения слабого магнитного поля. Если сверхпроводник имеет макроскопические размеры, слагаемым, пропорциональным λ^2 , можно пренебречь. Кроме того, контур интегрирования в (11) можно замкнуть вне сверхпроводника (с помощью линии γ_e), так как по предположению в окрестности точек подключения к источнику тока переменное магнитное поле отсутствует. Тогда

$$\Phi_0 \delta [\theta] = \oint_{\gamma + \gamma_e} \delta A d\mathbf{l}. \quad (11a)$$

Если линия γ при рассматриваемых изменениях состояния может считаться неподвижной, $\Phi_0 \delta [\theta] = \delta \Phi$, где $\delta \Phi$ — приращение потока магнитного поля через поверхность, опирающуюся на замкнутый контур $\gamma + \gamma_e$. В общем случае, однако, символ δ нельзя выносить за знак интеграла.

С целью получения выражения для потенциала Гиббса в форме, аналогичной (2), введем вспомогательное магнитное поле $\mathbf{H}_0$ как убывающее на бесконечности решение уравнения

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_0 = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_e + \frac{4\pi}{c} J \oint_{\gamma + \gamma_e} \delta (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) d\mathbf{l}_0. \quad (12)$$

Умножив обе части этого уравнения на δA и интегрируя по всему пространству, получим

$$\frac{1}{c} \int \mathbf{j}_e \delta A dV + \frac{J}{c} \oint_{\gamma + \gamma_e} \delta A d\mathbf{l} = \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{H}_0 \delta \mathbf{B} dV,$$

где мы пренебрегли потоком вектора $[\mathbf{H}_0, \delta \mathbf{A}]$ через бесконечно удаленную поверхность и положили $\operatorname{rot} \delta \mathbf{A} = \delta \mathbf{B}$.

Используя это тождество, а также (7) и (11a), находим

$$\delta G = \delta F - \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{H}_0 \delta \mathbf{B} dV. \quad (13)$$

В случаях, когда при конечных изменениях состояния линия γ не перемещается, так что $\mathbf{H}_0$ не зависит от распределения индукции, из (13) для потенциала Гиббса получается выражение (2).

Как показывает уравнение (12), источниками «внешнего поля» $\mathbf{H}_0$ являются не только токи $\mathbf{j}_e$, но и протекающий вдоль линии $\gamma + \gamma_e$ транспортный ток J . Для однозначного определения $\mathbf{H}_0$ уравнение (12) можно дополнить уравнением $\operatorname{div} \mathbf{H}_0 = 0$. Заметим, однако, что выражения (2) и (13) инвариантны относительно преобразования $\mathbf{H}_0 \rightarrow \mathbf{H}_0 + \nabla \chi$.

В случае, когда вихревые нити прямолинейны, ток J более удобно считать распределенным по цилиндрической поверхности, профилем которой является линия $\gamma + \gamma_e$, а образующие параллельны вихревым нитям. Выражение (13) при этом не изменяется.

В соответствующих частных случаях из (13) получаются известные ранее результаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., 1957, с. 169—172. [2] Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М., 1968, 280 с. [3] Терновский Ф. Ф. Влияние транспортного тока на распределение индукции в сверхпроводящем (второго рода) цилиндре.— ЖЭТФ, 1971, **60**, с. 1790—1803. [4] London H. Alternating current losses in superconductors of the second kind.— Phys. Lett., 1963, **6**, p. 162—165. [5] Шмидт В. В. О критическом токе в сверхпроводящих пленках.— ЖЭТФ, 1969, **57**, с. 2095—2106. [6] Абрикосов А. А. О нижнем критическом поле тонких слоев сверхпроводников второй группы.— ЖЭТФ, 1964, **46**, с. 1464—1469. [7] Кемпбелл А., Иветс Дж. Критические токи в сверхпроводниках. М., 1975, с. 113—148. [8] Абрикосов А. А. О магнитных свойствах сверхпроводников второй группы.— ЖЭТФ, 1957, **32**, с. 1442—1452. [9] Андрианов В. В., Зенкевич В. Б., Кургузов В. В., Сычев В. В., Терновский Ф. Ф. Эффективное сопротивление неидеального сверхпроводника второго рода в осциллирующем магнитном поле.— ЖЭТФ, 1970, **58**, с. 1523—1531; Cryogenics, 1972, N 12, p. 427—437.

Поступила в редакцию
29.05.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 3

УДК 621.318.1:538.22.082.78

ВЛИЯНИЕ ПЛОТНОСТИ УПАКОВКИ ЧАСТИЦ НА МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЫСОКОДИСПЕРСНОЙ $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$

Л. В. Лазарева, А. В. Черемушкина

(кафедра магнетизма)

Магнитные свойства высокодисперсных магнетиков зависят как от структуры, формы и размеров исходных частиц, так и от взаимодействия между ними, меняющегося с изменением плотности упаковки p [1—5] ($p = d_0/d_m$, где d_0 , d_m — соответственно плотности образца и материала). Взаимодействие между частицами приводит к изменению суммарной энергии системы. Это, в свою очередь, существенно влияет как на критические размеры однодоменности, так и на процессы перемагничивания. Несмотря на многочисленные экспериментальные исследования физических свойств таких систем, до сих пор не существует ясной картины физических процессов, происходящих при намагничивании и перемагничивании ансамблей взаимодействующих магнитных частиц с размерами, близкими к однодоменным. В настоящее время нет теоретических представлений о свойствах ансамблей реальных частиц, охватывающих широкий диапазон плотностей упаковок. Первая попытка теоретического описания этого вопроса была сделана Неелем [6], связавшим эффективный размагничивающий фактор $N_{\text{эфф}}$ с плотностью упаковки частиц следующей зависимостью:

$$N_{\text{эфф}} = N_0(1-p), \quad (1)$$

где N_0 — размагничивающий фактор изолированной частицы. Однако экспериментально установлено, что условие (1) не выполняется уже при $p \sim 0,02$. Наиболее полно теория этого вопроса разработана Е. И. Кондорским [7]. Получена следующая зависимость:

$$N_{\text{эфф}} = \begin{cases} N_0(1 - k_0 p) & \text{при } p < 1/k_0, \\ 0 & \text{при } p \geq 1/k_0, \end{cases} \quad (2)$$