дит разлом большинства частиц. Это подтверждается электронно-микроскопическим исследованием частиц. Из рис. 2 и 3 видно, что параметр B более чувствителен к изменению анизотропии формы частиц, происходящему при разломе частиц вблизи  $p_{\rm K}$ , по сравнению с коэрцитивной силой. Зависимость B (p) для частиц II отражает те же закономерности в изменении внутреннего размагничивающего фактора с изменением p, что и  $H_c$ . Однако для частиц с меньшей анизотропией формы изменение B (p) выражено менее резко. Максимальное значение B в этом случае сдвигается в область больших значений p. При  $p > p_{\rm K}$  происходит уплотнение частиц в порошке до состояния, близкого к состоянию массивного материала с зернистой структурой. Коэффициент B начинает возрастать, а  $H_c$  практически не меняется с дальнейшим ростом плотности упаковки частиц.

Таким образом, при изменении плотности упаковки в широком диапазоне значений  $p \sim 0.02-0.8$  происходит изменение как характера взаимодействия между частицами, так и анизотропии их формы. Эти причины обусловливают сложный характер концентрационной зависи-

мости коэрцитивной силы высокодисперсных магнетиков.

Авторы выражают глубокую признательность проф. Е. И. Кондорскому за ценные замечания и полезные дискуссии при обсуждении результатов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Morrish A. H., Yu S. P. Dependence of the coercive force on density of some iron oxide powders.—J. Appl. Phys., 1955, 26, N 8, p. 1049—1055. [2] Morrish A. H., Watt L. A. K. Effect of the interaction between magnetic particles on the critical single-domain size.—Phys. Rev., 1957, 105, N 5, p. 1476—1478. [3] Watt L. A. K., Morrish A. H. Comparison of the critical single-domain size for Fe₃O₄ and γ-Fe₂O₃.—J. Appl. Phys., 1960, 31, N 5, p. 71s—72s. [4] Галкина О. С., Захарова Н. Н., Лазарева Л. В. Метод исследования концентрационных зависимостей магнитных свойств ферро- и ферримагнитных порошков.—Заводская лаборатория, 1976, 42, № 10, с. 1191—1194. [5] Галкина О. С., Лазарева Л. В., Шитова А. С., Швец Т. М. Магнитные характеристики высокодисперсного железа.—Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1979, 20, № 1, с. 78—82. [6] Neel L. Le champ coercitif d'une poudre ferromagnétique cabique à grains anisotropes.—Acad. sie. С. R., 1947, 224, р. 1550—1551. [7] Кондорский Е. И. Природа высокой коэрцитивной силы мелкодисперсных ферромагнетиков и теория однодоменной структуры.—Изв. АН СССР, сер. физ., 1952, 16, № 4, с. 398—411. [8] Пантер Г. Б., Элиасберг И. И., Якобсон Н. К. Мекоторые вопросы морфологии игольчатых частиц гамма-окиси железа.—Труды ВНИИТР. М., 1971, 1(20), с. 205—209. [9] Галкина О. С., Лазарева Л. В. Определение концентрации магнитной фазы в высокоджоперсных ферро- и ферримагнетиках. — Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1978, 19, № 5, с. 45—49. [10] Такеі Н., Сһі ba S. Vacancy ordering in epitaxially-grown single crystals of γ-Fe₂O₃.—J. Phys. Soc. Јарап, 1966, 21, N 7, р. 1255—1263. [11] Га и п de r s Philip J. Magnetostriction of some magnetic oxide compacted powder.—IEEE Trans. Magnetic, 1974, 10, N 4, р. 1050—1052. [12] Справочник физических констант горных пород. Под ред. Ф. Кларка. М., 1969, 635 с. [13] Вонсовский С. В. Магнетизм. М., 1971; 1032 с.

Поступила в редакцию 31.05.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 3

УДК 538.56.01

## процессы возбуждения субгармонических колебаний в контуре с малой нелинейностью

А. Н. Вахрамеев

(кафедра физики колебаний)

Параметрическая природа субгармонических колебаний определяется присутствием в спектре модуляции нелинейного реактивного элемента колебательного контура компоненты, обеспечивающей при над-

лежащей амплитуде и фазе достаточное поступление энергии в систему для поддержания в ней стационарных процессов [1]. Очевидно, что параметрический характер вложения энергии отражается и на процессах возбуждения субгармонических колебаний.

Методы медленно меняющихся амплитуд вполне применимы для описания субгармонических колебаний в системах, близких к консервативным с малой нелинейностью [1]. Укороченные уравнения, описывающие субгармонические колебания третьего порядка в контуре с нелинейной емкостью при аппроксимации ее вольт-кулоновской характеристики кубическим полиномом, могут быть написаны в виде [1]

$$\frac{dA}{dt} = -\frac{1}{2} \delta A + \frac{1}{2c_0} \gamma A^2 P \sin 3\varphi,$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{2} \xi - \frac{1}{2c_0} \gamma A^2 - \frac{1}{c_0} \gamma P^2 + \frac{1}{2c_0} \gamma A P \cos 3\varphi.$$
(1)

Здесь A и  $\phi$  — амплитуда и фаза субгармонических колебаний, P — амплитуда вынуждающей силы,  $\delta$  — затухание,  $\xi$  =  $(\omega^2 - \omega_0^2)$  — расстройка,  $\omega$  — частота колебаний в контуре,  $\omega_0$  — собственная частота контура при амплитуде колебаний, близкой к нулю,  $\gamma$  — коэффициент при третьей степени вольт-кулоновской характеристики нелинейной емкости.

В уравнениях (1) переменные не разделяются и по этой причине (1) в общем виде не интегрируются. Взаимосвязанное рассмотрение процессов установления амплитуды и фазы будет наиболее соответствовать физической стороне явлений. В этом случае нестационарные процессы описываются уравнением, не содержащим время в явном виде:

$$\frac{dA}{d\varphi} = \frac{-c_0\delta A + \gamma A^2 P \sin 3\varphi}{\xi c_0 - \gamma A^2 - 2\gamma P^2 + \gamma A P \cos 3\varphi}.$$
 (2)

Представление о физических процессах, возникающих при возбуждении субгармонических колебаний, можно получить, не прибегая к численному исследованию этого уравнения. Необходимые сведения можно почерпнуть из наблюдения нестационарных процессов в системе, адекватной уравнению первого приближения в координатах медленных переменных. В этом случае траектории движения изображающей точки на плоскости медленных переменных будут являться интегральными кривыми уравнения (2) при параметрах системы и заданных начальных условиях. Это соответствие подтверждается совпадением областей существования устойчивых особых точек интегральных кривых, определяющих стационарные состояния, с границами возбуждения субгармонических колебаний в такой системе [2].

Наблюдение нестационарных процессов в координатах медленных переменных может быть осуществлено путем стробирования с частотой возникающих колебаний картины этих процессов, воспроизводимых на фазовой плоскости. Система координат медленных переменных на фазовой плоскости выглядит вращающейся относительно общего начала координат с угловой скоростью, равной круговой частоте колебаний [3]. Очевидно, чтобы увидеть процессы во вращающейся плоскости медленных переменных, необходимо ее остановить стробированием с частотой вращения. Состояние системы будет фиксироваться через время  $t=2\pi/\omega_0$ , где  $\omega_0$ —частота стробирования. За это время в системе, отвечающей применимости метода медленно меняющихся амплитуд, происходит незначительное изменение амплитуды и фазы колебаний,

и соседние точки, располагаясь в непосредственной близости друг от друга, позволяют проследить процесс в координатах медленных переменных. Медленное изменение амплитуды и фазы колебаний дает возможность в каждый момент времени приписать им вполне определенные квазистационарные значения, что значительно упрощает рассмотрение нестационарных процессов.

Наблюдение процессов возбуждения субгармонических колебаний третьего порядка осуществлялось в электрическом контуре с нелинейной емкостью. В качестве нелинейной емкости использовалась барьерная емкость (p-n)-перехода полупроводникового диода. При непрерывном воздействии на нелинейную емкость вынуждающей ЭДС с частотой, в три раза выше частоты возбуждаемых колебаний, в контуре задавались собственные колебания с определенной фазой. Начиная с этого момента на плоскости медленных переменных наблюдался процесс, приводивший систему к стационарному состоянию.

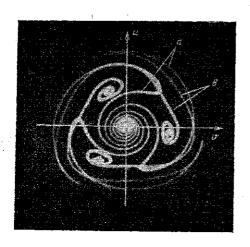


Рис. 1. Интегральные кривые нестационарных процессов в нелинейном контуре для  $\gamma = 25 \cdot 10^{-3}$ ,  $\delta = 10^{-3}$  на плоскости медленных переменных и v: a— свободные затухающие колебания для трех начальных фаз;  $\delta$ — тот же процесс при воздействии на контур внешней ЭДС с частотой в три раза выше некоторой квазисобственной частоты затухающих колебаний

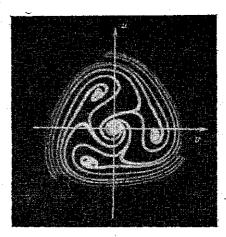


Рис. 2. Области притяжения интегральных кривых к стационарным состояниям на плоскости медленных переменных при возбуждении субгармонических колебаний в нелинейном контуре

В начале процесса квазисобственная частота колебаний несколько ниже одной трети частоты внешнего воздействия и приближается к ней по мере уменьшения амплитуды. Энергетическое воздействие на колебания осуществляется компонентой из спектра изменения нелинейной реактивности и происходит на этом этапе с частотой  $(3p-\omega) > 2\omega$ , где  $\omega$  — частота квазистационарных колебаний в контуре, а 3p — частота внешнего воздействия. Поэтому возникает некогерентное параметрическое воздействие реактивной компоненты на затухающие колебания в контуре [3]. Происходит периодическое изменение регенерации сис-

темы. Считая, что частота колебаний в контуре близка к половине частоты изменения этой компоненты  $(0,5(3p-\omega))$ , колебание в контуре можно представить в виде

$$A = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = A_0 \sin[0.5(3p - \omega)t + \psi(t)].$$

При такой записи  $\psi(t) = 1.5(\omega - p)t + \varphi_0$  можно рассматривать как медленно изменяющуюся фазу, от которой зависит вложение энергии в систему. Периодическое изменение регенерации будет происходить с частотой  $3(\omega - p)$ , и при изменении фазы колебаний на  $2\pi$  процесс трижды повторяется (рис. 1).

Стационарные колебания в системе могут возникнуть, когда квазисобственная частота существующих в ней колебаний достигнет одной трети частоты вынуждающей силы. Частота энергонесущей компоненты в этом случае становится в два раза выше частоты колебаний. Область начальных амплитуд и фаз, при которых параметрическое вложение энергии приводит к стационарным колебаниям, определяется интегральными кривыми — сепаратрисами, охватывающими особую точку типа устойчивого фокуса и проходящими через особую точку типа седла.

На рис. 2 воспроизведены интегральные кривые, весьма близкие к сепаратрисам, вполне определяющие местоположение особой точки типа седла. В этой особой точке эффективный коэффициент модуляции равен критическому значению, и состояние системы неустойчивое. Так, уменьшение амплитуды колебаний по сравнению с амплитудой в особой точке вызывает изменение фазы колебаний, которое уже не может скомпенсировать снижение величины эффективного коэффициента модуляции  $m = \gamma AP \sin 3 \alpha$  за счет амплитуды колебаний, и колебания в системе затухают. При этом величина коэффициента модуляции быстро снижается и параметрическое воздействие на колебания не обнаруживается (см. рис. 2).

Наблюдающийся при установлении стационарных колебаний осциллирующий характер изменения амплитуды и фазы определяется параметрическим вложением энергии, которое равноправно управляется в этом случае как амплитудой колебаний, так и фазой параметрического воздействия. Не нарушая общности дальнейших выводов, можно в (1) положить расстройку контура

$$c_0\xi = 2\gamma P^2$$

и тогда

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{2c_0} \gamma A (P \cos 3\varphi - A).$$

Как видно, направление движения фазы  $\frac{d \phi}{dt} < 0$  сохраняется во всей области изменения амплитуд A для A > A', где  $A' = \cos 3 \phi$  находится из условия  $\frac{d \phi}{dt} = 0$ , и, наоборот,  $\frac{d \phi}{dt} > 0$ , если A < A' (рис. 3).

Таким образом, фаза параметрического воздействия как бы «следит» за амплитудой колебаний, а ее изменение всегда направлено в сторону приведения амплитуды колебаний к стационарной путем изменения эффективного коэффициента модуляции. В то же время смена направления движения фазы происходит при амплитуде, отличной от стационарной. Эффективный коэффициент модуляции при этом не равен критической величине (точки, где  $\frac{d\phi}{dt} = 0$ , рис. 3). Поэтому дви-

жение амплитуды колебаний продолжается в том же направлении, пока за счет изменения фазы эффективный коэффициент модуляции не достигнет критической величины, а амплитуда колебаний — экстремального значения. Возникающие в системе осцилляции амплитуды и фазы

колебаний затухают, поскольку изменение фазы в этом случае непрерывно происходит в направлении приведения эффективного коэффициента модуляции к критической величине.

Таким образом, экспериментальное исследование процессов возбуждения субгармонических колебаний в нелинейном контуре, отвечающем требованиям метода медленно меняющихся амплитуд, подтверждает их параметрическую природу. Параметрическое представление о природе субгармонических колебаний дает удовлетворительное объяснение всех особенностей механизма нестационарных процессов, возникающих при их возбуждении.

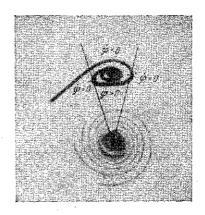


Рис. 3. Движение амплитуды и фазы вблизи стационарного состояния

Автор выражает свою благодар ность В. В. Мигулину за полезные советы и внимание к работе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Вахрамеев А. Н. Параметрическая природа субгармонических колебаний.—Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1976, 17, № 2, с. 160—167. [2] Вахрамеев А. Н. Субгармонические колебания третьего порядка в контуре с малой нелинейностью.—Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1970, с. 168—173. [3] Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты. М., 1966, 332 с. [4] Мигулин В. В. Параметрическая регенерация.—Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1960, № 6, с. 67—77.

Поступила в редакцию 01.06.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 3

УДК 537.611.44

## СПЕКТР МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЛИПСОИДА С ДОМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

С. А. Вызулин, С. А. Киров, Н. Е. Сырьев

(кафедра радиофизики СВЧ)

Спектр ферромагнитного резонанса сильно зависит от формы образца и его внутренней магнитной структуры. Для случая полей, достаточных для насыщения, спектр колебаний намагниченности в магнитостатическом (МС) приближении был впервые найден Уокером для изотропного сфероида, намагничиваемого вдоль оси вращения [1]. В литературе рассмотрены также случаи изотропного [2] и анизотропного [3] сферического образца и анизотропного эллипсоида, главные оси которого определенным образом ориентированы относительно равновесной намагниченности и кристаллографических осей [4]. Другие частные