личии транспортного тока.— Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1981, 22, № 3, с. 35—40. [4] Терновский Ф. Ф. Влияние транспортного тока на распределение индукции в сверхпроводящем (второго рода) цилиндре.— ЖЭТФ, 1971, **60**, с. 1790—1803. [5] Абрикосов А. А. О магнитных свойствах сверхпроводников второй группы.— ЖЭТФ, 1957, 32, с. 1442—1452. [6] Абрикосов А. А. О нижнем критическом поле тонких слоев сверхпроводников второй группы.— ЖЭТФ, 1964, **46**, с. 1464—1469. [7] Де Жен, П. Сверхпроводимость металлов и сплавов.— М.: Мир, 1968, с. 80—83. [8] Шмидт В. В. Критический ток идеального сверхпроводника второго рода в смешанном состоянии.— ЖЭТФ, 1971, **61**, с. 398—413. [9] Шмидт В. В. О критическом токе в сверхпроводящих пленках.— ЖЭТФ, 1969, 57, с. 2095—2106.

Поступила в редакцию
29.05.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 4

УДК 538.3:530.145

ДВУХФОТОННОЕ РОЖДЕНИЕ НЕЙТРИНО В СИЛЬНОМ ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

Ю. М. Лоскутов, В. В. Скобелев

(кафедра теоретической физики)

Взаимодействию типа $(\gamma\gamma)(\nu\bar{\nu})$ в рамках КЭД и обычной схемы Ферми соответствует, как известно, нулевая амплитуда [1]. Однако при наличии внешнего электромагнитного поля, влияющего на промежуточные электронные состояния, возможно появление отличной от нуля амплитуды и осуществление процессов вида $\gamma\gamma\to\nu\bar{\nu}$, $\gamma\nu\to\gamma\nu$ и т. д. Первый из них, рассматриваемый в данной работе, является конкурирующим с другим механизмом фоторождения нейтрино $\gamma\to\nu\bar{\nu}$ [2], который, однако, запрещен в чисто магнитном поле с индукцией $B\gg B_0$ ($B_0=m^2/e=4{,}41\cdot 10^{13}$ Гс) и при малой концентрации плазмы.

Процесс $\gamma\gamma\to\nu\bar{\nu}$ описывается диаграммой, содержащей нечетное число вершин в петле, а матричные элементы таких диаграмм в лидирующем (линейном) порядке по сверхсильному магнитному полю $B\gg B_0$ обращаются в нуль как при наличии векторных, так и псевдовекторных вершин [2]. В следующем приближении по обратному полю матричный элемент должен выходить на константу в асимптотике $B\to\infty$. Эти диаграммы не укладываются в рамки созданной в [2—5] схемы расчета процессов взаимодействия в интенсивном внешнем поле (двумерное приближение КЭД), поскольку в последней учитывается лишь вклад основного уровня в электронные состояния. В данном случае необходимо найти следующий (кроме основного, «двумерного» [3]) член разложения по обратному полю точной функции Грина электрона в постоянном и однородном магнитном поле [6]. Для этой цели наиболее удобно ниже приводимое представление гриновской функции, справедливость которого может быть проверена непосредственной подстановкой в сингулярное уравнение Дирака (ось z — по полю):

$$G(x, y)=\exp\left[-\frac{i}{2}\gamma(x_1+y_1)(x_2-y_2)\right](2\pi)^{-4}\int G(p)\,e^{ip(x-y)}\,d^4p, \tag{1а}$$

$$G(p)=\frac{1}{\gamma q}\int_0^1 d\tau\left(\frac{1+\tau}{1-\tau}\right)^q e^{-2z\tau}\left\{(\hat{p}_\parallel+m)\left[\frac{1-\sigma_3}{2}(1-2z\tau)-\frac{q}{1+\tau}\right]-q\hat{p}_\perp\right\}, \tag{1б}$$

$$q=(p_0^2-p_3^2-m^2)/2\gamma,\ z=p_\perp^2/2\gamma,\ p_\perp^2=p_1^2+p_2^2,$$

$$\gamma=|eB|,\ \hat{p}_\parallel=\gamma^0 p_0+\gamma^3 p_3,\ \hat{p}_\perp=\gamma^1 p_1+\gamma^2 p_2. \tag{1в}$$

Этот результат получен для случая $q<1$. Области $q>0$ соответствует формальная замена $\tau\to-\tau$ в подынтегральном выражении (1б). Разложение по сильному полю производится в окрестности $q\to 0$ и фиксированном z:

$$G=G_0+G_1, \tag{2а}$$

$$G_0=e^{-2z}(1-\sigma_3)\frac{\hat{p}_\parallel+m}{p^2-m^2},\ G_1=G_1^\parallel+G_1^\perp, \tag{2б}$$

$$G_1^\parallel=(\hat{p}_\parallel+m)\left[A_\parallel(z)+\frac{1-\sigma_3}{2}B_\parallel(z)\right],\ G_1^\perp=\hat{p}_\perp A_\perp(z), \tag{2в}$$

$$A_\parallel(z)=-\frac{1}{\gamma}\int_0^1\frac{d\tau}{1+\tau}e^{-2z\tau},\ A_\perp(z)=-\frac{1}{2\gamma z}(1-e^{-2z}),$$

$$B_\parallel(z)=\frac{1}{\gamma}\int_0^1 d\tau(1-2z\tau)e^{-2z\tau}\ln\frac{1+\tau}{1-\tau}.$$

При подстановке ряда (2а) в матричный элемент процесса $\gamma\gamma\to\nu\bar{\nu}$ возникнут комбинации вида: а) $G_0G_0G_0$, б) $G_0G_0G_1$, в) $G_0G_1G_1$ (остальные дают меньший вклад при формальном разложении по обратному полю). Комбинация «а» обращается в нуль [2], а комбинации «б» и «в» дадут вклад одного порядка. Это объясняется тем, что в произведении G_1G_1 содержится член вида $\hat{p}_\perp\otimes\hat{p}_\perp$, имеющий порядок γ. Как можно видеть, вклады «б» и «в» расходятся при интегрировании по двумерному импульсу петли $d^2p_\parallel$ (интегралы по $d^2p_\perp$ сходятся). Расходимость в «б» является линейной; тем не менее замена переменной $p\to p'+\delta$ является возможной, так как она производится с точностью до слагаемых, линейных по импульсам (в низкоэнергетическом приближении), которые должны быть опущены из соображений градиентной инвариантности. После замены указанного типа логарифмические расходимости сокращаются и эффективный вклад в интеграл придется на значения $(p_\parallel{}^2)_{\mathrm{eff}}\leqslant m^2\ll\gamma$ в согласии с условием применимости разложения (2а). Вклад «в» может содержать лишь квадратичные комбинации поперечных компонент внешних импульсов, в то время как «а» — не более чем линейные (в рассматриваемом приближении). Однако в этом случае вклад «в» может быть однозначно определен из соображений градиентной инвариантности суммарного матричного элемента, который в итоге будет иметь вид:

$$\langle f|S|i\rangle=\Gamma^{\mu\nu\sigma}I_{\mu\nu\sigma},$$

$$\Gamma^{\mu\nu\sigma}=-\frac{(2\pi)^3(G/\sqrt{2})\,e^2}{3m^2V^2\ (2k_0 2\varkappa_0 2E_\nu 2E_{\bar{\nu}})^{1/2}}e^{\mu}_{(1)}e^{\nu}_{(2)}[\bar{u}_\nu\gamma^\sigma(1+\gamma^5)u_{\bar{\nu}}]\,\delta(k+\varkappa-p),$$

$$I_{\mu\nu\sigma}=\{[p(\varkappa-k)p_\sigma-p^2(\varkappa-k)_\sigma+2p_\sigma e_{\alpha\beta}k^\alpha\varkappa^\beta](\delta_{1\nu}\delta_{2\mu}-\delta_{1\mu}\delta_{2\nu})+$$
$$+2[-p_\sigma p_\nu+p^2 g_{\sigma\nu}-p_\sigma e_{\alpha\nu}p^\alpha](\delta_{1\mu}\varkappa_2-\delta_{2\mu}\varkappa_1)+$$
$$+2[-p_\sigma p_\mu+p^2 g_{\sigma\mu}-p_\sigma e_{\alpha\mu}p^\alpha](\delta_{1\nu}k_2-\delta_{2\nu}k_1)+$$
$$+(-[\varkappa(p+k)\varkappa_\nu-\varkappa^2(p+k)_\nu+2k\varkappa e_{\alpha\nu}\varkappa^\alpha](\delta_{1\sigma}\delta_{2\mu}-\delta_{1\mu}\delta_{2\sigma})+$$

$$+2\left[-\varkappa_\nu\varkappa_\mu+\varkappa^2 g_{\nu\mu}-\varkappa_\mu e_{\alpha\nu}\varkappa^\alpha\right](\delta_{1\sigma}k_2-\delta_{2\sigma}k_1)-$$

$$-2\left[-\varkappa_\nu\varkappa_\sigma+\varkappa^2 g_{\nu\sigma}-\varkappa_\sigma e_{\alpha\nu}\varkappa^\alpha\right](\delta_{1\mu}p_2-\delta_{2\mu}p_1)+(\mu\leftrightarrow\nu,\ \varkappa\leftrightarrow k))-$$

$$-2\left[\varkappa_\mu g_{\sigma\nu}-\varkappa_\sigma g_{\nu\mu}\right](p_1k_2-p_2k_1)-2\left[k_\nu g_{\mu\sigma}-k_\sigma g_{\nu\mu}\right](\varkappa_2p_1-\varkappa_1p_2)-$$

$$-2\left[p_\nu g_{\mu\sigma}-p_\mu g_{\sigma\nu}\right](k_1\varkappa_2-k_2\varkappa_1)+$$

$$+2\left[-p_\sigma e_{\mu\nu}-g_{\mu\sigma}e_{\alpha\nu}\varkappa^\alpha+g_{\nu\sigma}e_{\alpha\mu}k^\alpha\right](k_1\varkappa_2-k_2\varkappa_1)\}. \qquad (3)$$

Здесь k, $\varkappa$ и e_i — импульсы и векторы поляризации фотонов ($k_0=\omega_1$, $\varkappa_0=\omega_2$), $q=k+\varkappa$ — суммарный импульс пары нейтрино с энергиями E_ν и $E_{\tilde\nu}$, δ_{ij} — символ Кронекера, $e_{\alpha\beta}$ — антисимметричный тензор второго ранга в пространстве $(0,3)$: $e_{00}=e_{33}=0$, $e_{30}=-e_{03}=1$; индексы суммирования в квадратных скобках (3) также принимают значения $(0,3)$.

Относя все рассуждения к системе центра инерции пары фотонов и классифицируя их поляризационные состояния символами $\perp$ (e в плоскости импульс-поле) и $\|$ (для состояния с ортогональной поляризацией), получаем из (3) следующие выражения для дифференциальных сечений в с.ц.и.:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{\perp\perp}=\frac{\sigma_0}{18\,(2\pi)^4}\sin^2 2\theta\,(1-\sin^2\theta_\nu\sin^2\varphi_\nu), \qquad (4а)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{\|\perp}_{\perp\|}=\frac{\sigma_0}{72\,(2\pi)^4}\{\sin^2\theta\,(1\mp\cos\theta)^4(1-\sin^2\theta_\nu\cos^2\varphi_\nu)+$$

$$+16\sin^2\theta_\nu\mp 8\sin\theta\,(1\mp\cos\theta)^2\sin\theta_\nu\cos\theta_\nu\cos\varphi_\nu\}, \qquad (4б)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{\|\|}=0,\ \sigma_0=\alpha^2G^2\omega^2\left(\frac{\omega}{m}\right)^4, \qquad (4в)$$

где $\theta(\theta_\nu)$ — угол между импульсом фотона (нейтрино) и полем, φ_ν — азимутальный угол нейтрино (ось x — в плоскости импульс фотона — поле), ω — энергия в с.ц.и.

Как видно из (4), распределение симметрично по отношению к вылету нейтрино (антинейтрино) в переднюю и заднюю (по отношению к полю) полусферы. Полное сечение фоторождения равно

$$\sigma=\frac{4\sigma_0}{27\,(2\pi)^3}\left\{1+\frac{1}{4}\left(\sin^2 2\theta+\frac{1}{4}\sin^6\theta\right)\right\}, \qquad (5)$$

причем максимальное значение слагаемого, зависящего от θ, составляет $\sim 0{,}26$, и поэтому с хорошей точностью здесь можно пренебречь угловой зависимостью. С такой точностью

$$\sigma\approx\frac{4\sigma_0}{27\,(2\pi)^3}. \qquad (6)$$

Переходя далее к лабораторной системе, следует иметь в виду, что получаемые при этом результаты будут иметь оценочный характер и в то же время будут близки к истинным (в пределах выбранной точности), поскольку при таких преобразованиях магнитные поля останутся магнитоподобными и справедливость использованных выше методов и приближения сохранится.

Определяя нейтринную светимость из единицы объема в л-системе выражением

$$I=\int\sigma_{\text{лаб}}(\omega_1+\omega_2)\,dn_1dn_2$$

(dn — планковское распределение равновесного поля излучения), получаем

$$I \approx 0,13\,\alpha^2 G^2 m^9 \left(\frac{kT}{m}\right)^{13} \sim 10^{21} \left(\frac{kT}{m}\right)^{13} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}}. \tag{7}$$

Ввиду сильной зависимости от температуры этот процесс в условиях нейтронных звезд может иметь значение лишь при $kT \sim m$ (и при подавлении конкурирующего механизма фоторождения $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ [2]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Gell-Mann M. The reaction $\gamma+\gamma \to \nu+\bar{\nu}$.— Phys. Rev. Lett., 1961. **6**, p. 70—71. [2] Скобелев В. В. О реакциях $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ и $\nu \to \gamma\nu$ в сильном магнитном поле.— ЖЭТФ, 1976, **71**, с. 1263—1267. [3]. Loskutov Yu. M., Skobelev V. V. Nonlinear electrodynamics in a superstrong magnetic field.— Phys. Lett. A, 1976, **56A**, p. 151—152. Скобелев В. В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле.— Изв. вузов, сер. Физика, 1975, № 10, с. 142—143. [4] Скобелев В. В. Излучение мягких фотонов и формфакторы в двумерном приближении квантовой электродинамики.— ЖЭТФ, 977, **72**, с. 1298—1305. О распространении фотона в магнитном поле.— ЖЭТФ, 1977, **73**, с. 1301—1305. [5] Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. Радиационные поправки к массовому оператору электрона в двумерном приближении квантовой электродинамики.— Теор. и матем. физика, 1979, **38**, с. 195—200. Формфакторы нейтрино в двумерном приближении квантовой электродинамики.— Там же, 1979, **39**, с. 64—68. [6] Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. О функции Грина уравнения Дирака для электрона в постоянном однородном магнитном поле. Комптон-эффект.— Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1973, **14**, № 3, с. 331—336.

Поступила в редакцию
18.06.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 4

УДК 539.12.01

О МИГРАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В КРИСТАЛЛЕ

В. И. Григорьев

(кафедра квантовой теории)

1. **Введение.** Продвижение в область все меньших значений параметра λ/a (где λ — длина волны излучения, a — масштаб микроскопической неоднородности) порождает значительное число как экспериментальных, так и теоретических работ; все чаще появляются в печати и обзорные работы (см., например, [1] и список приведенной там литературы). Однако подавляющее число этих работ основано на использовании феноменологических методов описания процессов, относящихся к распространению излучения в веществе. В то же время детализированный микроскопический подход может плодотворно дополнить такое феноменологическое описание. Примером тому является хотя бы общеизвестная «Теорема погашения» Эвальда—Озеена (см., например, [2]) в оптике.

Попытку «перевода на квантовый язык» этой теоремы и представляет настоящая работа.

Обсуждаемая ниже задача, естественно, модельна. Вместо реального вещества рассматривается бесконечно протяженная идеальная кубическая решетка, в узлах которой неподвижно закреплены двухуровневые центры, могущие испускать и поглощать безмассовые и бесспиновые бозоны, имитирующие фотоны. Очевидно, что такая модель