Определим условия, при которых специфический предел чувствительности  $\Delta W_{\mathfrak{p}}$  может быть ниже термодинамического предела (2). Из (10) и (11) найдем, что  $\Delta W_{\mathfrak{p}} < \Delta W_0$  при

 $T_B G_{00}^2/\beta^2 G \left( T_B - T_0 \right) < G_0 T_0^2. \tag{14}$ 

Неравенство (14) может быть выполнено в следующих случаях:

1. При  $G_{\Im \oplus} \ll G_0$ , т. е. при  $\left| \beta (T_B - T_0) \frac{R_0 - R}{R_0 + R} \right| \approx 1$ . Однако сни-

жение специфического предела в этом случае достигается в режиме, близком к самосгоранию болометра, и сопровождается увеличением времени тепловой релаксации  $\tau_{\rm T} = C/G_{\rm ads}$ .

2. При  $G_{ab} \approx G > G_0$ , но  $\beta T_0 \gg 1$ .

Если  $|\beta(T_B-T_0)(R_0-R)/(R_0+R)| \ll 1$ , то при  $T_B = (4/3)T_0$  найдем, что  $\Delta W_{\beta} < \Delta W_0$  будет при  $|\beta T_0| > 3$ . У полупроводниковых болометров при низких температурах [9]  $\beta \approx 4/T$ . Следовательно, для них согласно (12)  $\Delta W_{\beta} \ge \Delta W_0$ .

В случае сверхпроводящих болометров сравнение их специфической чувствительности с  $\Delta W_0$  не имеет смысла, так как их рабочая температура задана температурой перехода в сверхпроводящее состояние. Предел чувствительности этих болометров будет близок к соответствующему пределу  $\Delta W_{\rm T}$ , т. е. не будет зависеть от электрических флуктуаций, если  $\beta T_B \gg 1$ . У современных сверхпроводящих болометров величина  $\beta$  достигает нескольких десятков обратных градусов. Достигнутая чувствительность, однако, в несколько раз превышает  $\Delta W_{\rm T}$  [10] из-за избыточных шумов.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Low F. J., Hoffman A. R. The detectivity of cryogenic bolometers.— Appl. Opt., 1963, 2, p. 649—650. [2] Low F. J. Low-temperature germanium bolometer.— J. Opt. Soc. Am., 1961, 51, p. 1300—1304. [3] Lewis W. B. Fluctuations in streams of thermal radiation.— Proc. Phys. Soc., 1947, 59, p. 34. [4] Jones R. W. The detection of thermal radiation.— Proc. Roy. Soc., 1959, A 249, p. 10. [5] Б pa гинский В. Б., Манукин А. Б. Измерение малых сил в физическом эксперименте.— М.: Наука, 1974, с. 16—29. [6] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика.— М.: Физматгиз, 1976, с. 221—224. [7] Б рагинский В. Б., В оронцов Ю. И., Халили Ф. Я. Квантовые особенности пондеромоторного измерителя электромагнитной энергии.— ЖЭТФ, 1977, 72, с. 10. [8] Тепловые приемники излучения. Материалы конференции.— Л., 1978, 40 с. [9] Инфракрасные методы в космических исследованиях. Под ред. В. И. Мороза.— М.: Энергия, 1977, 384 с. [10] Сlarke J., Richards P. L., Yeh N. H. A composite superconducting transition edge bolometer.— Appl. Phys. Lett., 1977, 30, p. 664—666.

Поступила в редакцию 31.08.79

## ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 5

#### УДК 533.951

СИНХРОНИЗАЦИЯ ЧАСТОТЫ СТРАТ ПУТЕМ МОДУЛЯЦИИ ТОКА РАЗРЯДА

П. С. Ланда, Н. А. Сухотскова

(кафедра общей физики для мехмата)

Синхронизация частоты страт впервые наблюдалась А. А. Зайцевым [1, 2] при включении в цепь разряда источника переменного тока. Вноследствии это явление использовалось во многих работах для получения дисперсионных характеристик страт в области самовозбуждения [3]. Однако теория этого явления до сих пор отсутствует. Повидимому, связано это с целым рядом трудностей, возникающих при решении существенно нелинейных задач в распределенных системах (к каковым относится и задача о синхронизации). Изложенная ниже теория позволяет продемонстрировать эти трудности и указывает возможные пути их преодоления.

Обычно задачи о синхронизации в распределенных системах решаются в рамках сосредоточенной модели [4]. Во многих случаях (для молекулярных генераторов, лазеров) такая модель дает удовлетворительные результаты. Однако задачи, связанные с возбуждением страт, не могут быть решены на основе простых сосредоточенных моделей. Причина этого заключается в существенной анизотропии системы, имеющей место вследствие наложения внешнего электрического поля.

В настоящей работе задача о синхронизации частоты страт решается на основе укороченных уравнений для амплитуд и фаз встречных волн, аналогичных полученным в работе [5].

В качестве исходных используем уравнения (4), (5) из работы [5] для отклонений концентрации и температуры электронов:

$$\frac{\partial N}{\partial \tau} - \eta_U - \frac{\omega}{\omega_0} U = -\eta_U - \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} U + \frac{\partial^2 N}{\partial \xi^2} + \eta_N N + f_1, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \xi} + \gamma \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} = \alpha \frac{\partial U}{\partial \xi} + 2(N - \tilde{j}) + h_U U + f_2.$$
(1.2)

Здесь  $N = (n - n_0)/n_0$ ,  $U = (T - T_0)/T_0$  — безразмерные отклонения концентрации и температуры электронов от стационарных значений;  $i = (i - i_0)/i_0$  — безразмерная переменная составляющая тока разряда;  $\xi = (E_0/T_0) x$  — безразмерная координата (положительное направление к аноду);  $\tau = b_i (E_0^2/T_0) t$  — безразмерное оси х выбрано от катода время; b<sub>i</sub> -- подвижность ионов в плазме газового разряда; E<sub>0</sub> --стационарное значение электрического поля;  $\eta_U$  и  $\eta_N$  — безразмерные производные по температуре и концентрации от функции, характеризующей частоту ионизации;  $h_U$  — безразмерная производная по температуре от функции, описывающей потери энергии электронов в единицу времени при соударениях;  $f_1$ ,  $f_2$  — нелинейные функции N, U и их производных по ξ; γ и α -- кинетические коэффициенты; ω0 -- одна из собственных частот страт; о — частота внешнего воздействия (частота модуляции тока разряда).

Вблизи порога возбуждения страт можно считать, что отклонения концентрации электронов от равновесной малы,  $N \leq \varepsilon$  (где  $\varepsilon \equiv \eta_U^{-1/4} \ll 1$ ), поэтому в разложении для  $f_1$  и  $f_2$  можно ограничиться кубическими членами [5]. Учтем также, что квадратичная нелинейность не дает вклада в первое приближение по малому параметру  $\varepsilon$ . Тогда функции  $f_1$ ,  $f_2$  запишутся в виде:

$$f_{1} = \rho_{1} N^{3} + \rho_{2} N^{2} U + \rho_{3} N U^{2} + \rho_{4} U^{3};$$
  
$$f_{2} = \alpha \left(N - \tilde{j}\right) N \frac{\partial U}{\partial \xi} + \gamma N \frac{\partial U}{\partial \xi} \frac{\partial N}{\partial \xi} +$$
(2)

$$+N(2\tilde{j}-3N)\frac{\partial N}{\partial \xi}+2N(2N-\tilde{j})(N-\tilde{j})+\sigma_1N^3+\sigma_2N^2U+\sigma_3NU^2+\sigma_4U^3.$$

Здесь  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho_3$ ,  $\rho_4$ ,  $\sigma_4$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ ,  $\sigma_4$  — коэффициенты разложения функций  $f_1, f_2$  в ряд по степеням N и U.

Мы ограничимся случаем, когда сопротивление источника питания достаточно велико, так что ток можно считать заданным. Положим

$$\tilde{i} = \bar{C}e^{i\omega\tau} + \bar{C}^*e^{-i\omega\tau}$$

где  $\overline{C}$  и  $\omega$  — соответственно комплексная амплитуда и частота модуляции тока. Начало отсчета времени можно выбрать так, чтобы  $\overline{C} = \overline{C}^* = C$ . Граничные условия зададим так же, как и в [5]:

$$N(0) = N(l) = 0,$$
  

$$U(0) = U(l) = 0,$$
(3)

где  $l = (E_0/T_0)L$  — безразмерная длина трубки. Эти условия соответствуют заданию постоянной концентрации и температуры электронов на концах разрядной трубки.

Отличие уравнений (1) от соответствующих уравнений в [5] заключается в том, что в обе части уравнения (1.1) добавлен малый член

$$-\eta_U ((\omega - \omega_0) / \omega_0) U$$

который характеризует расстройку между частотой внешнего воздействия и одной из собственных частот страт.

При введении этой поправки независимо от частоты  $\omega$ , на которой мы ищем решение порождающей системы (1), решением дисперсионного уравнения является собственная частота страт:

$$\omega_0 = \eta_U / (\gamma \varkappa_0),$$

где жо — собственное волновое число страт. Значение жо, в свою очередь, задается граничными условиями.

Отметим, что при  $\omega = \omega_0$  уравнения (1) переходят в (4), (5) из [5].

Решение характеристического уравнения в случае, когда источник питания является источником тока, имеет вид [6]:

$$\kappa_0 l = \kappa_1 l + 2\pi m, \tag{4}$$

где  $\varkappa_1 = h_U \omega_0 / \eta_U$  — волновое число встречной волны, распространяющейся от анода к катоду.

Решение уравнений (1) с правой частью в виде (2) ищем на частоте вынуждающей силы (случай синхронизации) и с волновыми числами  $\varkappa_1 = 0$  и  $\varkappa_2 = \varkappa_0$ , полученными из решения дисперсионного уравнения:

$$N = A(\xi, \tau) \exp[i(\omega\tau + \varkappa_0\xi) + i\varphi_1(\xi, \tau)] +$$
  
+ B(\xi, \tau) exp[i\overline\tau+i\varphi\_2(\xi, \tau)] + \text{K. c.} + ...  
$$U = (i\omega_0/\eta_U) \{A(\xi, \tau) \exp[i(\omega\tau + \varkappa_0\xi) + i\varphi_1(\xi, \tau)] +$$
  
+ B(\xi, \tau) exp[i\overline\tau+i\varphi\_2(\xi, \tau)] + \text{K. c.} + ...

Применяя асимптотический метод, аналогичный методу Крылова — Боголюбова для сосредоточенных систем, получаем укороченные уравнения для амплитуд A, B и фаз  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  в первом приближении по  $\varepsilon$ :

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + \frac{\omega}{\varkappa_0} \frac{\partial A}{\partial \xi} = \frac{\omega}{\varkappa_0} \psi A + \left\{ A^2 \left[ \frac{\omega}{\varkappa_0} \left( \chi_1 - 6 \left( 1 + a \right) \right) \right] + 2B^2 \left[ \frac{\omega}{\varkappa_0} \left( \chi_1 - 2 \left( 5 + a \right) \right) \right] - 4 \frac{\omega}{\varkappa_0} C^2 + 4 \frac{\omega}{\varkappa_0} \left( 5 + a \right) BC \cos \varphi_2 \right\} A; \quad (5.1)$$
$$\frac{\partial B}{\partial \xi} = 2B - 2C \cos \varphi_2 + (12 + \zeta_1) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - 18B^2 C \cos \varphi_2 + C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] A^2 B - C \left( 12 + \zeta_1 \right) B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] B^3 + \left[ 8 \left( 2 + a \right) + 2\zeta_1 \right] B^3 + \left[ 8 \left$$

$$+ 4BC^{2} - 4(2 + a) A^{2}C \cos \varphi_{2} + 2BC^{2} \cos 2\varphi_{2}; \qquad (5.2)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} + \frac{\omega}{\varkappa_0} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi} = -\delta\omega + A^2 \omega \left(\chi_2 + 4\right) + 2B^2 \omega \left(\chi_2 + 3\right) - 4BC \omega \cos \varphi_2;$$
(5.3)

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial \xi} = \varkappa_1 + (2C/B) \sin \varphi_2 + \frac{\partial BC}{\partial BC} \sin \varphi_2 + \frac{\partial BC}{\partial \xi} + \frac{A^3}{B} C \sin \varphi_2 - 2C^2 \sin 2\varphi_2 + \varkappa_0 \zeta_2 (2A^2 + B^2).$$
(5.4)

Здесь использовались следующие обозначения:

$$\zeta_{1} = 3\sigma_{1} + (\omega_{0}^{2}/\eta_{U}^{2})\sigma_{3};$$
  

$$\zeta_{2} = [\omega_{0}/(\eta_{U}\varkappa_{0})] [\sigma_{2} + 3(\omega_{0}^{2}/\eta_{U}^{2})\sigma_{4}];$$
  

$$\chi_{1} = (\varkappa_{0}/\omega) [3\rho_{1} + (\omega_{0}^{2}/\eta_{U}^{2})\rho_{3}] - \zeta_{1};$$
  

$$\chi_{2} = (\omega_{0}/\omega) (1/\eta_{U}) [\rho_{2} + 3(\omega_{0}^{2}/\eta_{U}^{2})\rho_{4}] - \zeta_{2};$$
  

$$a = 1 - \alpha/2\gamma; \ \delta\omega = \omega - \omega_{0} + (\omega/\varkappa_{0})\varkappa_{1};$$
  

$$\psi = (\varkappa_{0}/\omega) [(\eta_{N} - \varkappa_{0}^{2}) - 2a\omega/\varkappa_{0}].$$

Аналогично [5] уравнения (5) будем решать методом последовательных приближений, который справедлив, если  $N \leq \varepsilon$ , т. е.  $A, B \sim \varepsilon$ . Амплитуду внешнего воздействия полагаем  $C \leq \varepsilon^2$ , а также  $\delta \omega / \omega_0 \leq \varepsilon$ .

В линейном приближении решения уравнений (5.1), (5.2), (5.4) запишутся в виде

$$A_{\pi} = A_0 \exp(\psi \xi); B_{\pi} = B_0 \exp(2\xi); \varphi_{2\pi} = \varkappa_1 \xi + \varphi_{20}.$$

Далее ищем малые поправки к линейным решениям:

$$A = A_n + x; B = B_n + y,$$

где *x*, *y*≤ε<sup>2</sup>.

Приведем выражения для х и у:

$$\begin{aligned} x &= \frac{\chi_1 - 6 (1 + a)}{2\psi} A_0^3 e^{3\psi\xi} + \frac{\chi_1 - 2 (5 + a)}{2} e^{(\psi + 4)\xi} A_0 B_0^2 \\ y &= \left(3 + \frac{\zeta_1}{4}\right) B_0^3 e^{6\xi} + \frac{4 (2 + a) + \zeta_1}{\psi} A_0^2 B_0 e^{2(\psi + 1)\xi} + \\ &+ \frac{2C}{\varkappa_1^2 + 4} \left(2\cos\left(\varkappa_1 \xi + \varphi_{20}\right) - \varkappa_1 \sin\left(\varkappa_1 \xi + \varphi_{20}\right)\right). \end{aligned}$$

Амплитуды  $A_0$  и  $B_0$  определим из граничных условий. После подстановки N и U в выражение (3) граничные условия принимают вид:

$$\begin{aligned} Ae^{i\varphi_{1}}|_{\xi=0} + Be^{i\varphi_{2}}|_{\xi=0} &= 0;\\ Ae^{i\varphi_{1}}|_{\xi=l} e^{i\varkappa_{\bullet}l} + Be^{i\varphi_{e}}|_{\xi=l} &= 0. \end{aligned}$$

Учитывая соотношение (4), имеем:

$$\varphi_1(0) = \varphi_2(0), \tag{6.1}$$

 $\varphi_2(l) = \varphi_1(l) + \varkappa_1 l, \qquad (6.2)$ 

$$A_0 + B_0 + x(0) + y(0) = 0, (6.3)$$

$$A_0 \exp(\psi l) + B_0 \exp(2l) + x(l) + y(l) = 0.$$
(6.4)

Известно, что в случае, когда источник питания является источником тока, значение  $\psi$  на границе области самовозбуждения страт равно  $\psi_0 = 2$ ; так как задача решается вблизи порога самовозбуждения, то

$$(\psi - \psi_0) l \sim \varepsilon \ll 1.$$

Исключая из уравнений (6.3), (6.4)  $B_0$ , мы можем записать уравнение, позволяющее определить  $A_0$ :

$$A_{0}(\psi-2) l = A_{0}^{3} \exp(4l) \cdot 3[\zeta_{1}-\chi_{1}+6(3+a)]/4 + (2C/(\varkappa_{1}^{2}+4)) [2(\cos\varphi_{20}-\exp(-2l)\cdot\cos(\varkappa_{1}l+\varphi_{20})) - (7) - \varkappa_{1}(\sin\varphi_{20}-\exp(-2l)\cdot\sin(\varkappa_{1}l+\varphi_{20}))].$$
(7)

Решение уравнения (7) представляем в виде суммы  $A_0$ , не зависящето от C, и малой добавки  $A_C$ , обусловленной наличием членов, содержащих амплитуду внешнего воздействия  $C(C \leq \varepsilon^2)$ . Тогда

$$A_{0}^{2} = \frac{4 (\psi - 2) l e^{-4l}}{3 [\zeta_{1} - \chi_{1} + 6 (3 + a)]};$$

$$A_{C} = \frac{C}{(\psi - 2) l (\varkappa_{1}^{2} + 4)} [2 (e^{-2l} \cos (\varkappa_{1} l + \varphi_{20}) - \cos \varphi_{20}) - \varkappa_{1} (e^{-2l} \sin (\varkappa_{1} l + \varphi_{20}) - \sin \varphi_{20})];$$

$$B_{0} = -A_{0}; B_{C} = -A_{C}.$$

(Далее везде через  $A_0$  и  $B_0$  обозначена та часть  $A_0$ ,  $B_0$ , которая не зависит от C.)

Для нахождения ширины полосы синхронизации обратимся теперь к уравнениям фаз (5.3), (5.4). Учитывая, что в режиме синхронизации  $\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} = 0$ , запишем уравнение для разности фаз  $\varphi_1 - \varphi_2$  и проинтегрируем его от 0 до *l*. Тогда получим

$$(\varkappa_{0}/\omega) \,\delta\omega \cdot l = \int_{0}^{l} d\xi \,\{\varkappa_{0} \,(\chi_{2} + 4 - 2\zeta_{2}) \,A^{2} + \varkappa_{0} \,[2 \,(\chi_{2} + 3) - \zeta_{2}] \,B^{2} - 4BC \,\varkappa_{0} \cos \varphi_{2} - -2 \,(C/B) \sin \varphi_{2} - 6 \,BC \sin \varphi_{2} - 4 \,(2 + a) \,(A^{2}/B) \,C \sin \varphi_{2}\}.$$
(8)

Если теперь в правой части положить C=0, то интеграл от всех остальных членов будет равен ( $\varkappa_0/\omega$ )  $\delta\omega_{\rm HR} \cdot l$ , где  $\delta\omega_{\rm HR}$  — нелинейная поправка к собственной частоте системы. Так как в отсутствие внешне-го воздействия генерация страт в системе происходит на частоте

$$\omega_0 + \delta \omega_{\mathrm{H,R}} - \frac{\omega_0}{\varkappa_0} \varkappa_1,$$

то и расстройку мы должны переопределить по отношению к этой истинной собственной частоте генерации волн. Введем параметр

$$\Delta = \omega - (\omega_0 + \delta \omega_{\text{H,I}} - (\omega_0 / \varkappa_0) \varkappa_1) = \delta \omega - \delta \omega_{\text{H,I}}.$$

При дальнейших преобразованиях (8) учитывались известные оценки [5]:

$$\chi_1, \zeta_1 \leqslant (1/\varepsilon); \chi_2, \zeta_2 \leqslant 1; \varkappa_0 \sim (1/\varepsilon);$$
  
$$\varkappa_1 \sim 1; \ (\psi-2) l \sim \varepsilon; \ a \leqslant 1; \ \exp(2l) \gg 1 ( \geqslant (1/\varepsilon^2) ).$$

В результате получено следующее выражение, связывающее расстройку  $\Delta$  с амплитудой внешнего воздействия *C* и фазой  $\phi_{20}$ :

$$\frac{\Delta l}{\omega} = \frac{C}{A_0} \frac{2/\varkappa_0}{\sqrt{\varkappa_1^2 + 4}} \sqrt{1 + \left[\frac{3(\chi_2 - \zeta_2) + 10}{3(\zeta_1 - \chi_1 + 6(3 + a))} \varkappa_0\right]^2} \cdot \sin(\varphi_{20} - \beta),$$

где

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{2[3(\chi_2 - \zeta_2) + 10] - 3(\varkappa_1/\varkappa_0)[\zeta_1 - \chi_1 + 6(3 + a)]}{\varkappa_1[3(\chi_2 - \zeta_2) + 10] + (6/\varkappa_0)[\zeta_1 - \chi_1 + 6(3 + a)]}.$$

Ширину полосы синхронизации получаем из тригонометрического условия:

$$\left|\frac{\Delta_{c}}{\omega_{0}}\right| \leq \frac{C}{A_{0}} \frac{2/(\chi_{0} l)}{\sqrt{\varkappa_{1}^{2} + 4}} \sqrt{\frac{1 + \left[\frac{3(\chi_{2} - \zeta_{2}) + 10}{3(\zeta_{1} - \chi_{1} + 6(3 + a))} \varkappa_{0}\right]^{2}}}$$
(9)

Отметим определенное сходство полученных результатов с результатами теории синхронизации сосредоточенных генераторов [7]. Вопервых, малое внешнее воздействие для обоих классов задачи практи-



Качественный вид дисперсионной характеристики страт в области самовозбуждения (сплошная линия). Пунктиром дана зависимость  $\omega = \eta v/\gamma \varkappa$ 

чески не влияет на амплитуду автоколебаний; воздействие же на фазу является сильным — имеет место синхронизации частоты. Во-вторых, из (9) видно, что, как и для сосредоточенных систем, ширина полосы синхронизации с точностью до коэффициентов пропорциональна отношению амплитуды внешнего воздействия к амплитуде собственных автоколебаний.

В работе [2] приводятся экспериментальные данные по измерению ширины полосы синхронизации страт, но так как в (9) входят коэффициенты, не измеряемые непосредственно в эксперименте ( $\chi_1$ ,  $\chi_2$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ), то проведение численного сравнения теории с экспериментом невозможно.

Вышеизложенная теория позволяет уточнить вид дисперсионных характеристик страт в области самовозбуждения. В эксперименте дисперсионные соотношения измерялись в дискретных точках  $\omega = \omega_{on}$ , и зависимость  $\omega$  от  $\varkappa$  хорошо аппроксимировалась гиперболой  $\omega \sim 1/\varkappa$  (пунктирная линия на рисунке). Однако из теории следует, что в точках  $\varkappa = \varkappa_n$  мы должны иметь вертикальные отрезки прямых, высота которых равна ширине синхронизации  $\Delta_c$  (которая, как видно из (9), убывает с ростом  $\varkappa_n$ ). Качественно теоретическая зависимость  $\omega(\varkappa)$ показана на рисунке сплошной линией.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Зайцев А. А. Колебания в разряде как источник бегущих волн. ДАН СССР, 1951, 79, № 5, с. 779—781. [2] Зайцев А. А. Автоколебательные режимы и бегущие слои в разряде. ДАН СССР, 1952, 84, № 1, с. 41—44. [3] Зайцев А. А., Махров В. Ф., Савченко И. А. О правилах подобия для подвижных страт. — Радиотехника и электроника, 1970, 15, № 12, с. 2650—2654. [4] Манешин П. К., Хохлов Р. В. Взанмная синхронизация двух молекулярных генераторов при малой связи. — Научн. докл. высшей школы. Радиотехника и электроника, 1958, № 3, с. 74—83. [5] Ланда П. С., Пономарев Ю. В., Садовский В. Н. Ионизационные волны (страты) в ограниченной низкотемпературной плазме. — Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1978, 21, № 11, с. 1691—1701. [6] Ланда П. С., Пономарев Ю. В. Возбуждение ионизационных волн в низкотемпературной плазме. Радиотехника и электроника, 1976, 21, № 11, с. 2337—2343. [7] Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. — М.: Гостехиздат, 1952, 104 с.

Поступила в редакцию 07.09.79

### ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 5

# УДК 530.12

# КАЛИБРОВОЧНЫЕ ПОЛЯ В СЛУЧАЕ ДИСКРЕТНЫХ СИММЕТРИИ

#### Г. А. Сарданашвили,

(кафедра теоретической физики)

Распространение калибровочной теории на дискретные симметрии представляет интерес в различных аспектах.

1. Многие фундаментальные характеристики полей и элементарных частиц могут описываться не группами Ли, как принято, а дискретными группами симметрий, в частности группами Кокстера отражений весовых диаграмм конечномерных представлений соответствующих групп Ли [1]. Например, группа Кокстера  $A_2 = (a_1, a_2: (a_1a_2)^3 = 1)$  полностью характеризует симметрии триплета SU(3)-кварков.

2. В последние годы в теории поля значительное внимание уделяется так называемым топологическим характеристикам полей, которые остаются инвариантными при некоторого рода топологических преобразованиях. Существует мнение, что большинство физических характеристик полей и частиц должно иметь топологическую природу [2] и их теорию следует строить на языке топологически инвариантных структур и величин [3]. Калибровочная теория дискретных симметрий является примером такого рода теорий.

3. Калибровочная теория в случае дискретных групп симметрий обнаруживает также определенные аналогии с описанием дислокаций в кристаллах, а ее калибровочным полям оказываются присущи эффекты типа квантования потока напряженности этих полей и образования флаксонов. В этой связи возникает перспектива применения разнообразных комбинаций флаксонов калибровочных полей для моделирования различных характернстик элементарных частиц [4].

В формулировке калибровочной теории в формализме расслоений построение калибровочной теории данной группы симметрий G трактуется как задание связности на главном расслоении  $\lambda_G$  со структурной группой G над координатным многообразием X. Калибровочные поля группы Ли G представляются коэффициентами некоторой формы связности A на  $\lambda_G$ . В общем случае связность на  $\lambda_G$  определяется заданием группы голономии, т. е. гомоморфизма группы петель  $\Omega X$  базы X в G.

В случае дискретной группы G главное расслоение  $\lambda_G$  — это регулярное накрытие, необходимым и достаточным условием существования