СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Зайцев А. А. Колебания в разряде как источник бегущих волн.— ДАН СССР, 1951, 79, № 5, с. 779—781. [2] Зайцев А. А. Автоколебательные режимы и бегущие слои в разряде.— ДАН СССР, 1952, 84, № 1, с. 41—44. [3] Зайцев А. А., Махров В. Ф., Савченко И. А. О правилах подобия для подвижных страт.— Радиотехника и электроника, 1970, 15, № 12, с. 2650—2654. [4] Манешин П. К., Хохлов Р. В. Взаимная синхронизация двух молекулярных генераторов при малой связи.— Научн. докл. высшей школы. Радиотехника и электроника, 1958, № 3, с. 74—83. [5] Ланда П. С., Пономарев Ю. В., Садовский В. Н. Ионизационные волны (страты) в ограниченной низкотемпературной плазме. — Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1978, 21, № 11, с. 1691—1701. [6] Ланда П. С., Пономарев Ю. В. Возбуждение ионизационных волн в низкотемпературной плазме.— Радиотехника и электроника, 1976, 21, № 11, с. 2337—2343. [7] Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы.— М.: Гостехиздат, 1952, 104 с.

Поступила в редакцию
07.09.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 5

УДК 530.12

КАЛИБРОВОЧНЫЕ ПОЛЯ В СЛУЧАЕ ДИСКРЕТНЫХ СИММЕТРИЙ

Г. А. Сарданашвили

(кафедра теоретической физики)

Распространение калибровочной теории на дискретные симметрии представляет интерес в различных аспектах.

1. Многие фундаментальные характеристики полей и элементарных частиц могут описываться не группами Ли, как принято, а дискретными группами симметрий, в частности группами Кокстера отражений весовых диаграмм конечномерных представлений соответствующих групп Ли [1]. Например, группа Кокстера $A_2 = (a_1,\ a_2 : (a_1 a_2)^3 = 1)$ полностью характеризует симметрии триплета $SU(3)$-кварков.

2. В последние годы в теории поля значительное внимание уделяется так называемым топологическим характеристикам полей, которые остаются инвариантными при некоторого рода топологических преобразованиях. Существует мнение, что большинство физических характеристик полей и частиц должно иметь топологическую природу [2] и их теорию следует строить на языке топологически инвариантных структур и величин [3]. Калибровочная теория дискретных симметрий является примером такого рода теорий.

3. Калибровочная теория в случае дискретных групп симметрий обнаруживает также определенные аналогии с описанием дислокаций в кристаллах, а ее калибровочным полям оказываются присущи эффекты типа квантования потока напряженности этих полей и образования флаксонов. В этой связи возникает перспектива применения разнообразных комбинаций флаксонов калибровочных полей для моделирования различных характеристик элементарных частиц [4].

В формулировке калибровочной теории в формализме расслоений построение калибровочной теории данной группы симметрий G трактуется как задание связности на главном расслоении λ_G со структурной группой G над координатным многообразием X. Калибровочные поля группы Ли G представляются коэффициентами некоторой формы связности A на λ_G. В общем случае связность на λ_G определяется заданием группы голономии, т. е. гомоморфизма группы петель ΩX базы X в G.

В случае дискретной группы G главное расслоение λ_G — это регулярное накрытие, необходимым и достаточным условием существования которого над данным пространством X является наличие такой нормальной подгруппы H фундаментальной группы $\pi_1(X)$, что фактор-группа $\pi_1(X)/H$ изоморфна G. Гомоморфизм $\Omega X \to G$ сводится к эпиморфизму $\pi_1(X) \to G$ с ядром H. Действие группы G как группы голономии определяется действием $\pi_1(X)$ на слоях расслоения λ_G со стационарной подгруппой H.

Таким образом, в случае дискретных симметрий задание калибровочных полей полностью обусловливается структурой фундаментальной группы координатного пространства, т. е. его глобальными топологическими особенностями, а преобразования связности, отвечающие обходу по некоторому замкнутому контуру, определяются только гомотопическим классом этого контура и, в частности, для стягиваемых контуров тривиальны.

Подобная ситуация возникает, например, при описании дислокаций в кристалле, когда в результате обхода по любому замкнутому контуру τ, охватывающему (бесконечную или замкнутую) линию дислокации D ($X = R^3 - D$, $\pi_1(X) = Z$), вектор упругого смещения получает приращение на постоянный вектор Бюргерса.

Хотя представление калибровочных полей группами голономии, т. е. киральными полями на пространстве петель ΩX базы X со значениями в G, сейчас активно разрабатывается, его непосредственное применение в обычном лагранжевом формализме теории поля пока затруднительно. Поэтому и калибровочные поля дискретных групп симметрий было бы желательно описывать в привычном виде векторных полей на многообразии X. Это можно сделать в случае абелевых дискретных групп симметрий.

Пусть, например, G — абелева дискретная подгруппа некоторой группы Ли и ее образующие элементы допускают экспоненциальное представление. Пусть также $\pi_1(X)$ — свободная абелева группа, фактор-группой которой является G. В этом случае $\pi_1(X)$ изоморфна группе сингулярных гомологий $H_1(X)$ пространства X и определен эпиморфизм $\rho: H_1(X) \to G$.

По теореме де Рама группа когомологий $H^1(X)$ вещественных дифференциальных форм на X отождествима при помощи билинейной формы — интегрирования с пространством всех линейных функций на группе $H_1(X)$, рассматриваемой с вещественными коэффициентами. Отсюда всякому элементу $g = \exp(J_g)$ из множества образующих группы G можно сопоставить (с точностью до полного дифференциала) замкнутую 1-форму A^g ($dA^g = 0$), такую, что $\oint\limits_\tau A^g = 1$ по любому замкнутому контуру $\tau \in \rho^{-1}(g) \subset H_1(X)$ и равен нулю в противном случае. $\sum\limits_g A^g J_g$ образует форму связности с дискретной группой голономии G на расслоении λ над X, сечения которого описывают некоторый мультиплет материальных полей $\{\varphi\}$ с группой симметрий G, а ковариантная производная $D_\mu = \partial_\mu - \Sigma A^g_\mu J_g$ может быть включена в лагранжиан этих полей $\{\varphi\}$.

При этом особенностью калибровочных полей A^g дискретной группы симметрий G является то, что тензор напряженности этих полей $F^g_{\mu\nu}$ равен нулю и они могут быть убраны калибровкой во всякой стягиваемой области пространства X, но не во всем этом пространстве. Такие поля можно рассматривать как своего рода вакуумные калибровочные поля. Они нетривиальны на пространствах X с ненулевой группой гомологий $H_1(X)$ и могут приводить к эффектам типа Аронова — Бома в теории электромагнетизма [5].

Для таких полей, в частности, имеет место эффект квантования потока их напряженности, например, магнитного поля, когда G — подгруппа $U(1)$. Он выражается обобщением теоремы де Рама на относительные гомологии и когомологии, если X является замкнутым подмногообразием некоторого многообразия Y, например пространства Минковского.

Пусть S — некоторая 2-цепь (поверхность) в Y, граница τ которой лежит в X, т. е. является 1-циклом (контуром) в X. Пусть также A^g — замкнутая 1-форма в X, продолжением которой на Y является форма $A_Y{}^g \cdot F = dA_Y{}^g$ — это 2-форма (напряженность поля $A_Y{}^g$) в Y ($F=0$ на X). Тогда значение $\int\limits_S F = \int\limits_\tau A^g$ определяется только когомологическим классом A^g и классом относительных гомологий S, т. е. может принимать только дискретные значения.

Вакуумные калибровочные поля с дискретной группой голономии можно рассматривать как необходимый атрибут всякого гомологически нетривиального пространства X, топологические особенности которого выступают в качестве своего рода источников такого сорта полей. Тем самым эти поля следует учитывать во всякой полевой модели, строящейся на пространстве X, в качестве своеобразной полевой характеристики топологической структуры X. В частности, взаимодействие вакуумных калибровочных полей с материальными полями $\{\varphi\}$ на X может приводить к появлению у $\{\varphi\}$ аномальных характеристик.

Это можно проиллюстрировать упрощенным примером статических полей $\{\varphi\}$ с циклической группой симметрий $Z_p \subset U(1)$ на пространстве R^3 с разрезом по прямой линии D. $H_1(X) = Z$ и калибровочное поле A^g, отвечающее образующему элементу $g = \exp(2\pi i/p)$ группы Z_p, в калибровке $\operatorname{div} A^g = 0$ в полярных координатах имеет вид $A^g = (0, 1/2\pi\rho, 0)$. Уравнение полей $\{\varphi\}$ во внешнем поле A^g запишется в виде

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho\frac{\partial\varphi}{\partial\rho} - \frac{\varphi}{p^2\rho^2} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} - \frac{2i}{p\rho^2}\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0.$$

Его решение в разделяющихся переменных (постоянное по z)

$$\varphi = \left(A\rho^{\sqrt{1/p^2+m^2}} + B\rho^{-\sqrt{1/p^2+m^2}}\right)\left(ae^{i\omega_1\theta} + be^{i\omega_2\theta}\right),$$

$$\omega_{1,2} = \left(1 \pm \sqrt{1+4p^2m^2}\right)/2p$$

характеризуется аномальным ненулевым минимальным значением орбитального момента $1/p$.

В заключение заметим, что, возвращаясь к аналогии с описанием дислокаций в кристаллах, можно рассмотреть непрерывное распределение линий разрезов в пространстве R^3, характеризуя его некоторым вектором плотности j. В этом случае соответствующее вакуумное калибровочное поле будет определяться уравнением $\operatorname{rot} A = j/2\pi$. При этом, подобно тому как напряжения в кристалле действуют на линию дислокации, можно было бы ввести и силу $F = [A, j]$, с которой поле A действует на разрез j в R^3. Это, в частности, создает возможность построения динамики топологических особенностей в пространстве R^3, что является одним из аспектов проблемы описания топологических переходов в теории поля [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Budini P. Reflection groups and internal symmetry algebras.— Preprint IC/78/120, Miramare—Trieste, 1978. [2] Veneziano G. A topological approach to the dynamics of quarqs and hadrons.— Preprint CERN-2425, 1977. [3] Иванен-

ко Д., Сарданашвили Г. Модели с переменной топологией в теории поля.— Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон., 1979, 20, № 3, с. 71—74. [4] Jehl H. Flux quantization and particle physics.— Preprint G. Washington Univ., 1972. [5] Barut A. Electromagnetic fields over manifolds with Betty numbers.— Preprint Colorado Univ., 1978.

Поступила в редакцию
21.09.79

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 5

УДК 519.281.1:539.104

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ПО ЕЕ МОМЕНТАМ В ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА

Б. Я. Юрков
(НИИЯФ)

Решение интегро-дифференциального уравнения переноса Льюиса [1] методом моментов по Спенсеру [2] предполагает возможность восстановления искомой зависимости $J(x)$ по вычисленным ее моментам J_n с помощью функции $\varphi(x)$, аппроксимирующей искомое распределение. При этом аппроксимирующая функция $\varphi(x)$ должна отражать реальный физический процесс и быть достаточно простой, чтобы не затруднять вычислений ее моментов φ_n.

Однако в методе Спенсера [2] выбор параметров, определяющих аппроксимирующую функцию, и аппроксимирующих кривых искомого распределения производится с определенной долей произвола. Из проблемы моментов [3] известно, что последние не всегда определяют искомую функцию однозначно, и поэтому произвольный подбор параметров осложняет вопрос об однозначности представления такого распределения.

Наряду со спенсеровским подходом предлагались и другие способы восстановления функции по моментам, либо незначительно отличающиеся от спенсеровского [4], либо с более радикальными изменениями [5, 6, 7], но имеющие существенные недостатки. Так, в методе Эдейви [5] не учитывались высшие моменты J_n, определяющие асимптотическое (при $x \approx 1$) поведение искомого распределения. Тем же недостатком страдали методы, предложенные в работах [6, 7].

В данной работе предлагаются такие изменения спенсеровского метода, которые устраняют вышеуказанные недостатки.

В построении аппроксимирующей функции $\varphi(x)$ для искомого распределения ионизационных потерь энергии быстрыми электронами $J(x)$ по глубине облучения x Спенсер исходил из известного распределения в асимптотическом случае $(x \approx 1)$

$$\varphi^a(\xi, x) = (1-x)^{-3/2} \exp[-\xi/(1-x)],$$

которое он экстраполировал на всю область изменения x:

$$\varphi(\nu, \xi, x) = (1-x)^{\nu} \exp[-\xi x/(1-x)] \quad (0<x<1). \tag{1}$$

Заметим теперь, что в асимптотическом случае моменты аппроксимирующей функции

$$\varphi_n(\nu, \xi) = \int_0^1 x^n (1-x)^{\nu} \exp[-\xi x/(1-x)]\, dx \tag{2}$$