T, К	8000	9000	10 000	11 000	12 000
Вероятность туннельного эффекта, $с^{-1}$	$7\cdot10^5$	$3,5\cdot10^9$	$6\cdot10^{11}$	$7\cdot10^{12}$	$2,4\cdot10^{13}$

Как видно из таблицы, вероятность туннельного эффекта, а следовательно и вероятность появления нетепловой составляющей в непрерывном спектре азотной плазмы, с увеличением температуры быстро возрастает (ср. [6]). Это приведет к появлению дополнительного слагаемого в левой части уравнения (2), т. е. к эффективному уменьшению экспериментально определяемого коэффициента поглощения. Таким образом, относительное уменьшение коэффициента поглощения азотной плазмы по сравнению с расчетом можно объяснить увеличением вероятности распада иона $N^-(^3P)$ без поглощения излучения с увеличением числа Маха. На основании экспериментальных значений коэффициента поглощения азотной плазмы и сравнения их с расчетными, предполагая выполнение принципа детального равновесия, можно оценить сечение радиационного прилипания электрона к атому азота с образованием стабильного отрицательного иона в основном состоянии ^3P при температурах 8000—9000 К. Соответствующие значения сечений составляют: $1,4\cdot10^{-16}$ см^2 ($T=8000$ К) и $2,6\cdot10^{-17}$ см^2 ($T=9000$ К).

Авторы выражают благодарность А. И. Осипову за интерес к работе и советы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Асиновский Э. И., Кириллин А. В., Кобзев Г. А. Исследование непрерывного излучения азотной плазмы.— J. Quant. Spectr. Radiat. Transfer., 1970, 10, с. 143—164. [2] Огурцова Н. Н., Подмошенский И. В., Демидов М. И. Энергетическая калибровка импульсного источника света ЭВ-45 (ЭВ-39) в ультрафиолетовой области спектра.— Журн. прикл. спектроскопии, 1968, 9, № 3, с. 365—368. [3] Кобзев Г. А. Фотораспад отрицательного иона азота в плазме.— Оптика и спектроскопия, 1971, 31, с. 37—42. [4] Авилова И. В., Норман Г. Э. Снижение потенциала ионизации отрыва электрона от отрицательного иона в плазме.— Теплофиз. высоких температур, 1964, 2, № 4, с. 517—524. [5] Mazeau J., Gresteau F., Hall R. I., Huetz A. Energy and width of $N^-(^3P)$ from observation of its formation by dissociative attechment to N_2 and NO.— J. Phys. B.: Atom. Molec. Phys, 1978, 11. 18, p. 557—560. [6] Маренчак М., Рязин А. П. Об избыточном излучении плотной низкотемпературной плазмы при температурах 13000—15000 К.— Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1980, 21, № 6, с. 80—83.

Поступила в редакцию
03.11.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 5

УДК 530.145

ТЕНЗОРНОЕ ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ. ДВИЖЕНИЕ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Б. М. Барбашов, А. А. Леонович

(кафедра квантовой статистики)

В теории электромагнитного поля фигурирует антисимметричное тензорное поле второго ранга. Согласно уравнениям Максвелла внешняя производная d и обобщенная дивергенция δ этого тензорного поля при отсутствии зарядов обращаются в нуль [1]. Эти факты наводят на мысль, что если наряду с уравнениями Максвелла существуют другие релятивистские уравнения, формулируемые в терминах этих дифференциальных операторов δ и d, то можно ожидать, что они будут представлять интерес и с физической точки зрения.

Оператор d повышает, а δ понижает на единицу ранг антисимметричных тензорных полей. Поэтому операторы δ и d не действуют в пространствах антисимметричных тензорных полей данного ранга. С этим можно связать равенство нулю массы покоя фотона. Ситуация коренным образом изменяется, если мы рассмотрим прямую сумму антисимметричных тензорных полей всех возможных рангов (известно, что прямое произведение двух дираковских спиноров приводимо и разлагается на скаляр, вектор, бивектор, 3-вектор и 4-вектор [2]). Составляя линейные комбинации операторов δ и d, можно факторизовать оператор Клейна—Гордона в пространстве указанных полей. Полученные при этом дифференциальные уравнения первого порядка обладают рядом замечательных свойств.

Настоящая работа является развитием теории тензорного волнового уравнения, предложенного в работах [3—5], где рассмотрен лагранжев формализм и изучены свойства симметрии уравнения. В статьях [3—4] исследуемое уравнение рассматривается как общековариантная формулировка уравнения Дирака.

Цель работы — изучение тензорного тока вероятности и решение задачи о движении тензорной частицы в поле плоской электромагнитной волны.

Рассматривается система уравнений (см. работы [3—5])

$$\begin{cases} \nabla^\sigma \psi_\sigma = m\psi, \\ \nabla_\mu \psi_\nu - \nabla_\nu \psi_\mu - i\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \nabla^\alpha \psi^\beta = m\,\psi_{\nu\mu}, \\ \nabla^\sigma \psi_{\sigma\mu} - \nabla_\mu \psi = m\,\psi_\mu, \end{cases} \tag{1}$$

где $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ — единичный антисимметричный псевдотензор с $\varepsilon_{0123}=1$, $\nabla_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$. Метрика пространства Минковского определяется тензором $g_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(+ - - -)$. Из второго уравнения следует, что

$$\tilde{\psi}_{\mu\nu} = i\psi_{\mu\nu}, \tag{2}$$

где $\tilde{\psi}_{\mu\nu} = (1/2)\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\psi^{\alpha\beta}$ — бивектор, дуальный $\psi_{\mu\nu}$. Волновую функцию тензорной частицы запишем в виде $\Psi = (\psi, \psi_\mu, \psi_{\mu\nu})$.

Из уравнений (1) и им комплексно-сопряженных, путем исключения m, получим уравнение непрерывности:

$$\partial^\nu \Pi_{\mu\nu}(\psi) = 0, \tag{3}$$

где

$$\Pi_{\mu\nu}(\psi) = g_{\mu\nu}(\bar\psi\psi - \bar\psi_\alpha\psi^\alpha) + \psi_\mu\bar\psi_\nu + \bar\psi_\mu\psi_\nu - \bar\psi_{\mu\alpha}\psi_\nu{}^\alpha +$$
$$+ \bar\psi\psi_{\mu\nu} + \psi\bar\psi_{\mu\nu} - i\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\bar\psi^\alpha\psi^\beta$$

действительный тензорный ток, аналогичный векторному току вероятности в теории Дирака, $\bar\Psi$ — поле, комплексно-сопряженное Ψ. При доказательстве равенства (3) были использованы вытекающие из условия самодуальности (2) соотношения

$$\bar\psi_{\mu\nu}\psi^{\mu\nu} = 0,\quad \bar\psi_{\mu\alpha}\psi^{\nu\alpha} = \psi_{\mu\alpha}\bar\psi^{\nu\alpha},$$
$$\delta^\beta_\mu\psi_{\nu\alpha} + \delta^\beta_\nu\psi_{\alpha\mu} + \delta^\beta_\alpha\psi_{\mu\nu} = i\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\sigma}\psi^{\sigma\beta}.$$

Исходя из (3) можно сформулировать интегральный закон сохранения. Именно, интегралы

$$I_0(\psi) = \int \Pi_{00}(\psi)\, d^3 x, \quad I_k(\psi) = \int \Pi_{k0}(\psi)\, d^3 x \tag{4}$$

определяют не зависящие от времени инварианты. Отметим, что величина $I_0(\psi)$ существенно положительна, поскольку

$$\Pi_{00}(\psi) = \bar{\psi}\psi + \sum_{\alpha=0}^{3} (\bar{\psi}_\alpha \psi_\alpha + \bar{\psi}_{0\alpha}\psi_{0\alpha}).$$

Интегралы движения (4) существуют независимо от того, присутствует или нет электромагнитное поле, поэтому для тензорного волнового уравнения задача о движении частицы во внешнем электромагнитном поле может быть поставлена корректно.

В рамках волнового уравнения (1) скаляр и самодуальный бивектор составляют своеобразную геометрическую величину, имеющую четыре линейно-независимые компоненты. Эта величина и вектор входят в уравнение симметрично, подобно тому, как спиноры первого и второго рода входят в уравнение Дирака. Квадрирование уравнений (1) приводит к системе

$$\begin{cases} (\nabla^\sigma \nabla_\sigma + m^2)\psi_\mu = ie(F_{\mu\alpha} + i\widetilde{F}_{\mu\alpha})\psi^\alpha, \\ (\nabla^\sigma \nabla_\sigma + m^2)\psi = \dfrac{ie}{2} F_{\alpha\beta}\psi^{\alpha\beta}, \\ (\nabla^\sigma \nabla_\sigma + m^2)\psi_{\mu\nu} = ie(F_{\mu\alpha}\psi^{\alpha}_{\cdot\nu} - F_{\nu\alpha}\psi^{\alpha}_{\cdot\mu}) - ie(F_{\mu\nu} - i\widetilde{F}_{\mu\nu})\psi, \end{cases} \tag{5}$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ — тензор электромагнитного поля. При выводе уравнений 2-го порядка важную роль играют соотношения

$$\nabla_\mu \nabla_\nu - \nabla_\nu \nabla_\mu = ieF_{\mu\nu},$$

$$\nabla_\mu \psi_{\nu\alpha} + \nabla_\nu \psi_{\alpha\mu} + \nabla_\alpha \psi_{\mu\nu} = i\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\nabla_\sigma \psi^{\beta\sigma}.$$

Из (5) следует, что при отсутствии электромагнитного поля A_μ каждая компонента поля Ψ удовлетворяет уравнению Клейна — Гордона.

Рассмотрим задачу о движении тензорной частицы в поле плоской электромагнитной волны [6]. Поле плоской волны с волновым 4-вектором k_μ ($k^2=0$) зависит от 4-координат лишь в комбинации $\varphi = k^\mu x_\mu$, кроме того, 4-потенциал $A_\mu = A_\mu(\varphi)$ удовлетворяет условию калибровки Лоренца $k^\mu A_\mu = 0$. Исходим из уравнений второго порядка (5), в которых тензор поля имеет вид $F_{\mu\nu} = k_\mu A_\nu' - k_\nu A_\mu'$. Для первого уравнения из системы (5) получим

$$(\partial^\sigma \partial_\sigma - 2ie A^\sigma \partial_\sigma - e^2 A^\sigma A_\sigma + m^2)\psi_\mu = ie(F_{\mu\alpha} + i\widetilde{F}_{\mu\alpha})\psi^\alpha.$$

Ищем решение этого уравнения в виде $\psi_\mu(x) = e^{-ipx}\chi_\mu(\varphi)$, где $p^2 = m^2$. Выбор аргумента функции χ_μ обусловлен видом A_μ. Получаем

$$\chi_\mu' = i\left[\frac{e}{(kp)}(pA) + \frac{e^2}{2(kp)}A^2\right]\chi_\mu - \frac{e}{2(kp)}(F_{\mu\alpha} + i\widetilde{F}_{\mu\alpha})\chi^\alpha.$$

Интеграл этого уравнения легко находится:

$$\psi_\mu(x) = e^{iS}\left[g_{\mu\alpha} - \frac{e}{2(kp)}(F_{\mu\alpha} + i\widetilde{F}_{\mu\alpha})\right]u^\alpha,$$

где

$$S = -px - \int\limits_0^{kx} \left[\frac{e}{(kp)} (pA) + \frac{e^2}{2(kp)} A^2 \right] d\varphi$$

классическое действие для частицы, движущейся в поле волны. Аналогичным образом для полей ψ, $\psi_{\mu\nu}$ из (5) получим

$$\psi(x) = e^{iS} \left[u - \frac{e}{(kp)} \frac{1}{4} F_{\alpha\beta} u^{\alpha\beta} \right],$$

$$\psi_{\mu\nu}(x) = e^{iS} \left\{ u_{\mu\nu} - \frac{e}{(kp)} \left[\frac{1}{2} F_{\mu\alpha} u^{\alpha}_{\cdot\nu} - \frac{1}{2} F_{\nu\alpha} u^{\alpha}_{\cdot\mu} - \frac{1}{2} (F_{\mu\nu} - i\widetilde{F}_{\mu\nu}) u \right] \right\}, \tag{6}$$

где u, u_α, $u_{\alpha\beta}$ — решения свободных уравнений движения, в которые переходят (6) при $A=0$. Далее нетрудно найти для полученных решений тензорный ток $\Pi_{\mu\nu}$ и среднее значение плотности тока по времени. Подробный анализ выражения $\Pi_{\mu\nu}$ для полученных решений — предмет дальнейших исследований. Результаты работы могут быть использованы при изучении свойств магнитно-заряженных частиц [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Уилер Д. А. Гравитация, нейтрино и Вселенная.— М.: ИЛ, 1962, с. 295. [2] Картан Э. Теория спиноров.— М.: ИЛ, 1947, с. 50. [3] Lanczos C. Die tensoranalytischen Beziehungen der Diracshen Gleichung.— Z. F. Physik, 1929, 57, p. 447, 474, 484. [4] Cercignani C. Linear representations of spinors by tenzors.— J. Math. Phys., 1965, 8, N 3, p. 417—423. [5] Пестов А. Б. Релятивистские уравнения, определяемые операторами внешнего дифференцирования и обобщенной дивергенции.— Теор. и матем. физика, 1978, 34, № 1, с. 48—52. [6] Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория, ч. 1, М. Наука, 1968, с. 175. [7] Пестов А. Б. Теория магнитного заряда.— Препринт ОИЯИ, Р2—11630, Дубна, 1978.

Поступила в редакцию
13.11.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 5

УДК 533.9.01

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЫ

Н. Д. Наумов

(кафедра теоретической физики)

В связи с интенсивным развитием физики релятивистских электронных пучков и колец, а также в связи с изучением свойств высокотемпературной плазмы актуальной в настоящее время является задача разработки теории неравновесных процессов в релятивистских системах заряженных частиц. Одним из методов кинетического описания электромагнитных процессов является метод моментов [1], где, в частности, рассмотрена система нерелятивистских заряженных частиц, взаимодействующих с электромагнитным полем, причем в одном из способов описания поле разлагается на осцилляторы. В данной работе проводится обобщение указанного подхода на случай системы релятивистских заряженных частиц.

Как известно, создаваемое движущейся заряженной частицей электромагнитное поле можно представить в следующем виде: