где

$$S = -px - \int_0^{kx} \left[\frac{e}{(kp)} (pA) + \frac{e^2}{2(kp)} A^2 \right] d\varphi$$

классическое действие для частицы, движущейся в поле волны. Аналогичным образом для полей ψ, $\psi_{\mu\nu}$ из (5) получим

$$\psi(x) = e^{iS} \left[u - \frac{e}{(kp)} \frac{1}{4} F_{\alpha\beta} u^{\alpha\beta} \right],$$

$$\psi_{\mu\nu}(x) = e^{iS} \left\{ u_{\mu\nu} - \frac{e}{(kp)} \left[\frac{1}{2} F_{\mu\alpha} u^{\alpha}_{\cdot\nu} - \frac{1}{2} F_{\nu\alpha} u^{\alpha}_{\cdot\mu} - \frac{1}{2} (F_{\mu\nu} - i\widetilde{F}_{\mu\nu}) u \right] \right\}, \quad (6)$$

где u, u_α, $u_{\alpha\beta}$ — решения свободных уравнений движения, в которые переходят (6) при $A=0$. Далее нетрудно найти для полученных решений тензорный ток $\Pi_{\mu\nu}$ и среднее значение плотности тока по времени. Подробный анализ выражения $\Pi_{\mu\nu}$ для полученных решений — предмет дальнейших исследований. Результаты работы могут быть использованы при изучении свойств магнитно-заряженных частиц [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Уилер Д. А. Гравитация, нейтрино и Вселенная.— М.: ИЛ, 1962, с. 295. [2] Картан Э. Теория спиноров.— М.: ИЛ, 1947, с. 50. [3] Lanczos C. Die tensoranalytischen Beziehungen der Diracshen Gleichung.— Z. F. Physik, 1929, 57, p. 447, 474, 484. [4] Cercignani C. Linear representations of spinors by tenzors.— J. Math. Phys., 1965, 8, N 3, p. 417—423. [5] Пестов А. Б. Релятивистские уравнения, определяемые операторами внешнего дифференцирования и обобщенной дивергенции.— Теор. и матем. физика, 1978, 34, № 1, с. 48—52. [6] Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория, ч. 1, М. Наука, 1968, с. 175. [7] Пестов А. Б. Теория магнитного заряда.— Препринт ОИЯИ, Р2—11630, Дубна, 1978.

Поступила в редакцию
13.11.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 5

УДК 533.9.01

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЫ

Н. Д. Наумов

(кафедра теоретической физики)

В связи с интенсивным развитием физики релятивистских электронных пучков и колец, а также в связи с изучением свойств высокотемпературной плазмы актуальной в настоящее время является задача разработки теории неравновесных процессов в релятивистских системах заряженных частиц. Одним из методов кинетического описания электромагнитных процессов является метод моментов [1], где, в частности, рассмотрена система нерелятивистских заряженных частиц, взаимодействующих с электромагнитным полем, причем в одном из способов описания поле разлагается на осцилляторы. В данной работе проводится обобщение указанного подхода на случай системы релятивистских заряженных частиц.

Как известно, создаваемое движущейся заряженной частицей электромагнитное поле можно представить в следующем виде:

$$e_\alpha(\mathbf{y}) = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \frac{e_\alpha}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|} + \sum_s p_s \mathbf{e}_s(\mathbf{y}), \quad \mathbf{b}_\alpha(\mathbf{y}) = \sum_s q_s \mathbf{b}_s(\mathbf{y}), \tag{1}$$

где e_α — заряд частицы, и введены обозначения

$$\mathbf{e}_s(\mathbf{x}) = -\frac{1}{c}\mathbf{a}_s(\mathbf{x}), \quad \mathbf{b}_s(\mathbf{x}) = \operatorname{rot} \mathbf{a}_s(\mathbf{x}).$$

Здесь и в дальнейшем индексы s, r обозначают совокупность индексов $\mathbf{k}$, λ, f, где $\mathbf{k}$ — волновой вектор, индекс λ нумерует векторы поляризации $\mathbf{n}_\lambda$, индекс f — базисные функции разложения Фурье́. В качестве конкретного вида можно рассматривать следующие функции [2]:

$$\mathbf{a}_{\mathbf{k}\lambda 1} = c\sqrt{\frac{8\pi}{L^3}}\, \mathbf{n}_\lambda \cos \mathbf{kx}, \quad \mathbf{a}_{\mathbf{k}\lambda 2} = c\sqrt{\frac{8\pi}{L^3}}\, \mathbf{n}_\lambda \sin \mathbf{kx}.$$

Динамические переменные осцилляторов поля подчиняются следующим уравнениям:

$$\dot{p}_s = -\omega_s^2 q_s + \frac{e_\alpha}{c} \mathbf{v}\mathbf{a}_s(\mathbf{x}), \quad \dot{q}_s = p_s. \tag{2}$$

Движение самой частицы определяется воздействием электромагнитного поля, в котором находится частица.

Таким образом, для описания поля, создаваемого заряженной частицей, а также для описания движения самой частицы нужно рассматривать фазовое пространство, состоящее из динамических переменных осцилляторов поля и частицы. Если имеется всего $N = \sum_\alpha N_\alpha$ заряженных частиц, то микроскопическое состояние α-й компоненты определяется заданием фазовой плотности

$$N_\alpha(X, t) = \sum_{i=1}^{N_\alpha} \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_i)\, \delta(\mathbf{u}-\mathbf{u}_i) \prod_s \delta(p_s - p_{si})\, \delta(q_s - q_{si}). \tag{3}$$

С учетом выражений (1), (2) уравнение движения для фазовой плотности (3) запишется в следующем виде:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + (\mathbf{w}_{0\alpha} + \mathbf{W}_\alpha)\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} + \widehat{\Lambda}_\alpha\right] N_\alpha(X, t) = 0. \tag{4}$$

Введены следующие обозначения:

$$\widehat{\Lambda}_\alpha = \sum_s \left\{p_s \frac{\partial}{\partial q_s} + \left(\frac{e_\alpha}{c}\mathbf{v}\mathbf{a}_s(\mathbf{x}) - \omega_s^2 q_s\right)\frac{\partial}{\partial p_s}\right\},$$

$$\mathbf{W}_\alpha = \frac{e_\alpha}{m_\alpha}\sum_\beta \int \left[-\nabla \frac{e_\beta}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} + \sum_r \left\{p'_r \mathbf{e}_r(\mathbf{x}) + \frac{q'_r}{c}[\mathbf{v}\mathbf{b}_r(\mathbf{x})]\right\}\right] N_\beta(X', t)\, dX',$$

$$\mathbf{w}_{0\alpha} = \frac{e_\alpha}{m_\alpha}\left(\mathbf{E}_0 + \frac{1}{c}[\mathbf{v}\mathbf{B}_0]\right),$$

где $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{B}_0$ — внешние электрическое и магнитное поля, $\mathbf{v}$ и $\mathbf{u}$ связаны соотношением $\mathbf{v} = \mathbf{u}[1 + u^2/c^2]^{-1/2}$, $dX = d^3x \cdot d^3u \prod_s dp_s dq_s$.

Обозначая чертой сверху усреднение с помощью функции распределения $D(X_1, ..., X_N, t)$, найдем из (4) следующее уравнение:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \widehat{L}_\alpha + \widehat{\Lambda}_\alpha\right] F_\alpha(X, t) = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \overline{\delta \mathbf{W}_\alpha \delta N_\alpha}. \qquad (5)$$

Здесь использована связь первого момента функции $N_\alpha(X, t)$ с функцией распределения частиц и осцилляторов поля

$$\overline{N_\alpha(X, t)} = F_\alpha(X, t),$$

а также введены следующие обозначения:

$$\delta N_\alpha = N_\alpha(X, t) - F_\alpha(X, t), \quad \delta \mathbf{W}_\alpha = \mathbf{W}_\alpha - \mathbf{w}_\alpha,$$

$$\mathbf{w}_\alpha = \overline{\mathbf{W}}_\alpha = \frac{e_\alpha}{m_\alpha}\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{vB}]\right), \quad \widehat{L}_\alpha = \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + (\mathbf{w}_{0\alpha} + \mathbf{w}_\alpha)\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}}.$$

Поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ представляют собой средние значения полей, создаваемых частицами:

$$\mathbf{E}(\mathbf{y}, t) = \sum_\alpha \int \mathbf{e}_\alpha(\mathbf{y}) F_\alpha(X, t)\, dX, \quad \mathbf{B}(\mathbf{y}, t) = \sum_\alpha \int \mathbf{b}_\alpha(\mathbf{y}) F_\alpha(X, t)\, dX. \qquad (6)$$

Умножая уравнение (5) на p_s, а затем на q_s и интегрируя по dX, можно найти следующие уравнения для средних значений динамических переменных осцилляторов поля:

$$\langle \dot{p}_s \rangle = -\omega_s^2 \langle q_s \rangle + \sum_\alpha \frac{e_\alpha}{c} \int \mathbf{v} \mathbf{a}_s(\mathbf{x}) f_\alpha\, d^3x\, d^3u, \quad \langle \dot{q}_s \rangle = \langle p_s \rangle, \qquad (7)$$

где

$$f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \int F_\alpha(X, t) \prod_s dp_s\, dq_s$$

— одночастичная функция распределения. Таким образом, уравнения (7) соответствуют известной форме уравнений Максвелла для полей (6) [3]

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi \sum_\alpha e_\alpha \int f_\alpha\, d^3u,$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_\alpha e_\alpha \int \mathbf{v} f_\alpha\, d^3u, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0.$$

В правую часть уравнения (5) входит второй центральный момент, для которого можно получить следующее уравнение:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \widehat{L}_\alpha + \widehat{L}_\beta + \widehat{\Lambda}_\alpha + \widehat{\Lambda}_\beta\right] \overline{\delta N_\alpha \delta N_\beta} + \overline{\delta \mathbf{W}_\alpha \delta N_\beta}\frac{\partial F_\alpha}{\partial \mathbf{u}} +$$

$$+ \overline{\delta N_\alpha \delta \mathbf{W}_\beta}\frac{\partial F_\beta}{\partial \mathbf{u}'} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \overline{\delta \mathbf{W}_\alpha \delta N_\alpha \delta N_\beta} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}'} \overline{\delta N_\alpha \delta \mathbf{W}_\beta \delta N_\beta}. \qquad (8)$$

Таким образом, получается система зацепляющихся уравнений, аналогичная цепочке уравнений Боголюбова [4] для функций распределения частиц и осцилляторов поля.

Используя связь второго центрального момента с корреляционной функцией

$$\overline{\delta N_\alpha \delta N_\beta} = G_{\alpha\beta}(X, X', t) + \delta_{\alpha\beta}\,\delta(X - X')\,F_\alpha(X, t),$$

а также аналогичное выражение для третьего центрального момента, из (8) можно получить уравнение для корреляционной функции частиц и осцилляторов поля.

Следует отметить, что введение динамических переменных осцилляторов поля позволяет рассматривать в рамках классической статистики и электромагнитные волны. Поэтому полученные уравнения применимы, вообще говоря, для системы заряженных частиц и излучения. В следующей работе будут рассмотрены некоторые приложения этих уравнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория электромагнитных процессов.— М.: Наука, 1980, 373 с. [2] Гайтлер В. Квантовая теория излучения.— М.: ИЛ, 1956, с. 25. [3] Власов А. А. Статистические функции распределения.— М.: Наука, 1966, с. 153. [4] Боголюбов Н. Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. Избранные труды.— Киев: Наукова думка, 1970, т. 2, с. 99—196.

Поступила в редакцию
01.12.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 5

УДК 621.384.633

МОДЕРНИЗАЦИЯ ЦИКЛОТРОНА МИФИ

Л. А. Саркисян, И. Д. Кошевой, В. А. Калита, В. С. Николаев,

В. П. Зайков (*НИИЯФ МГУ*),

Б. М. Попов, Л. И. Виноградова (*МИФИ*)

Работающий с 1947 г. классический циклотрон с диаметром полюсов 73 см является межвузовской установкой МИФИ и НИИЯФ МГУ. Ускорение ионов осуществлялось при изменении уровня магнитного поля в центре H_0 от 7 до 16,2 кЭ при трех значениях высокой частоты f=4,3; 6,2 и 10,5 МГц (необходимый радиальный спад магнитного поля был сформирован в диапазоне значений H_0=7—10 кЭ). Были ускорены до конечного радиуса 30 см и выведены легкие ионы с фиксированной энергией (протоны, дейтроны и α-частицы — 2,1 МэВ/нуклон, ионы $^1H_3$ — 2,1 МэВ и $^1He_4$ — 1,2 МэВ) и полулегкие и тяжелые ионы с отношением A/Z до 5,66 (на первой гармонике ВЧ) и до 17 (на третьей гармонике ВЧ) при f=4,3 и 6,2 МГц. Максимальная интенсивность внутреннего пучка составляла 200 мкА. Изменение радиуса установки внутренней мишени позволяло варьировать энергию ионов.

В 1978 г. были начаты работы по модернизации циклотрона с целью: осуществить варьирование энергии ионов при изменении H_0 от 2 до 15,5 кЭ и f от 4,3 до 10,6 МГц (рис. 1); существенно увеличить интенсивность внутреннего и внешнего пучков; уменьшить время настройки циклотрона при смене режимов. Был использован опыт модернизации 120-сантиметрового классического циклотрона НИИЯФ МГУ [1—3] (коэффициент подобия магнитных систем равен 0,608). Формирование необходимого радиального спада магнитного поля в