ная величина напряжения между дуантами ~35 кВ, требуемая ~60 кВ). Так, интенсивность выведенных пучков ионов $^1H_4$ уменьшается с ростом энергии от 30 до 2,5 мкА, ионов азота — от 3 до 0,5 мкА.

Время перестройки циклотрона при изменении энергии и сорта ускоряемых ионов уменьшилось с нескольких дней до нескольких часов (ускорение осуществляется без перемещения дуантов).

С середины 1980 г. на циклотроне начаты физические исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Саркисян Л. А., Кирьянов Е. Ф., Воробьев Ю. А. Циклотрон с плавным изменением энергии.— Тр. VI Всес. сов. по ускорителям заряженных частиц. Т. 1, Дубна, 1979, с. 94—96. [2] Саркисян Л. А. Повышение энергии частиц в циклотроне.— Тр. Междунар. рабочего сов. по технике изохронных циклотронов. Институт ядерной физики, Краков (Польша), Raport 1069/PL, 1978, с. 124—149. [3] Саркисян Л. А., Кирьянов Е. Ф., Воробьев Ю. А. Модернизация стадвадцатисантиметрового циклотрона.— Приб. и техн. эксперимента, 1979, № 1, с. 10—12; Модернизация циклотрона.— Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1979, 20, № 2, с. 63—64.

Поступила в редакцию
02.12.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1981, Т. 22, № 5

УДК 621.373.7

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УСИЛЕНИЕ СВЕТА В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ ПРИ МНОГОМОДОВОЙ НАКАЧКЕ

Ю. Е. Дьяков, С. Ю. Никитин

(кафедра общей физики и волновых процессов)

1. В приближении заданного поля накачки трехчастотное параметрическое взаимодействие описывается уравнениями:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial A_1}{\partial z} + \mu_1 \dfrac{\partial A_1}{\partial \theta} = \beta_1 A_{\text{но}}(\theta) A_2, \\ \dfrac{\partial A_2}{\partial z} + \mu_2 \dfrac{\partial A_2}{\partial \theta} = \beta_2 A^*_{\text{но}}(\theta) A_1, \end{cases} \tag{1}$$

где $A_{1,2}$ — комплексные амплитуды сигнальной и холостой волн; $A_{\text{но}}(t) = A_{\text{н}}(z=0, t)$ — амплитуда накачки на входе; $\beta_{1,2}$ — коэффициенты связи; $\theta = t - z/u_{\text{н}}$; $\mu_1 = 1/u_1 - 1/u_{\text{н}}$; $\mu_2 = 1/u_2 - 1/u_{\text{н}}$; u_i (i=н, 1, 2) — групповые скорости. Рассмотрим многомодовую накачку

$$A_{\text{но}}(\theta) = \sum_{n=-N}^{N} A_n e^{in\Omega\theta} \tag{2}$$

и будем искать решение в виде:

$$A_1 = e^{\gamma z} \sum_{n=-N}^{N} b_{1n} e^{in\Omega\theta}, \quad A_2 = e^{\gamma z} \sum_{n=-N}^{N} b_{2n} e^{in\Omega\theta}, \tag{3}$$

где A_n, b_{1n}, b_{2n}, γ — комплексные постоянные. Подставляя (2), (3) в (1), получим следующее выражение для коэффициентов b_{2n}:

$$b_{2n} = \frac{\beta_2}{\gamma + in\mu_2\Omega} \sum_{k=-N}^{N} b_{1,k+n} A^*_k. \tag{4}$$

Допустим, что

$$|\gamma| \ll \mu_2 \Omega. \tag{5}$$

Тогда из (4) следует, что $|b_{2n}/b_{20}| \ll 1$ при $n \neq 0$, т. е. боковые моды холостой волны значительно слабее центральной моды. Будем приближенно считать холостую волну одномодовой, т. е. положим

$$b_{2n} = 0 \quad \text{при} \quad n \neq 0, \tag{6}$$

а затем установим, при каких условиях выполняется неравенство (5). Подставляя (2), (3), (6) в (1), получим систему линейных уравнений относительно коэффициентов b_{1n} и b_{20}, из которой следует уравнение для инкремента γ:

$$\gamma - \sum_{n=-N}^{N} \frac{\beta_1 \beta_2 |A_n|^2}{\gamma + in\mu_1 \Omega} = 0. \tag{7}$$

2. Уравнение (7) представляет собой алгебраическое уравнение степени $(2N+2)$ относительно γ. Оказывается, в общем случае оно имеет 2 действительных и $2N$ мнимых корней, причем все корни легко вычисляются. Положим для простоты, что все моды накачки имеют одинаковую интенсивность $|A_n|^2 = I_н/(2N+1)$, и перепишем (7) в виде *

$$y^2 = \frac{2}{2N+1} \left[\sum_{n=1}^{N} \frac{1}{(n/2Nxy)^2 + 1} + \frac{1}{2} \right] \equiv S_1(xy), \tag{8}$$

где $y = \gamma/\Gamma$, $\Gamma = \sqrt{\beta_1 \beta_2 I_н}$, $I_н = \sum_n |A_n|^2$ — средняя интенсивность накачки, $x = \Gamma/\mu_1 \Delta\omega_н$, $\Delta\omega_н = 2N\Omega$ — ширина спектра накачки.

Допустим, что y — действительное число. Задавая значение xy и вычисляя y^2 по формуле (8), можно построить зависимость $y(x)$. При этом всякий раз будет получаться $y^2 > 0$. Отсюда следует, что уравнение (8) имеет два действительных корня

$$y_1 = \sqrt{S_1}, \quad y_2 = -\sqrt{S_1}. \tag{9}$$

Допустим теперь, что y — мнимое число. Подставляя $y = iz$ в (8), получим уравнение для действительного числа z:

$$z^2 = \frac{2}{2N+1} \left[\sum_{n=1}^{N} \frac{1}{(n/2Nxz)^2 - 1} - \frac{1}{2} \right] \equiv S_2(xz). \tag{10}$$

Нетрудно показать, что $S_2(xz) > 0$ в N непересекающихся областях значений xz, определяемых условиями

$$1/k^2 < 1/(2Nxz)^2 \leqslant 1/k^2 + 2/k^4 \quad (k = 1, 2, \ldots, N). \tag{11}$$

Задавая xz в одной из этих областей, мы получим пару действительных решений $z = \pm\sqrt{S_2}$, т. е. пару мнимых корней уравнения (8) $y = \pm i\sqrt{S_2}$. Поскольку всего областей (11) N, мы найдем таким образом $2N$ мнимых корней уравнения (8):

$$y_{1k} = i\sqrt{S_{2k}}, \quad y_{2k} = -i\sqrt{S_{2k}} \quad (k = 1, 2, \ldots N), \tag{12}$$

* Это предположение не является принципиальным. Все результаты легко обобщаются на случай произвольных интенсивностей мод $|A_n|^2$.

где через S_{2k} обозначена функция (10), взятая в области значений аргумента (11). На рис. 1, 2 показана типичная зависимость корней характеристического уравнения от интенсивности и ширины спектра накачки. В пределе $I_н \to 0$ из (9), (12) получаем

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0, \ \gamma_{1k} = ik\mu_1\Omega, \ \gamma_{2k} = -ik\mu_1\Omega \quad (k = 1, 2, ..., N). \qquad (13)$$

Этот же результат непосредственно следует из уравнений (1), если в них положить $A_{но}(\theta) = 0$.

3. Приближение монохроматической холостой волны (6) справедливо, если для всех корней уравнения (7) выполняется неравенство (5). Формулы (9), (12) позволяют оценить действительные γ_1, γ_2 и мнимые γ_{1k}, γ_{2k} ($k = 1, 2, ..., N$) корни следующим образом:

$$\Gamma/\sqrt{2N+1} \leqslant |\gamma_1| = |\gamma_2| \leqslant \Gamma, \ |\gamma_{1k}| = |\gamma_{2k}| \leqslant N\mu_1\Omega = \mu_1\Delta\omega_н/2. \qquad (14)$$

Подставляя (14) в (5), получим два условия:

$$\Gamma \ll \mu_2\Omega, \quad N\mu_1 \ll \mu_2, \qquad (15)$$

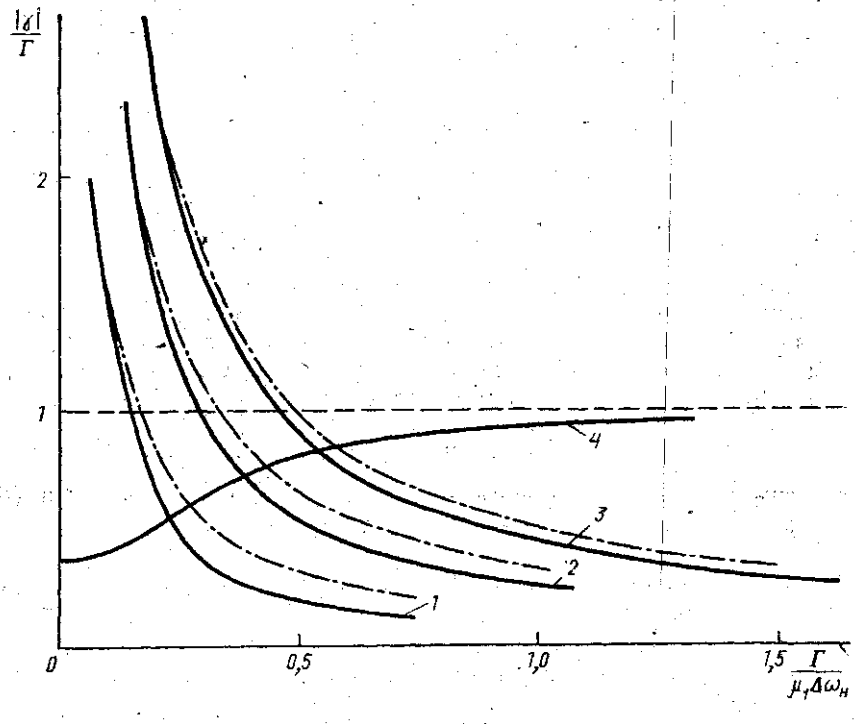

Рис. 1. Корни характеристического уравнения (8) в случае 7 мод в спектре накачки ($N=3$). Каждая кривая соответствует двум корням. *1*, *2*, *3* — мнимые корни (12), *4* — действительные корни (9). Штрих-пунктирные кривые построены по формулам (13) и соответствуют мнимым корням уравнения (7) при $I_н = 0$

последнее из которых означает, что групповая скорость холостой волны должна существенно отличаться от скоростей сигнальной волны и волны накачки.

4. Обозначим полный набор корней уравнения (7) через $\{\gamma_s\}$ ($s = 1, 2, ..., 2N+2$). Согласно (3), общее решение (1) можно записать в виде

$$A_1 = \sum_{n=-N}^{N} a_n(z) e^{in\Omega\theta}, \quad A_2 = b(z), \tag{16}$$

где

$$a_n(z) = \sum_{s=1}^{2N+2} c_{ns} e^{\gamma_s z}, \quad b(z) = \sum_{s=1}^{2N+2} c_s e^{\gamma_s z}, \tag{17}$$

c_{ns}, c_s — некоторые постоянные. Подставляя (16) в (1), получим систему уравнений для функций $a_n(z)$ и $b(z)$:

$$\frac{da_n}{dz} + in\nu a_n = \beta_1 A_n b, \quad a_n(z=0) = a_n^0,$$

$$\frac{db}{dz} = \beta_2 \sum_{n=-N}^{N} A_n^* a_n, \quad b(z=0) = b^0, \tag{18}$$

где $\nu = \mu_1\Omega$, справа выписаны граничные условия. В силу (18) коэффициенты c_{ns} выражаются через c_s:

$$c_{ns} = \beta_1 A_n c_s / (\gamma_s + in\nu). \tag{19}$$

Решая (18) по методике, предложенной в работе [2], получим следующее выражение для коэффициентов c_s:

$$c_s = \left(\beta_2 \sum_{n=-N}^{N} \frac{A_n^* a_n^0}{\gamma_s + in\nu} + b^0\right) \Big/ \left[1 + \sum_{n=-N}^{N} \frac{\beta_1\beta_2 |A_n|^2}{(\gamma_s + in\nu)^2}\right]. \tag{20}$$

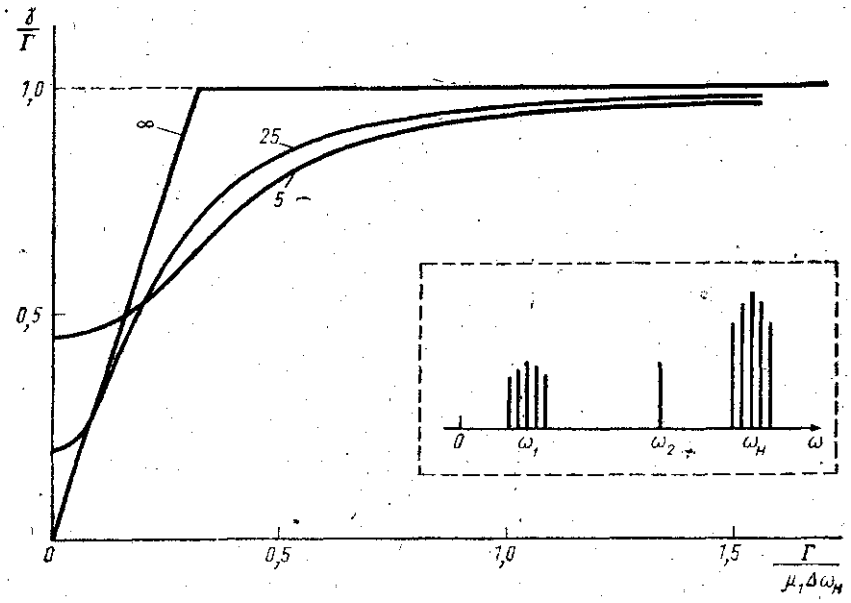

Рис. 2. Инкремент параметрического усиления в зависимости от интенсивности и ширины спектра накачки (9). Цифры указывают число мод в спектре накачки $(2N+1)$, соответствующее данной кривой. Предельная $(N \to \infty)$ кривая $y = \pi x$ получена для регулярной функции $A_{но}(t)$ вида (2). Точно такая же зависимость вытекает из уравнений для средних интенсивностей, выведенных в фоккер—планковском приближении для накачки — белого шума [1]

Тем самым амплитуды волн (16) полностью определены.

5. Анализ полученных формул позволяет выделить два характерных режима параметрического усиления света в дисперсирующей среде. Если $\mu_1 \Delta\omega_н \ll \Gamma$, то имеет место «когерентный» режим, при котором усиление определяется средней интенсивностью накачки, а спектр сигнальной волны повторяет спектр накачки [3, 4].

Если $\mu_1 \Omega \gg \Gamma$, то имеет место «некогерентный» режим. В этом случае усиление определяется интенсивностью центральной моды накачки, в спектре сигнальной волны присутствует лишь одна центральная компонента. Проведенный анализ указывает на возможность создания на основе параметрического процесса перестраиваемого квазиконтинуума в длинноволновой области для спектроскопических целей (рис. 2, врезка). Преимуществом по сравнению с аналогичным применением ВКР [5] является возможность частотной перестройки квазиконтинуума поворотом кристалла без изменения длины волны накачки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Дьяков Ю. Е. Фоккер-планковское приближение в теории вынужденного рассеяния некогерентного света.— Краткие сообщения по физике (ФИАН), 1971, № 7, с. 49—57. [2] Джотян Г. П., Дьяков Ю. Е. Вынужденное комбинационное рассеяние многомодовой накачки в диспергирующей среде.— Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1981, **22**, № 5, с. 3—9. [3] Дьяков Ю. Е., Никитин С. Ю. Нелинейная теория параметрического взаимодействия немонохроматических волн.— Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1978, **19**, № 5, с. 3—6. [4] Дьяков Ю. Е. Точное решение некоторых нестационарных задач нелинейной оптики.— Краткие сообщения по физике (ФИАН), 1971, № 12, с. 41—48. [5] Bethune D. F., Lankard J. R., Sorokin P. P. Time resolved infrared spectral photography.— Optics letters, 1979, **4**, p. 103—105.

Поступила в редакцию
03.12.80