

Проведенные исследования говорят о том, что атомы хрома не являются простыми разбавителями. Наиболее вероятный вклад магнитных моментов в сплавах описывается левой частью табл. 2. Поведение магнитных моментов μ_{Fe} , μ_{Co} и μ_{Cr} в тройной системе FeCrCo свидетельствует о наличии сложных обменных взаимодействий между атомами железа, кобальта и хрома.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Канеко Н., Номма М., Накамура К. AIP Conf. Proc., 1972, N 5, p. 1088. [2] Канеко Н., Номма М., Накамура К., Миура М. IEEE Trans. Magnetic, 1972, Mag.-8, p. 347. [3] Винтайкин Е. З., Урушадзе Г. Г., Беляцкая И. С., Сухарева Е. А. Физ. мет. и металлосведение, 1974, 38, с. 1012. [4] Винтайкин Е. З., Баркалая А. А., Беляцкая И. С., Сахно В. М. Физ. мет. и металлосведение, 1977, 43, с. 734. [5] Haughton M. E., Rossiter P. L., Clark P. E. J. Mat. Sci., 1978, 13, p. 155. [6] Овчинников В. В., Звягинцев Н. В., Литвинов В. С., Осминкин В. А. Физ. мет. и металлосведение, 1976, 42, с. 310. [7] Винтайкин Е. З., Баркалая А. А., Беляцкая И. С. Физ. мет. и металлосведение, 1973, 45, с. 990. [8] Cremer R., Pfeiffer I. Physica, 1975, 80B, p. 164. [9] Канеко Н., Номма М., Накамура К. IEEE Trans. Magnetic, 1977, Mag.-13, p. 1325. [10] Канеко Н., Номма М., Okada M., Nakamura S., Ikuta N. 21st AIP Conference Proc., 1975, N 29, p. 620. [11] Okada M., Номма М., Канеко Н., Thomas G., 34th Annual Proc. Electron Microscopy Society of America, 1976, p. 686. [12] Галкина О. С., Лазарева Л. В., Захарова Н. Н. Заводская лаборатория, 1976, № 10, с. 1191. [13] Vincze J., Campbell J. A. J. Phys. F: Met. Phys., 1973, 3, p. 647. [14] Kobayashi S., Asayama K., Itoh J. J. Phys. Soc. Japan, 1966, 21, N 1, p. 65. [15] Ohara S. J. Sci Hiroshima Univ., A, 1976, 40, N 2, p. 227. [16] Ohara S., Komura S., Takeda T., Hihara T., Komura I. J. Phys. Soc. Japan, 1977, 42, N 6, p. 1881. [17] Hasegawa H., Kanamori J. J. Phys. Soc. Japan, 1972, 33, N 6, p. 1607.

Поступила в редакцию
08.02.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 1

УДК 534.222.2

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТРАНСЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ МЕТОДОМ ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ

А. А. Карабутов

(кафедра общей физики и волновых процессов)

В трансзвуковой области течения принципиальное значение имеют нелинейные эффекты; поэтому аналитическое исследование исходных уравнений гидродинамики не представляется возможным. В то же время для изучения трансзвуковых потоков применимы характерные для нелинейной акустики асимптотические методы [1—3], описывающие медленную эволюцию течения. С их помощью можно свести систему уравнений гидродинамики к следующему уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u'}{\partial t} + (V_0 - c_0 + \epsilon u') \frac{\partial u'}{\partial x} + Q \right] = \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} u'. \quad (1)$$

Здесь V_0 — скорость набегающего потока (ось x направлена вдоль него), u' — возмущение x -компоненты скорости течения, c_0 — невозмущенная скорость звука, причем $|V_0/c_0 - 1| \ll 1$, $\epsilon = (\gamma + 1)/2$ — нелинейный параметр газа, Δ_{\perp} — оператор Лапласа по поперечным координатам, а функция Q определяется распределением массовых и тепловых источников.

Величина

$$\omega = (V_0 - c_0 + \varepsilon u')/c_0 \quad (2)$$

имеет физический смысл отличия местного числа Маха течения от единицы. В переменных (2) уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{c_0} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\varepsilon Q}{c_0^2} \right] = \frac{1}{2} \Delta_{\perp} \omega. \quad (3)$$

Оно является универсальным для трансзвуковых течений; но его решение в общем виде не представляется возможным. Однако во многих важных частных случаях применимы различные аналитические методы исследования (см., например, [3, 4]).

Рассмотрим с помощью (3) внутренние течения. Пусть радиус прямолинейного круглого канала $R(x) = r_0(1+f(x))$ меняется мало и медленно:

$$|f(x)| \ll 1, \quad r_0 |df/dt| \ll 1.$$

В этом случае течение в нем близко к одномерному и можно ограничиться парааксиальным приближением:

$$\omega = \omega_0 + r^2 \omega_2/2 + \dots$$

Граничное условие на стенке канала $r=R(x)$

$$\partial u' / \partial r = c_0 d^2 R / dx^2$$

однозначно определяет поперечную компоненту скорости потока ω_2 :

$$\omega_2 = \varepsilon c_0 d^2 f / dx^2. \quad (4)$$

С учетом (4) уравнение для продольной компоненты скорости течения принимает вид:

$$\frac{1}{c_0} \frac{\partial \omega_0}{\partial t} + \omega_0 \frac{\partial \omega_0}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{dE}{dx}, \quad (5)$$

где

$$E = \varepsilon \left(\frac{2}{c_0^2} \int_{-\infty}^x Q(\xi) d\xi - 2f(x) \right) = \varepsilon \left(\frac{m(x)}{Q_0} + \frac{T'(x)}{T_0} - \frac{S'(x)}{S_0} \right), \quad (6)$$

$m(x)$ — распределение стороннего притока массы, Q_0 — расход газа в канале, T' — приращение температуры, вызываемое сторонними источниками, T_0 — температура газа, $S'(x) = 2\pi r^2 \omega f(x)$ — изменение сечения канала, $S_0 = \pi r^2$. Подобное уравнение ранее выводилось из одномерных уравнений гидродинамики [5].

Уравнение (5) описывает нестационарные течения в геометрических, тепловых, расходных соплах, а также в произвольных их комбинациях. Выражение (6) определяет относительный вклад каждого из факторов. Решение уравнения (5) не представляет затруднений; его характеристики имеют вид:

$$\frac{dx}{dt} = c_0 \omega_0, \quad \frac{d\omega_0}{dt} = -\frac{c_0}{2} \frac{dE}{dx}. \quad (7)$$

Из (7) следует, что (5) сводится к обыкновенному уравнению колебаний

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{c_0^2}{2} \frac{dE}{dx} = 0, \quad (8)$$

списывающему движению консервативной системы с потенциальной энергией $E/2$. Закон сохранения энергии имеет следующий вид:

$$\omega_0^2 + E(x) = E_0. \quad (9)$$

Линии постоянной энергии, определяемые из соотношения (9), соответствуют стационарным решениям уравнения (5) и, следовательно, являются линиями постоянного расхода газа.

Различие со случаем сосредоточенной колебательной системы состоит в постановке начального условия

$$\omega_0(t=0, x) = U(x). \quad (10)$$

Начальному распределению числа Маха (10) соответствует распределение полной «энергии»; иными словами, каждой точке кривой начального течения соответствует значение E_0 проходящей через нее линии постоянной энергии (9).

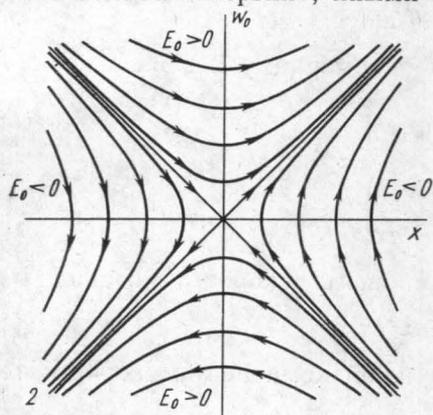


Рис. 1. Вид фазовой плоскости в окрестности минимума сечения канала

В дальнейшем изображающие точки будут двигаться по своим линиям постоянной энергии со скоростью $c_0\omega_0$, как это следует из (7). Совокупность изображающих точек образует профиль течения.

Используя соотношения (7), (9) и (10), нетрудно найти решение уравнения (5)

$$c_0 t = \int_{x_0(E_0)}^x \frac{d\xi}{\sqrt{E_0 - E(\xi)}}. \quad (11)$$

Однако ввиду наглядности представляет несомненный интерес качественное исследование процесса с помощью фазового портрета.

Рассмотрим конкретные примеры. В случае чисто геометрического сопла ($m=T'=0$) фазовый портрет течения в окрестности критического сечения изображен на рис. 1. Область минимума сечения канала соответствует максимуму потенциальной энергии (6) и характеризуется седлообразной особой точкой на фазовой плоскости. Линии 1 и 2 изображают расчетные режимы истечения ($F_0=0$), обеспечивающие непрерывный переход через скорость звука в течении. Области $E_0 > 0$ соответствуют либо чисто сверхзвуковым, либо полностью дозвуковым потокам. Области $E_0 < 0$ недопустимо больших расходов газа соответствуют возвратным течениям.

На рис. 2 приведена трансформация возмущенных расчетных режимов. Появляющаяся в решении неоднозначность ликвидируется введением разрыва по принципу равенства отсекаемых площадей. Проведенная качественная картина позволяет сделать ряд выводов об акустической проводимости таких каналов. Очевидно, что характеристики расчетного режима принципиально нелинейны и носят диодный характер.

Фазовая картина течения в области максимума сечения канала изображена на рис. 3. В соответствии с выражением (6) она эквивалентна потенциальной яме и, следовательно, может играть роль резонатора. Его основная частота определяется периодом движения изобра-

жающих точек по фазовым траекториям:

$$T = \frac{1}{c_0} \oint \frac{d\xi}{\sqrt{E_0 - E(\xi)}}. \quad (12)$$

Поскольку колебания в такой полости имеют нелинейную природу, период колебаний гораздо больше времени пробега звука по длине резонатора.

Анализ фазовой картины этого случая показывает, что устойчивое течение с числом Маха на бесконечности, равным единице, будет содержать разрыв. Если скорость потока отлична от скорости звука, то ста-

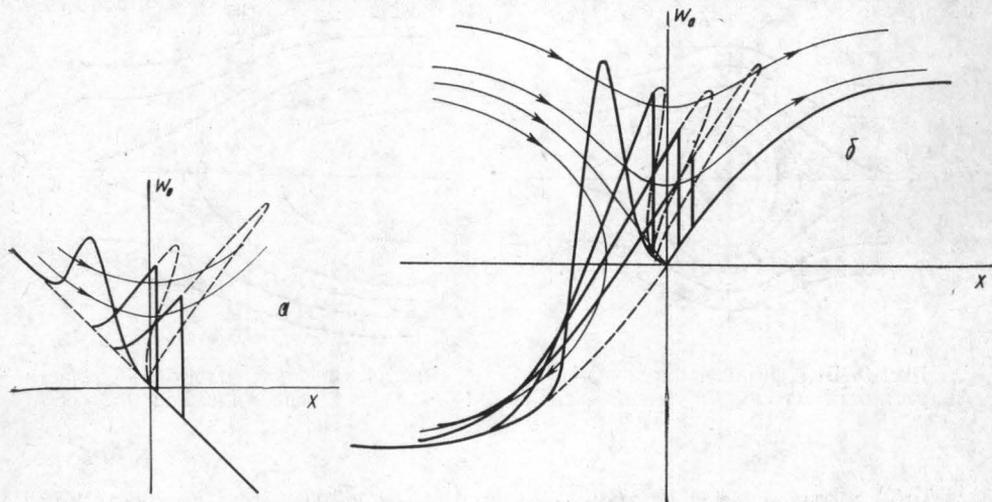


Рис. 2. Динамика акустических возмущений на расчетных режимах *a* — при замедлении, *б* — при ускорении потока

ционарное течение гладкое, однако процесс его установления может носить осциллирующий характер. Например, для радиуса канала $R = 10$ см, глубины полости $d = 0,5$ мм и ее длины $2l = 2$ см резонансная частота этой полости составит

$$\nu = c_0 / 2\pi l (2\epsilon d / R)^{1/2} \sim 580 \text{ Гц.}$$

Наличие разрыва в расчетном режиме приводит к дополнительному выделению тепла в окрестности максимума сечения канала. Амплитуда разрыва пропорциональна квадратному корню из относительной глубины канавки $f^{1/2}$; соответственно скорость выделения тепла на разрыве пропорциональна $f^{3/2}$. Изменение тепловыделения приводит к повышению скорости эрозии материала канала в области максимума его сечения. Рост глубины канавки описывается уравнением

$$\frac{df}{dt} = kf^{3/2}, \quad (13)$$

где величина k зависит от свойств материала, геометрических размеров канала и характеристик течения. Решение уравнения (13) указывает на взрывной характер роста размера каверны:

$$f = f_0 (1 - kt \sqrt{f_0} / 2)^{-2} \quad (14)$$

(здесь f_0 — начальный ее размер), при котором за конечное время она неограниченно увеличивается. Так, для канала, изготовленного из ти-

тана, в котором течет воздух при атмосферном давлении, для размера затравочной полости $l \sim 1$ см имеем $k = 0,52 \text{ с}^{-1}$. Соответственно для $f_0 = 10^{-4}$ (при $R = 20$ см, глубине каверны $d \sim 20$ мкм) время разрушения составит $t_p = 2/k\sqrt{f_0}$ примерно 6,5 мин.

В качестве следующего примера рассмотрим обтекание плоского слоя тепловыделения (аналогичная картина имеет место для источников массы). Переходные процессы в этом случае рассмотрены в [4], однако наглядность предлагаемого метода несомненна. Фазовая плоскость таких источников приведена на рис. 4. Области возвратных дви-

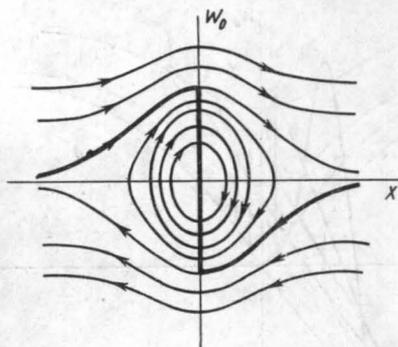


Рис. 3. Вид фазовой плоскости в окрестности максимума сечения канала

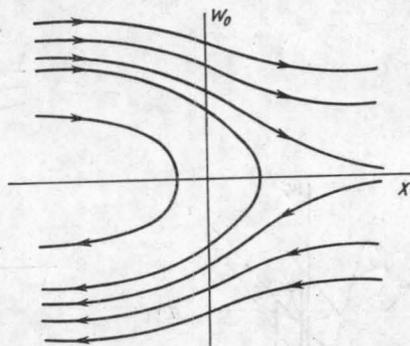


Рис. 4. Фазовая плоскость области тепловыделения

жений соответствует значение энергии $E_0 < \varepsilon T'/T_0$; при этом даже для сверхзвукового набегающего потока возмущения распространяются навстречу ему. При $E_0 > \varepsilon T'/T_0$ течение либо полностью дозвуковое, либо полностью сверхзвуковое. Так, например, при обтекании слоя тепловыделения потоком газа комнатной температуры с числом Маха $M = 1,1$ достаточно нагреть газ на $2,5^\circ$, чтобы возмущения начали распространяться навстречу потоку.

В заключение отметим еще следующее. Метод анализа с помощью фазовой плоскости применим к более общему классу уравнений, нежели рассмотренный выше. Они имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = F(u, x). \quad (15)$$

Такого рода уравнения описывают, например, течения с низкочастотной диссипацией, переходные режимы. Но при этом представить фазовую картину в аналитическом виде, вообще говоря, не удастся. Однако существуют хорошо разработанные методы ее качественного анализа.

В заключение автор хочет выразить свою глубокую благодарность С. А. Ахманову и О. В. Руденко за интерес и внимание к работе, а также В. А. Белоконю и В. Э. Гусеву за плодотворные дискуссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Lin C. S., Riessner E., Tsien H. S. J. Mathem. and Phys., 1948, 27, p. 3. [2] Рыжов В. С. Нестационарные течения в соплах Лаваля. М.: Изд-во ВЦ АН СССР, 1965, гл. 4. [3] Карабутов А. А., Руденко О. В. ДАН СССР, 1979, 248, № 5, с. 1082. [4] Карабутов А. А., Руденко О. В. Акуст. журн., 1979, 25, № 4, с. 536. [5] Основы газовой динамики. Под ред. Г. Эммонса. М.: ИЛ, 1963, гл. III.

Поступила в редакцию
04.03.80