

УДК 512.98+621.372.6

МЕТОД СИМВОЛИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ И КАСКАДНЫХ СОЕДИНЕНИЙ N -ПОЛЮСНЫХ ЦЕПЕЙ

В. И. Шестаков

(кафедра общей физики для физического факультета)

§ 1. N -**полюсник** — любая N -полюсная цепь, помещенная (или рассматриваемая как помещенная) в «непрозрачный («черный») ящик» с **фиксированной последовательностью (кортежем) $N=1, 2, \dots, N$** внешних узлов (**выводов** или **клемм**), называемых **полюсами** этой цепи и этого N -полюсника. N -полюсник с m входными и n выходными полюсами называют обычно (m, n) -**полюсником** [1]. N - и (m, n) -полюсные цепи будем обозначать символами ${}^N X$ и ${}^m X_n$, а содержащие эти цепи многополюсники (МП) — соответственно символами ${}^N(X)$ и ${}^m(X)_n$, где X — любая комбинация букв и цифр, используемая для обозначения соответствующей цепи, а полужирные буквы N, m и n — кортежи номеров полюсов цепей ${}^N X$ и ${}^m X_n$ и содержащих их МП. Скобки в символах ${}^N(X)$ и ${}^m(X)_n$ обозначают «ящики», содержащие цепи ${}^N X$ и ${}^m X_n$. Вне этих «ящиков» находятся лишь полюсы этих цепей.

В общем случае $N \leq m+n$, так как некоторые или даже все входные полюсы МП могут быть также и выходными его полюсами. Например, потенциометр является 3-полюсником с двумя входными и двумя выходными полюсами, т. е. в данном случае $N=3 \leq m+n=2+2$.

МП, «ящик» которого лишает внешнего наблюдателя всякой информации о структуре (схеме) содержащейся в нем цепи, но никак не влияет на ее параметры и характеристики, назовем **идеальным** МП. Для идеальных МП, очевидно, справедливы равенства:

$${}^N(X) = {}^N X \quad (1a), \quad {}^m(X)_n = {}^m X_n. \quad (1б)$$

Для реальных же МП они верны лишь приближенно, лишь в той мере, в какой можно пренебречь паразитными (монтажными) параметрами, вносимыми «ящиками» этих МП.

Наиболее массовыми примерами реальных МП могут служить электронные лампы и интегральные микросхемы. Например, электронные лампы 6Г7 и 6Н1П и микросхемы К2УС242 и К2УС241 можно обозначить символами: ${}^8(617)$, ${}^9(6Н1П)$, ${}^8(K2УС242)$, ${}^9(K2УС241)$.

(m, n) -Полюсники при $m \leq 2$ или $n \leq 2$ будем обозначать более простыми символами, получаемыми из универсального символа ${}^m(X)_n$, используя правило 1: *скобку m (при $m=0, 1, 2$ заменяем соответственно скобками: $(, <, [$, а скобку $)^n$ при $n=0, 1, 2$ — соответственно скобками: $), >,]$.*

Следуя этому правилу, получаем символы: $(X), <X), [X), (X>, <X>, [X>, (X), <X], [X]$ при $m \leq 2$ и $n \leq 2$, $(X)_n, \langle X \rangle_n, [X]_n$ при $m \leq 2$ и $n > 2$ и ${}^m(X), {}^m(X)^n, {}^m(X)_n$ при $m > 2$ и $n \leq 2$. Схематичные изображения МП, обозначенных только этими символами, приведены на рис. 1.

(n, n) -Полюсник ${}^n(X)_n$ обычно называют **2n-полюсником** или, следуя [2], n - P -цепью. $2-P$ - и $1-P$ -цепи называют обычно **четырёх-** и **двухполюсниками** соответственно. Следуя правилу 1, будем обозначать их соответственно символами $[X]$ и $<X>$. Символы $(X>$ и $<X)$ можно применять для обозначения источника энергии или информации

(сигналов) и соответственно приемника энергии или информации. Символ (X) обозначает изолированную (замкнутую) систему, не имеющую ни входов, ни выходов.

§ 2. Параллельное соединение (П-соединение) МП — такое соединение, при котором их полюсы соединяются соответственно попарно, k -й с k -м, где $k=1, 2, \dots, N$. П-соединение N -полюсников $N(A)$ и $N(B)$ будем обозначать символом $z(A) + N(B)$, а N -полюсник, получаемый в

результате этого соединения, — символом $N((A) + (B))$. Если последний МП идеальный, то

$$N((A) + (B)) = N(A) + N(B), \quad (2a)$$

где $N \neq 0$. Аналогично определим и символ $m((A) + (B))_n$ идеального (m, n) -полюсника, получаемого П-соединением (m, n) -полюсников $m(A)_n$ и $m(B)_n$:

$$m((A) + (B))_n = m(A)_n + m(B)_n, \quad (2б)$$

где $m \neq 0$ и $n \neq 0$.

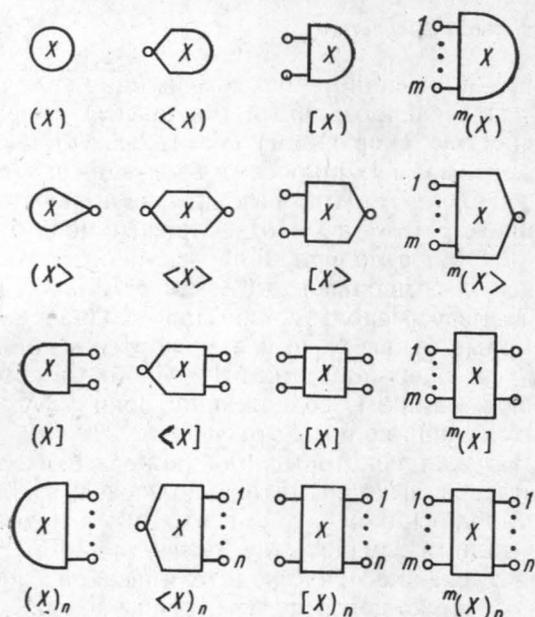


Рис. 1. Схематичные изображения (m, n) -полюсников, обозначенных по правилу 1

Многополюсники $N((A) + (B))$ и $m((A) + (B))_n$ схематично изображены на рис. 2, а и 2, в соответственно окружностью и прямоугольником, начерченными пунктирными линиями, а содержащиеся в этих

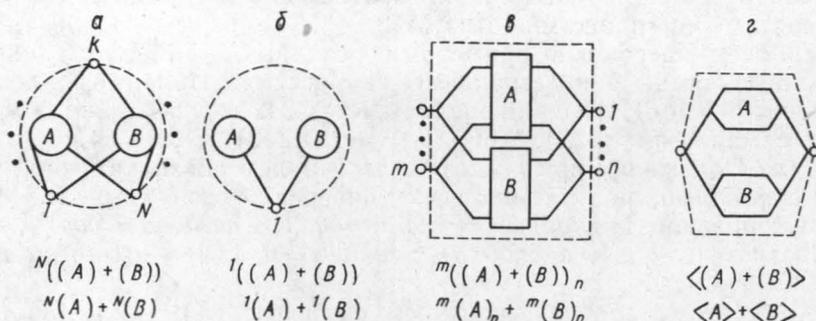


Рис. 2. Схематичные изображения и символы параллельных соединений некоторых многополюсников

МП цепи $N(A) + N(B)$ и $m(A)_n + m(B)_n$ — сплошными линиями. На рис. 2, б и 2, г схематично изображены соответственно 1- и (1,1)-полюсники $1((A) + (B))$ и $1((A) + (B))_1$, причем символ второго из них заменен упрощенным по правилу 1 символом $\langle A \rangle + \langle B \rangle$.

Используя знак суммы как знак П-соединения M многополюсников, получаем весьма компактные формулы:

$$N\left(\sum_{k=1}^M (X_k)\right) = \sum_{k=1}^M N(X_k), \quad (3a) \quad m\left(\sum_{k=1}^M (X_k)\right)_n = \sum_{k=1}^M m(X_k)_n, \quad (3б)$$

обобщающие формулы (2a) и (2б) на любое число МП.

Следует заметить, что, используя знак плюс (+) и обычный знак суммы (Σ), мы предполагаем, что операция П-соединения коммутативна и ассоциативна. Это предположение верно для любых МП с сосредоточенными параметрами при отсутствии внешних полей и внутренних источников энергии (включая заряженные конденсаторы).

Если $X_k = X$ при всех значениях k ($k=1, 2, \dots, M$), то эти формулы принимают следующий вид:

$$N(M \cdot (X)) = M \cdot N(X), \quad (4a) \quad m(M \cdot (X))_n = M \cdot m(X)_n. \quad (4б)$$

Правило 1 позволяет упрощать при $m \leq 2$ или $n \leq 2$ символ П-соединения любого числа M (m, n)-полюсников. Например, при $m = n = 1$ и $m = n = 2$ формула (3б) принимает соответственно следующий вид:

$$\left\langle \sum_{k=1}^M (X_k) \right\rangle = \sum_{k=1}^M \langle X_k \rangle, \quad (3б_1) \quad \left[\sum_{k=1}^M (X_k) \right] = \sum_{k=1}^M [X_k]. \quad (3б_2)$$

Если $X_k = X$ при всех значениях k , то эти формулы принимают следующий вид:

$$\langle M \cdot (X) \rangle = M \cdot \langle X \rangle, \quad (4б_1) \quad [M \cdot (X)] = M \cdot [X]. \quad (4б_2)$$

Используя рис. 1, мы можем для любого конкретно заданного числа M начертить упрощенные схематичные изображения соответствующих П-соединений МП-цепей, описываемых этими формулами.

§ 3. Каскадное соединение (К-соединение) $m(X_1)_{n_1}$ с МП $n_1(X_2)_n$ — соединение, при котором кортеж n_1 входных полюсов второго МП соединен соответственно покомпонентно с кортежем n_1 выходных полюсов первого МП. Это К-соединение условимся обозначать символом $m(X_1) \bullet_{n_1} (X_2)_n$. Условимся считать, что узлы, образовавшиеся в результате К-соединения, полюсами не являются, так что в результате К-соединения (m, n_1)-полюсника $m(X_1)_{n_1}$ с (n_1, n)-полюсником $n_1(X_2)_n$ получаем (m, n)-цепь, которую обозначим символом $m(X_1) \bullet_{n_1} (X_2)_n$. Соответствующий идеальный (m, n)-полюсник обозначим символом $m((X_1)_{n_1} \bullet_{n_1} (X_2)_n)$, определяемым формулой

$$m((X_1) \bullet_{n_1} (X_2)_n) = m(X_1) \bullet_{n_1} (X_2)_n, \quad (5)$$

где $n_1 \neq 0$. Эту формулу легко обобщить на случай любого числа M МП:

$$m((X_1) \bullet_{n_1} (X_2) \bullet_{n_2} \dots \bullet_{n_{M-1}} (X_M))_n = m(X_1) \bullet_{n_1} (X_2) \bullet_{n_2} \dots \bullet_{n_{M-1}} (X_M)_n. \quad (6)$$

На рис. 3, а схематично изображена сплошными линиями цепь

$$m(X_1) \bullet_{n_1} (X_2) \bullet_{n_2} \dots \bullet_{n_{M-1}} (X_M)_n,$$

а пунктирными линиями — (m, n) -полюсник

$$m((X_1)_{n_1} \bullet (X_2)_{n_2} \bullet \dots \bullet (X_M)_{n_M})_n,$$

содержащий эту цепь. В дальнейшем мы условимся опускать в последнем символе внешние скобки и полученный таким образом символ

$$m(X_1)_{n_1} \bullet (X_2)_{n_2} \bullet \dots \bullet (X_M)_{n_M}$$

будем применять в качестве символа цепи К-соединения M многополюсников в последовательности возрастания k ($k=1, 2, \dots, M$) и одно-

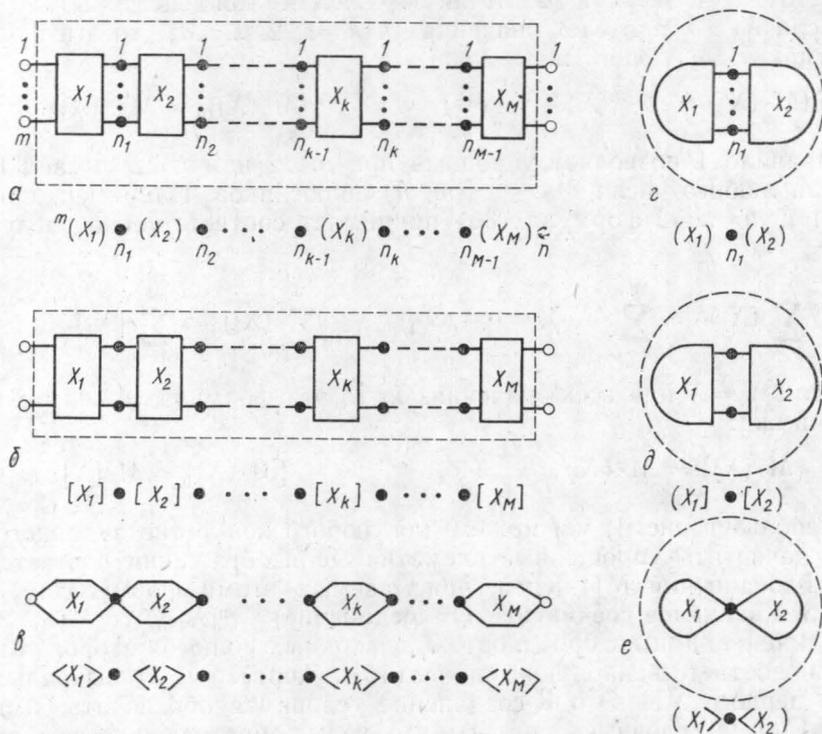


Рис. 3. Схематичные изображения и символы каскадных соединений многополюсников

временно в качестве символа (m, n) -полюсника, содержащего эту цепь. Именно в такой двойной роли используется этот символ в подписи к рис. 3, а.

Этот символ оказывается излишне сложным при $m, n, n_k \leq 2$. В этом случае будем применять кроме правила 1 также и **правило 2**: при $n_k = 1, 2$ знак \bullet , где $k=1, 2, \dots, M-1$, можно заменять знаком \bullet , не содержащим индекса n_k .

Используя совместно правила 1 и 2, мы можем, например, при $n_k = 2$ и $n_k = 1$ получить символы

$$[X_1] \bullet [X_2] \bullet \dots \bullet [X_M] \text{ и } \langle X_1 \rangle \bullet \langle X_2 \rangle \bullet \dots \bullet \langle X_M \rangle.$$

Первый из них обозначает $2-P$ -цепь (см. рис. 3, б), полученную в результате К-соединения $2-P$ -цепей: $[X_1], [X_2], \dots, [X_M]$, а второй —

1— P -цепь (см. рис. 3, θ), полученную в результате последовательного соединения 1— P -цепей: $\langle X_1 \rangle, \langle X_2 \rangle, \dots, \langle X_M \rangle$.

Последовательное соединение двухполюсников $\langle X_1 \rangle, \langle X_2 \rangle, \dots, \langle X_M \rangle$ — частный случай каскадного соединения n — P -цепей.

Простейшими из N -полюсников, получаемых посредством K -соединений (m, n) -полюсников, являются 0-полюсники. Полагая в символе M -каскадного (m, n) -полюсника $M=2$ и $m=n=0$, получаем формулу

$${}^m(X_1) \bullet_{n_1} \dots \bullet_{n_{M-1}} (X_M)_n = ((X_1) \bullet_{n_1} (X_2))_n, \quad (5a)$$

правая часть которого является символом 0-полюсника, схематично изображенного на рис. 3, θ в соответствии с рис. 1. В частности, при $n_1=2$ и $n_1=1$ получаем отсюда схематично изображенные на рис. 3, δ и 3, ϵ 0-полюсники, полученные в результате K -соединений $(X_1) \bullet [X_2]$ и $(X_1) \bullet \langle X_2 \rangle$. Заметим, что на рис. 3, a — 3, e помещены символы лишь K -цепей, содержащихся в соответствующих (m, n) - и 0-полюсниках, а символы этих МП опущены.

В силу того что последовательности m и n полюсов МП фиксированы, существует лишь единственный способ непосредственного K -соединения двух МП ${}^m(X_1)_{n_1}$ и ${}^{n_1}(X_2)_n$, а именно определенный выше. K -соединение МП с перестановкой соединяемых полюсов можно осуществить лишь с помощью специальных соединителей — промежуточных каскадов, осуществляющих требуемые перестановки полюсов. Эти соединители будем обозначать символами вида ${}^n(X)_n$, где X — обычный символ подстановки. Так, например, для осуществления всех возможных K -соединений (кроме непосредственного K -соединения) $(m, 3)$ -полюсника ${}^m(X_1)_3$ с $(3, n)$ -полюсником ${}^3(X_2)_n$ необходимы следующие соединители:

$${}^3 \begin{pmatrix} 123 \\ 132 \end{pmatrix}_3, {}^3 \begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix}_3, {}^3 \begin{pmatrix} 123 \\ 231 \end{pmatrix}_3, {}^3 \begin{pmatrix} 123 \\ 312 \end{pmatrix}_3, {}^3 \begin{pmatrix} 123 \\ 321 \end{pmatrix}_3.$$

Используя, например, третий из этих символов, получаем символ ${}^m(X_1) \bullet_3 \begin{pmatrix} 123 \\ 231 \end{pmatrix}_3 \bullet (X_2)_n$ K -соединения $(m, 3)$ -полюсника ${}^m(X_1)_3$ с $(3, n)$ -полюсником ${}^3(X_2)_n$, при котором выходные полюсы 1, 2, 3 первого МП соединены соответственно с полюсами 2, 3, 1 второго МП.

§ 4. Цепи, построенные посредством лишь Π - и K -соединений МП, будем называть П K -цепями.

Введенные выше символы позволяют любую П K -цепь представить однозначно некоторым символическим выражением, записанным в строку. Наоборот, каждое выражение, члены которого являются символами МП и связаны друг с другом лишь знаками Π - и K -соединений, однозначно символически представляет некоторую П K -цепь. Переход от символов к схематичным изображениям П K -цепей облегчается тем, что при $m \leq 2$ и $n \leq 2$ символы МП-цепей являются лишь некоторой стилизацией их изображений.

Подобно тому как алгебраическое выражение $(a \cdot b) + c$ обычно записывают посредством выражения $a \cdot b + c$, не содержащего скобок, мы будем выражение вида ${}^m((A)_n \bullet (B))_n + {}^m(C)_n$ записывать посредством выражения вида ${}^m(A) \bullet (B)_n + (C)$. Схематичные изображения П K -цепей ${}^m(A) \bullet (B)_n + {}^m(C)_n$ и ${}^{n_1}((A) + (B)) \bullet C$ приведены на рис. 4, a и 4, b . Только что принятое нами условие записи символов K -соединений мы будем применять и в случае Π -соединений любого числа K -соединений.

Например, ПК-цепь, схематично изображенную на рис. 4, в, можно обозначить символом

$${}^m(A) \bullet_{n_1} (B)_n + {}^m(C) \bullet_{n_2} (D)_n.$$

При $m \leq 2$ или $n \leq 2$ можно, используя правила 1, 2, еще более упростить символы ПК-цепей. Наиболее простыми являются символы

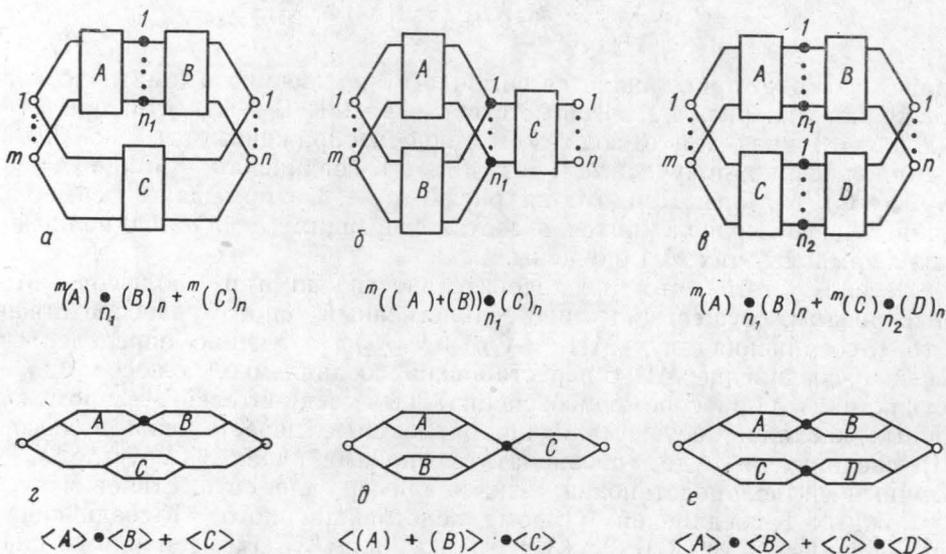


Рис. 4. Схематичные изображения и символы некоторых ПК-соединений многополюсников и двухполюсников

ПК-цепей, построенных из 1— P -цепей. Например, символы приведенных выше ПК-цепей имеют соответственно следующий вид:

$$\langle A \rangle \bullet \langle B \rangle + \langle C \rangle, \langle (A) + (B) \rangle \bullet \langle C \rangle \text{ и } \langle A \rangle \bullet \langle B \rangle + \langle C \rangle \bullet \langle D \rangle$$

для 1— P -цепей $\langle A \rangle$, $\langle B \rangle$, $\langle C \rangle$, $\langle D \rangle$. Эти ПК-соединения, схематично изображенные на рис. 4, з, 4, д и 4, е, — частные случаи (m , n)-полюсных ПК-цепей:

$${}^m(A) \bullet_{n_1} (B)_n + {}^m(C)_n, {}^m((A) + (B)) \bullet_{n_1} (C)_n \text{ и } {}^m(A) \bullet_{n_1} (B)_n + {}^m(C) \bullet_{n_2} (D)_n,$$

схематично изображенных соответственно на рис. 4, а, 4, б и 4, в.

Полагая в символах этих ПК-цепей $m=n_1=n_2=n=2$, получим символы $[A] \bullet [B] + [C]$, $[(A) + (B)] \bullet [C]$ и $[A] \bullet [B] + [C] \bullet [D]$ соответствующих 2— P -цепей, построенных из 2— P -цепей: $[A]$, $[B]$, $[C]$, $[D]$. Начертить схематичные изображения всех трех 2— P -цепей по вышеприведенным их символам представляем читателю.

§ 5. Введенные выше символы позволяют представить символически весьма сложные ПК-цепи, и в частности такие, в которых П- и К-соединения чередуются, как показано на рис. 5. Такого вида ПК-цепи будем называть *лестничными* (m , n)-цепями. Они могут быть четырех типов.

Лестничные (m , n)-цепи I, II, III и IV типа характеризуются соответственно парами (+, +), (+, ●), (●, +), (●, ●) знаков + и ● тех соединений, которыми начинаются и оканчиваются цепи данного типа.

Четырехкаскадные лестничные (m, n) -цепи I, II, III и IV типа описываются соответственно следующими символами:

$${}^m((A_1) + (B_1) \bullet_{n_1} ((A_2) + (B_2) \bullet_{n_2} ((A_3) + (B_3) \bullet_{n_3} ((A_4) + (B_4))))))_n, \quad (I)$$

$${}^m((A_1) + (B_1) \bullet_{n_1} ((A_2) + (B_2) \bullet_{n_2} ((A_3) + (B_3) \bullet_{n_3} (A_4))))_n, \quad (II)$$

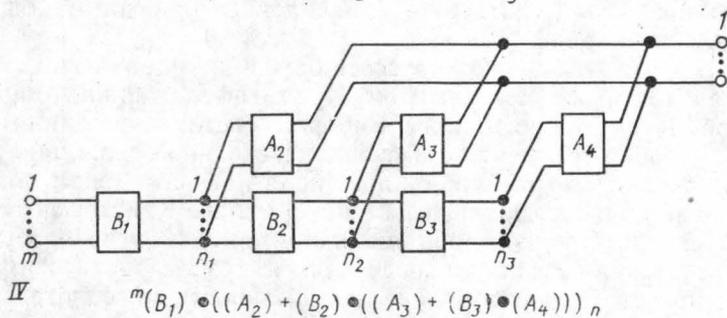
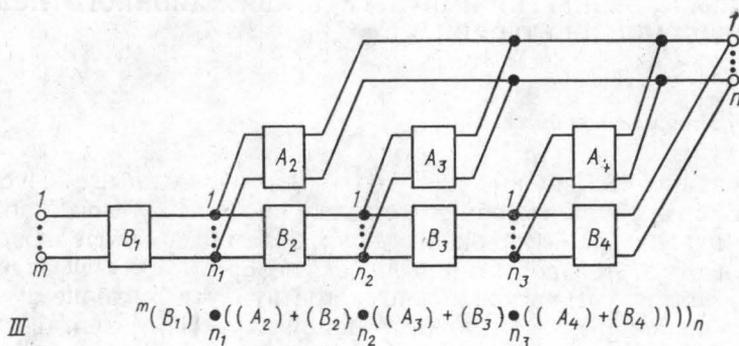
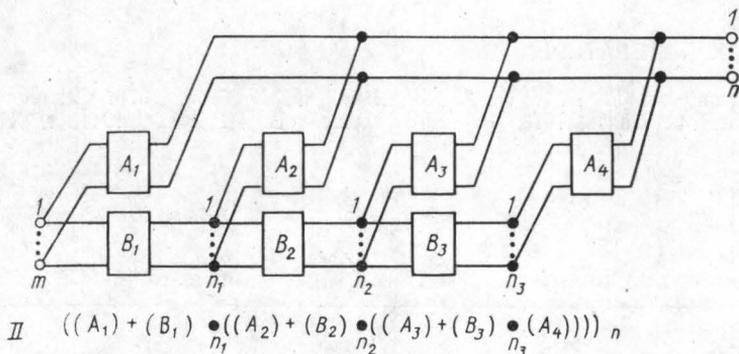
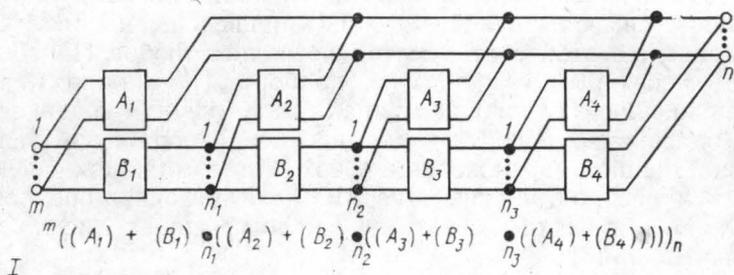


Рис. 5. Лестничные соединения многополюсных цепей

$${}^m(B_1)_{n_1} \bullet ((A_2) + (B_2)_{n_2} \bullet ((A_3) + (B_3)_{n_3} \bullet ((A_4) + (B_4))))_{n_4}, \quad (\text{III})$$

$${}^m(B_1)_{n_1} \bullet ((A_2) + (B_2)_{n_2} \bullet ((A_3) + (B_3)_{n_3} \bullet (A_4)))_{n_4}. \quad (\text{IV})$$

Цепь I можно считать основной, ибо цепи II и III получаются из нее при отключении ${}^m(B_4)_n$ и соответственно ${}^m(A_1)_n$, а цепь IV — посредством отключения обоих этих (m, n) -полюсников. Схематичные изображения и символы цепей (I)—(IV) приведены на рис. 5.

Изложенный в этой статье метод позволяет любое ПК-соединение представить некоторым символом и, наоборот, по каждому символическому выражению, содержащему знаки лишь П- и К-соединений МП, позволяет однозначно начертить схематичное изображение МП-цепи, обозначенной данным выражением. Этот метод является некоторым обобщением и распространением на МП-цепи метода, предложенного первоначально для двухполюсных цепей, построенных исключительно из двухполюсников [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Поваров Г. Н. ДАН СССР, 1954, 94, № 6, с. 1075. [2] Карни Ш. Теория цепей. М.: Связь, 1973. [3] Шестаков В. И. ЖТФ, 1941, т. XI, вып. 6, с. 532.

Поступила в редакцию
13.03.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 1

УДК 530.12 : 531.51

ЗАВИСИМОСТЬ ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ОТ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ТЕОРИИ

Г. С. Асанов

(кафедра теоретической физики)

1. Введение. За прошедшие годы многочисленные безуспешные попытки сформулировать общее определение ненулевой локальной энергии-импульса гравитационного поля в рамках эйнштейновской общей теории относительности привели к своеобразному «эффекту накопления»: в литературе часто можно встретить утверждение о принципиальной «нелокализуемости» (см., например, [1]) энергии-импульса гравитационного поля, хотя это утверждение никогда не было строгим выводом из теории.

Обычно его высказывают со ссылкой на принцип эквивалентности, подчеркивая тот факт, что символы Кристоффеля можно обратить в нуль в любой точке подходящим выбором системы координат. В действительности этот аргумент не имеет доказательной силы, ибо истинной мерой напряженности гравитационного поля при римановом подходе является риманов тензор кривизны, а не символы Кристоффеля (на такую роль тензора кривизны обращали внимание многие авторы, обычно при рассмотрении девиаций геодезических; см., в частности, [2]). Вынужденное при этом использование так называемых псевдотензоров для расчета «нелокализуемой» энергии-импульса явно противоречит (см. подробнее [3—5]) принципу ковариантности, на котором основывается