

тела. М., 1977, вып. 2, с. 104. [4] Добрецов Л. Н., Гомоюнова М. В. Эмиссионная электроника. М., 1966, с. 564. [5] Трейси Д. К., Баркстренд Д. М. В кн.: Новое в исследовании поверхности твердого тела. М., 1977, вып. 2, с. 83. [6] Месси Г., Бархон Е. Электронные и ионные столкновения. М., 1958, с. 225.

Поступила в редакцию
03.04.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 1

УДК 621.380

О ТОЧНОСТИ АНАЛИЗА МОДИФИЦИРОВАННОГО ДИОДА НА ОСНОВЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Ю. В. Горохов, М. Н. Девятков, Г. И. Овчинникова

(кафедра радиофизики СВЧ)

В качестве достаточно универсальной модели, на которой можно проследить многие важные закономерности, присущие образованию в электронных пучках потенциального барьера, обусловленного пространственным зарядом (виртуальный катод), и процессам прохождения тока через этот барьер, удобно использовать одномерный модифицированный (обобщенный) диод. В идеализированном виде такой диод представляет собой межэлектродный промежуток, образованный двумя бесконечными плоскими электродами (прозрачными для электронов и непрозрачными для электрического поля) и пронизываемый нормально поверхности электродов однородным электронным потоком бесконечного сечения. Начальные скорости электронов определяются потенциалом первого электрода относительно катода — источника электронов и тепловыми составляющими скорости. В режиме ограничения тока через диод пространственным зарядом распределение потенциала имеет характер, показанный на рис. 1 (ось « x » направлена нормально поверхности электродов, начало координат совпадает с плоскостью первого электрода, $x=d$ соответствует плоскости второго электрода). Следуя работе [1], будем рассматривать диод как последовательность областей α' , α'' и β (см. рис. 1), выделенных плоскостями нулевого и минимального потенциала (минимум потенциала и является своеобразным потенциальным барьером для проходящих электронов). Заметим, что в приближении моноскоростного потока минимальный потенциал равен нулю и области α' и α'' сливаются в единую область α [2], а при реализации режима ограничения тока пространственным зарядом в диоде с накаленным катодом-эмиттером отсутствует область α' .

Рассматривается квазистатический случай.

Уравнения Пуассона в безразмерных величинах для указанных областей имеют вид:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} \right|_{\alpha'} &= e^n [1 + \Phi(\sqrt{\eta - \eta_m}) - 2\Phi(\sqrt{\eta})], \\ \left. \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} \right|_{\alpha''} &= e^n [1 + \Phi(\sqrt{\eta - \eta_m})], \\ \left. \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} \right|_{\beta} &= e^n [1 - \Phi(\sqrt{\eta - \eta_m})], \end{aligned} \quad (1)$$

где $\Phi(\sqrt{\eta})$ — интеграл вероятности,

$$\eta = \frac{e_0 U}{kT}, \quad \xi = x \sqrt{J_{\text{вх}} \frac{e_0 \left(\frac{\pi}{2} m\right)^{1/2}}{\varepsilon_0 (kT)^{3/2}}},$$

$J_{\text{вх}}$ — плотность входящего в промежуток тока. Решение этих уравнений, т. е. получение зависимостей $\eta=f(\xi)$, $J_a=f(\eta_1, \eta_2, \dots)$ и т. п., может быть проведено только в численном виде, что затрудняет выявление общих закономерностей. Заметим, что такие же трудности возникают при решении задачи на основе кинетического уравнения [3]. В то же время существует возможность перехода к более простым

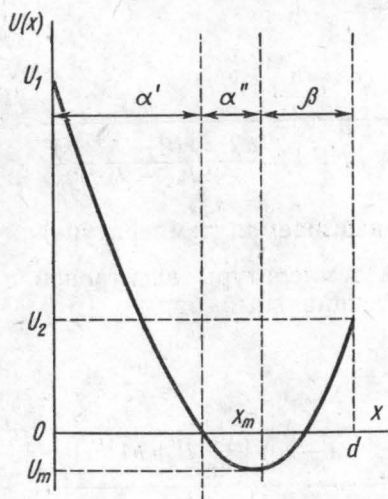


Рис. 1. Распределение потенциала в режиме ограничения тока пространственным зарядом

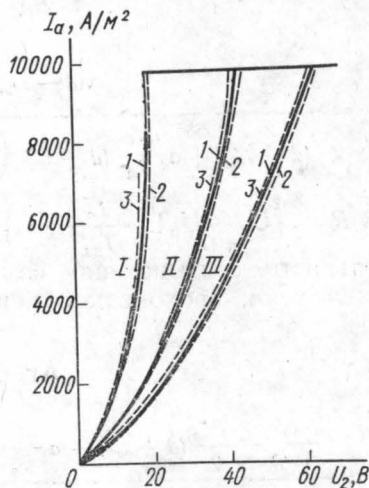


Рис. 2. Вольт-амперные характеристики модифицированного диода, полученные численным решением уравнения Пуассона (1) и с помощью приближенных формул (2), (3) для разных значений параметров промежутка

приближенным соотношениям, получающимся в результате использования в уравнениях (1) асимптотических представлений интеграла вероятности и ограничения членами первого порядка малости. При этом для большинства практически интересных электрических режимов прохождение тока через модифицированный диод описывается следующей системой приближенных уравнений (в системных величинах) [4]:

$$J_a = a \frac{(U_2 - U_m)^{3/2}}{(d - x_m)^2} [1 + bT^{1/2} (U_2 - U_m)^{-1/2}],$$

$$2J_{\text{вх}} - J_a = a \frac{(U_1 - U_m)^{3/2}}{x_m^2} [1 + bT^{1/2} (U_1 - U_m)^{-1/2}], \quad (2)$$

$$J_a = J_{\text{вх}} e^{U_m/U_0},$$

где $a=2,334 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{В}^{-3/2}$, $b=2,47 \cdot 10^{-2} \text{ В}^{1/2} \cdot \text{К}^{-1/2}$, $U_0=kT/e_0$, J_a — плотность тока, прошедшего через потенциальный барьер, T — тем-

пература электронов; остальные обозначения соответствуют рис. 1. Заметим, что для условий, близких к переходу между режимом ограничения тока и режимом задержки, аналогичная система уравнений имеет несколько иной вид [5].

Уравнения (2) позволяют рассчитывать вольт-амперные характеристики модифицированного диода гораздо более простым путем, чем на основе уравнения (1), и, что весьма существенно, получать в аналитической форме дифференциальные характеристики диода, описывающие его отклик на малые возмущения параметров. К дифференциальным характеристикам относятся крутизна вольт-амперной характеристики

$$S_{U_2} = \frac{\partial J_a}{\partial U_2} = \frac{a(d-x_m) \left(\frac{3}{2} R + bT^{1/2} \right)}{(d-x_m)^3 + a \frac{U_0}{J_a} (d-x_m) \left(\frac{3}{2} R + bT^{1/2} \right) - \frac{aR^2 x_m (R + bT^{1/2})}{2J_{BX} - J_a}} \quad (3)$$

(здесь $R = \left(U_2 - U_0 \ln \frac{J_a}{J_{BX}} \right)^{1/2}$), так называемая температурная чувствительность, связывающая изменения температуры электронов с изменением тока, проходящего через потенциальный барьер [6]

$$K_T = \frac{\partial J_a}{\partial T} = \frac{\frac{ab}{\sqrt{T}} \frac{R^2}{2} (d-x_m) - a \frac{k}{e_0} \ln \frac{J_a}{J_{BX}} (d-x_m) \left(\frac{3}{2} R + bT^{1/2} \right)}{(d-x_m)^3 + a \frac{U_0}{J_a} (d-x_m) \left(\frac{3}{2} R + bT^{1/2} \right) - \frac{aR^2 x_m (R + bT^{1/2})}{2J_{BX} - J_a}} \quad (4)$$

или

$$K_T \cong \left(\frac{R}{2} \frac{b}{\sqrt{T}} - \frac{k}{e_0} \ln \frac{J_a}{J_{BX}} \right) S_{U_2}, \quad (4a)$$

а также коэффициент депрессии флуктуаций тока $\Gamma = \partial J_a / \partial J_{BX}$ и др.

Вопрос о точности описания модифицированного диода с помощью приведенных здесь приближенных соотношений особенно важен потому, что они могут применяться для расчета и анализа основных характеристик реальных приборов, действие которых основано на использовании свойств потенциального барьера пространственного заряда.

Ошибку, возникающую при введении асимптотического представления интеграла вероятности, разложения в ряд Маклорена подынтегрального выражения, появляющегося после первого интегрирования уравнений (1), и удержании членов ряда первого порядка малости, определить несложно [2]. Для зависимости $\xi = F(\eta)$ она не превышает единиц процентов. Однако получить в общем виде подобный результат для оценки точности вольт-амперных и дифференциальных характеристик уже сложнее, тем более что при выводе соответствующих выражений делаются некоторые дополнительные упрощения. Наиболее наглядное представление здесь может быть получено путем прямого сопоставления результатов расчета основных зависимостей с помощью точного и приближенного методов для ряда типичных условий.

На рис. 2 приведены примеры расчета вольт-амперных характеристик. Сплошными кривыми 1 показаны результаты, полученные численным решением уравнений (1) (группы кривых I, II и III соответствуют следующим значениям параметров модифицированного диода: $J_{\text{вх}}=10^4 \text{ А/м}^2$, $d=4,106 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $T=10^3 \text{ К}$, $U^{(I)}_1=43,084$, $U^{(II)}_1=17,235 \text{ В}$, $U_1^{(III)}=4,308 \text{ В}$). Здесь представлены два характерных случая: скачкообразный переход от режима ограничения тока пространственным зарядом к режиму полного прохождения тока (группа I) и плавный переход, когда исчезновение потенциального барьера происходит при двух различных значениях потенциала U_2 (группы II и III). На этом же рисунке кривыми 2 показаны вольт-амперные характеристики, рассчитанные по асимптотическим уравнениям (2) с опущенным вторым слагаемым в квадратных скобках второго уравнения, которое описывает прохождение тока в области α (т. е. в промежутке, образуемом областями α' и α'' — см. рис. 1). Характеристики, рассчитанные по полным уравнениям (2), показаны кривыми 3. Можно видеть, что в области малых значений U_2 точные и приближенные решения практически совпадают. Область U_2 , в которой наблюдается это совпадение, больше в случае кривых 3, а также для более растянутых вольт-амперных характеристик. По мере приближения к переходу в режим полного прохождения тока абсолютное отклонение (по U_2) кривых 2 и 3 от точных значений 1 возрастает (для кривых 3 — в меньшей степени), относительное же уменьшается. Тот факт, что зависимости 2 и 3 имеют разные знаки отклонений, связан и с тем, что удержание квадратной скобки во втором уравнении системы (2) или пренебрежение ею означает по существу учет или неучет очередного члена знакопеременного ряда для интеграла вероятности в уравнениях области α .

Следует добавить также, что в случае характеристик с плавным переходом к полному прохождению тока точность (в основном для области перехода) оказывается несколько выше, чем для характеристик со скачком тока.

Как уже отмечалось, важным результатом введения асимптотических уравнений модифицированного диода является получение аналитических выражений для дифференциальных характеристик. Точность их также может быть оценена путем сопоставления с результатами численного решения точных уравнений (1). При этом определяется асимптотическое значение приращений проходящего тока, вызванных вариацией того параметра, по которому ищется дифференциальная характеристика. На рис. 3 приведены графики зависимости крутизны статической вольт-амперной характеристики S_{U_2} от потенциала второго электрода U_2 (в полулогарифмическом масштабе). Группы кривых I, II и III соответствуют данным рис. 2. Кривые 1 получены путем численного решения точных уравнений (1), кривые 2 — по формуле (3) (она выведена в тех же предположениях, которые делались при расчете вольт-амперных характеристик по уравнениям (2)). Из графика можно видеть, что формула (3) дает хорошее соответствие точным значениям в достаточно широкой области режима существования потенциального барьера; заметные отклонения возникают только вблизи перехода к режиму полного прохождения тока. Использование полной системы асимптотических уравнений (2) уменьшает ошибку именно в этой области.

Иллюстрируемая приведенными примерами правомерность расчета крутизны по формуле, полученной из приближенных уравнений модифицированного диода, позволяет предположить, что приближенные

выражения и для остальных дифференциальных характеристик обеспечивают достаточно высокую точность. Такое заключение основывается на том обстоятельстве, что, как это следует из [4], все дифференциальные характеристики могут быть выражены через S_{U_2} . В подтверждение сказанного рассмотрим результаты точного и приближенных расчетов температурной чувствительности $K_T = \partial J_a / \partial T$, представленные на рис. 4. Обозначения групп кривых (I, II, III) соответствуют тем же режимам, что и вольт-амперные характеристики рис. 2. Кривые 1 получены путем численного решения точных уравнений, кривые 2 рассчитаны по формуле (4). Зависимости 3 вычислены по фор-

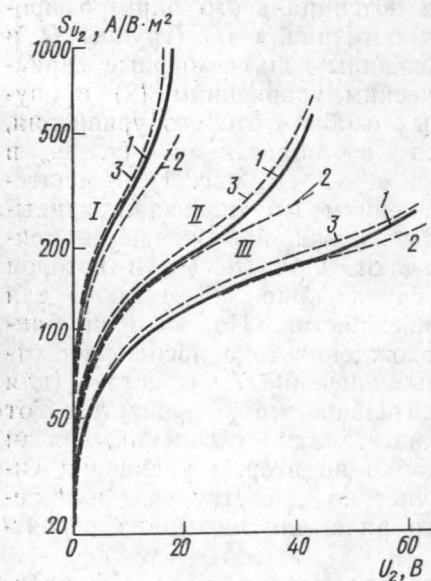


Рис. 3. Крутизна вольт-амперных характеристик, рассчитанная на основе численного решения уравнений Пуассона (1) и приближенными методами (2), (3)

муле (4а), где значения S_{U_2} соответствуют кривым 3 на рис. 3. Вообще говоря, здесь есть некоторый компромисс: уточненные значения крутизны сочетаются с множителем (в круглых скобках), определяемым из упрощенной системы уравнений (2). При этом завышенные значения S_{U_2} по сравнению с точными результатами (см. кривые 3 и 1 рис. 3) в определенной степени компенсируются заниженным значением множителя в круглых скобках. В результате кривые 3 дают более близкое соответствие с точными зависимостями 1, чем кривые 2, хотя последние также могут рассматриваться как вполне удовлетворительное приближение, особенно в режимах, удаленных от области перехода к полному току прохождения.

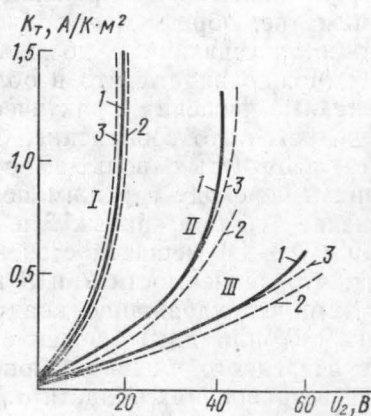


Рис. 4. Температурная чувствительность, рассчитанная на основе численного решения уравнений Пуассона (1) и приближенными методами (2), (3).

Аналогичные результаты получаются при расчете этими же методами и других дифференциальных характеристик модифицированного диода. Итак, сделанные при выводе приближенных уравнений модифицированного диода (2) допущения, которые заключаются в использовании для областей α' , α'' и β соответствующих асимптотических представлений интеграла вероятности с точностью до членов первого порядка малости и в пренебрежении на определенном этапе протяженностью области α'' по сравнению с α' , как показывают данные,

представленные на рис. 2, не приводят к существенным отклонениям от точного расчета вольт-амперных характеристик модифицированного диода. Этот вывод распространяется и на дифференциальные характеристики (см. рис. 3, 4). Общей закономерностью для характеристик, получаемых на основе асимптотических уравнений, является их более высокая точность в случае режимов, характеризующихся плавным переходом к полному токопрохождению, а также в режимах, удаленных от области перехода.

Таким образом, по результатам сопоставлений точных и приближенных зависимостей, которые помимо приведенных здесь примеров были сделаны и для ряда других характерных комбинаций параметров, можно подтвердить правомерность использования допущений, а также возможность и целесообразность практического использования, полученных приближенных соотношений для расчета и анализа основных характеристик систем с потенциальным барьером, обусловленным пространственным зарядом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Malter L., Ramberg E. G. J. Appl. Phys., 1952, 23, N 12, p. 1333.
[2] Гвоздовер С. Д. Теория электронных приборов сверхвысоких частот. М.: ГИТТЛ, 1956. [3] Мякишев Г. Я. Радиотехника и электроника, 1961, 4, № 2.
[4] Девятков М. Н., Овчинникова Г. И. Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ, 1971, № 8, с. 125. [5] Девятков М. Н., Овчинникова Г. И. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1975, 16, № 2, с. 154. [6] Девятков М. Н., Овчинникова Г. И. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1970, № 1, с. 3.

Поступила в редакцию
04.04.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 1

УДК 539.2

О МАЛОМ ПАРАМЕТРЕ В СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ

И. П. Базаров, П. Н. Николаев

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

Теория кристаллической решетки в гармоническом приближении хорошо развита в работе [1]. Однако в настоящее время во многих наиболее интересных случаях такое приближение недостаточно. Требуется учитывать ангармонические члены в потенциальной энергии взаимодействия атомов в кристалле. Непосредственное решение этой задачи чрезвычайно сложно. Поэтому существует много приближенных методов учета влияния ангармонических членов на различные свойства кристаллов.

Одним из первых среди них является традиционная теория возмущений [2]: в качестве начального используется гармоническое приближение, а ангармонические члены рассматриваются как малое возмущение. В этом случае малым параметром разложения потенциальной энергии и функций распределения при решении цепочки уравнений Боголюбова является отношение средней энергии колебаний к энергии связи атомов в кристалле. При исследовании кристаллов в широкой области температур и давлений было показано, что при достаточно высоких температурах (порядка половины температуры