

представленные на рис. 2, не приводят к существенным отклонениям от точного расчета вольт-амперных характеристик модифицированного диода. Этот вывод распространяется и на дифференциальные характеристики (см. рис. 3, 4). Общей закономерностью для характеристик, получаемых на основе асимптотических уравнений, является их более высокая точность в случае режимов, характеризующихся плавным переходом к полному токопрохождению, а также в режимах, удаленных от области перехода.

Таким образом, по результатам сопоставлений точных и приближенных зависимостей, которые помимо приведенных здесь примеров были сделаны и для ряда других характерных комбинаций параметров, можно подтвердить правомерность использования допущений, а также возможность и целесообразность практического использования, полученных приближенных соотношений для расчета и анализа основных характеристик систем с потенциальным барьером, обусловленным пространственным зарядом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Malter L., Ramberg E. G. J. Appl. Phys., 1952, 23, N 12, p. 1333.
[2] Гвоздовер С. Д. Теория электронных приборов сверхвысоких частот. М.: ГИТТЛ, 1956. [3] Мякишев Г. Я. Радиотехника и электроника, 1961, 4, № 2.
[4] Девятков М. Н., Овчинникова Г. И. Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ, 1971, № 8, с. 125. [5] Девятков М. Н., Овчинникова Г. И. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1975, 16, № 2, с. 154. [6] Девятков М. Н., Овчинникова Г. И. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1970, № 1, с. 3.

Поступила в редакцию
04.04.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 1

УДК 539.2

О МАЛОМ ПАРАМЕТРЕ В СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ

И. П. Базаров, П. Н. Николаев

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

Теория кристаллической решетки в гармоническом приближении хорошо развита в работе [1]. Однако в настоящее время во многих наиболее интересных случаях такое приближение недостаточно. Требуется учитывать ангармонические члены в потенциальной энергии взаимодействия атомов в кристалле. Непосредственное решение этой задачи чрезвычайно сложно. Поэтому существует много приближенных методов учета влияния ангармонических членов на различные свойства кристаллов.

Одним из первых среди них является традиционная теория возмущений [2]: в качестве начального используется гармоническое приближение, а ангармонические члены рассматриваются как малое возмущение. В этом случае малым параметром разложения потенциальной энергии и функций распределения при решении цепочки уравнений Боголюбова является отношение средней энергии колебаний к энергии связи атомов в кристалле. При исследовании кристаллов в широкой области температур и давлений было показано, что при достаточно высоких температурах (порядка половины температуры

плавления и выше) данный параметр становится порядка единицы [3]. Поэтому здесь потребовался новый способ учета ангармонизмов, справедливый во всей области температур. Им оказался метод самосогласованного поля [4]. Однако учет ангармонизмов высших порядков таким методом ухудшает согласование теории с экспериментом [5]. Этот недостаток метода самосогласованного поля связан с неучетом корреляций движения атомов в кристалле и устраняется в корреляционной теории кристалла [6]. Развита также самосогласованная динамическая теория ангармонических кристаллов, основанная на методе функций Грина [7].

Вклад корреляций движения атомов в термодинамические потенциалы кристалла невелик, но он значителен в характеристиках, определяемых через производные от потенциалов [6]. Ниже показано, что при учете корреляций для наиболее быстрой сходимости рядов последовательных приближений в качестве основного естественно брать приближение самосогласованного поля. Применимость приближения самосогласованного поля к кристаллу обеспечивается тем, что области движения частиц около узлов кристаллической решетки не перекрываются, их линейные размеры малы по сравнению с расстоянием между ближайшими соседями [4, 8]. Это означает, что одночастичные функции распределения атомов сильно локализованы около узлов решетки. Кроме того, по определению, функция распределения сильно убывает из-за сильных корреляций при сближении любых двух частиц. Таким образом, если мы рассматриваем цепочку уравнений Боголюбова, то главный вклад в интегральные члены будет давать интегрирование около узлов решетки, где корреляции, кроме структурных (т. е. определяющих вид решетки), невелики. Поэтому возможны два вида разложений в ряд решений цепочки уравнений Боголюбова по малому параметру, основанных либо на преобразовании потенциала подынтегрального выражения [9, 10], либо на преобразовании $(s+1)$ -частичной функции распределения [11]. Отметим, что второй подход включает в себя первый как частный случай. Расщепление системы уравнений Боголюбова осуществляется непосредственным использованием аппроксимации

$$F_{s+1}(q_1, \dots, q_{s+1}) = F_s(q_1, \dots, q_s) F_1(q_{s+1}) \quad (1)$$

под знаком интеграла. Для $s=1$ оно приводит к уравнению самосогласованного поля. Мы используем второй подход для решения цепочки уравнений Боголюбова.

Цепочку уравнений можно записать в виде:

$$\frac{\partial F_s}{\partial q_1^\alpha} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial U_s}{\partial q_1^\alpha} F_s + \frac{(N-s)}{\theta V} \int_V \frac{\partial \Phi(|q_1 - q_{s+1}|)}{\partial q_1^\alpha} F_{s+1} dq_{s+1} = 0, \quad (2)$$

где F_s — s -частичная функция распределения, удовлетворяющая условиям нормировки

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int_V F_{s+1}(q_1, \dots, q_{s+1}) dq_{s+1} = F_s(q_1, \dots, q_s), \quad (3)$$

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int_V F_1(q) dq = 1,$$

Φ — двухчастичный потенциал,

$$U_s = \sum_{1 \leq i < j \leq s} \Phi(|q_i - q_j|).$$

Как уже отмечалось, в кристалле частицы сильно локализованы вплоть до температур, близких к температуре плавления. Поэтому для дальнейшего рассмотрения естественно ввести систему ячеек, включающих каждая по одной локализованной частице (правомерность такого подхода обоснована в [9]). При этом исключается возможность одновременного пребывания двух, трех и т. д. частиц в одной ячейке. Пусть v — объем ячейки, $v = V/N$, где V — объем системы, N — число частиц. Введем родовые функции распределения ρ_s , которые связаны с F_s соотношениями:

$$\rho_s = F_s N! / ((N-s)! V^s), \quad s = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Для $s \ll N$

$$\rho_s = F_s / v^s. \quad (5)$$

Кроме того, в связи с введением N ячеек интегрирование в (2) по всему объему заменяется на интегрирование по $(N-s)$ ячейкам (как уже отмечалось, две частицы не могут находиться в одной ячейке). В итоге из (2) и (4) для кристалла имеем:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial q_1^\alpha} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial U_s}{\partial q_1^\alpha} \rho_s + \frac{1}{\theta} \sum_{i \neq 1, s} \int_{v_i} \frac{\partial \Phi(|q_1 - q_i|)}{\partial q_1^\alpha} \rho_{s+1}(q_1, \dots, q_i) dq_i = 0. \quad (6)$$

При малых отклонениях от положения равновесия движение частицы описывается некоторым самосогласованным потенциалом. При больших же отклонениях, когда корреляции велики, аппроксимация приближением самосогласованного поля ухудшается, но вклад этих членов в интегралы уравнения (6) мал в силу быстрого убывания функций распределения при приближении к границе ячейки. Поэтому естественно переписать (6) в форме:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho_s}{\partial q_1^\alpha} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial q_1^\alpha} \rho_s + \frac{1}{\theta} \sum_{i \neq 1, s} \int_{v_i} \frac{\partial \Phi(|q_1 - q_i|)}{\partial q_1^\alpha} \times \\ & \times [\rho_{s+1}(q_1, \dots, q_i) - \rho_s(q_1, \dots, q_i) \rho_1(q_i)] dq_i = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\bar{U}_s = U_s + \sum_{\substack{1 \leq i \leq s \\ j \neq 1, s}} \int_{v_j} \Phi(|q_i - q_j|) \rho_1(q_j) dq_j = U_s + \sum_{\substack{1 \leq i \leq s \\ j \neq 1, s}} \Phi(|q_i - \bar{q}_j|). \quad (8)$$

Сумма интегральных членов в (7) пропорциональна малому параметру, который тем меньше, чем сильнее локализованы частицы. Для произвольной температуры (вплоть до температуры плавления) локализация определяется в основном характером взаимодействия (при рассмотрении в квантовой области — и массой частицы) и для короткодействующего потенциала высока.

Введем функции

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} = & \Phi(|q_i - q_j|) + \Phi(|q_i^0 - \bar{q}_j|) + \Phi(|\bar{q}_i - q_j^0|) - \\ & - \Phi(|q_i - \bar{q}_j|) - \Phi(|\bar{q}_i - q_j|) - \Phi(|q_i^0 - q_j^0|), \end{aligned} \quad (9)$$

где q_i^0 — положение равновесия i -го атома.

Теперь уравнение (7) запишется:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial q_1^\alpha} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial \bar{U}_s}{\partial q_1^\alpha} \rho_s + \frac{1}{\theta} \sum_{i \neq 1, s} \int_{v_i} \frac{\partial \varphi_{1i}}{\partial q_1^\alpha} \times \\ \times [\rho_{s+1}(q_1, \dots, q_i) - \rho_s(q_1, \dots, q_s) \rho_1(q_i)] dq_i = 0, \quad (10)$$

так как добавление под знаком производной к двухчастичному потенциалу одночастичных функций не изменяет уравнения (7).

Кроме того, уравнение (10) не изменится, если для \bar{U}_s вместо (8) взять выражение

$$\bar{U}_s = \sum_{1 \leq i < j \leq s} [\Phi(|q_i - q_j|) - (\Phi(|q_i^0 - q_j^0|))] + \\ + \sum_{\substack{1 \leq i \leq s \\ j \neq 1, s}} [\Phi(|q_i - \bar{q}_j|) - (\Phi(|q_i^0 - \bar{q}_j|))].$$

Если аппроксимировать двухчастичный потенциал около узлов кристалла потенциалами самосогласованного поля, в котором все частицы, кроме одной, покоятся, то уравнение (6) принимает вид [9, 10]:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial q_1^\alpha} + \frac{1}{\theta} \frac{\partial \bar{U}_s}{\partial q_1^\alpha} \rho_s + \frac{1}{\theta} \sum_{i \neq 1, s} \int_{v_i} \frac{\partial \varphi_{1i}}{\partial q_1^\alpha} \rho_{s+1}(q_1, \dots, q_i) dq_i = 0, \quad (11)$$

где

$$\bar{U}_s = \sum_{1 \leq i < j \leq s} [\Phi(|q_i - q_j|) - \Phi(|q_i^0 - q_j^0|)] + \\ + \sum_{\substack{1 \leq i \leq s \\ j \neq 1, s}} [\Phi(|q_i - q_j^0|) - \Phi(|q_i^0 - q_j^0|)]. \quad (12)$$

Среднеквадратичное смещение, вычисленное здесь на основе найденных решений, в главной своей части будет совпадать с аналогичной величиной, вычисленной по теории свободного объема [10].

Из (10) мы видим, что в этом случае главная часть среднеквадратичного смещения определяется усреднением по одночастичной функции распределения, найденной в приближении самосогласованного поля:

$$\theta \ln c \rho_1(q_1) + \sum_{i \neq 1} \int_{v_i} \Phi(|q_1 - q_i|) \rho_1(q_i) dq_i = 0. \quad (13)$$

Среднеквадратичное смещение, вычисленное с помощью ρ_1 из (13), не превосходит аналогичной величины, вычисленной по теории свободного объема. Причем при приближении к температуре плавления расхождение для сильно ангармонических кристаллов может быть значительным. Таким образом, при исследовании свойств кристаллов следует использовать или решение уравнений (10), или решение уравнений (11) в зависимости от того, проще ли найти решение уравнения самосогласованного поля и затем получить из (10) быстро сходящийся ряд или использовать полученный из (11) ряд с большим числом членов. Для весьма сильного ангармонизма разумное число членов может иметь лишь ряд решения (11), хотя для многих случаев весьма эффективно использование (12) [9, 10].

В последующей работе мы получим решение уравнений (10) в виде разложения в ряд по малому параметру, из которого другие приближения, обсужденные здесь, получаются очевидным образом.

Авторы признательны Н. М. Плакиде за обсуждение многих аспектов, связанных с рассматриваемой проблемой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Марадული А., Монролл Э., Вейс Дж. Динамическая теория кристаллической решетки в гармоническом приближении. М.: Мир, 1965. [2] Лейбфрид Г. Микроскопическая теория механических и тепловых свойств кристаллов. М., 1963. [3] Rare gas solids. V. 1. Ed. N. J. Klein, 1976. [4] Базаров И. П. Статистическая теория кристаллического состояния. М.: Изд-во МГУ, 1970. [5] Зубов В. И. — В кн.: Проблемы статистической физики и теории поля. М.: Изд-во Ун-та дружбы народов им. Патриса Лумумбы, 1972, с. 45. [6] Базаров И. П., Николаев П. Н. Теор. и матем. физ., 1977, 31, № 1, с. 125. [7] Плакида Н. М. Автореф. докт. дис. Дубна, 1973. [8] Ролов Б. Н., Ивин В. А., Кузовков В. Н. Статистика и кинетика фазовых переходов в твердом теле. Рига, 1979, с. 9. [9] Westera K., Cowley E. R. Phys. Rev., 1975, В11, № 10, p. 4008—4016. [10] Щекатолина С. А., Якуб Л. Н. Укр. физ. журн., 1976, 21, № 4, с. 535. [11] Базаров И. П., Николаев П. Н. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1978, 19, № 3, с. 59.

Поступила в редакцию
09.04.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 1.

УДК 621.373.8

СЖАТИЕ СПЕКТРОВ ФМ-СИГНАЛОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

В. Ф. Марченко, Ю. М. Петрин

(кафедра радиофизики СВЧ)

§ 1. Введение. При обнаружении или спектральном анализе широкополосных сигналов в ряде случаев целесообразно осуществить предварительное сжатие их спектров. С этой целью используют многоканальные системы, которые обеспечивают прием дискретных участков спектра сигнала с последующим когерентным накоплением [1, 2]. Эффективное сжатие спектра можно получить и в конструктивно более простой одноканальной широкополосной системе, например в умножителе частоты с распределенными параметрами. Преобразование частоты (генерация гармоник) в такой системе сопровождается сужением спектра, если спектр входного сигнала удовлетворяет определенным условиям.

Из простых соображений ясно, что при удвоении частоты сложных ФМ-сигналов, представляющих собой бинарные последовательности с фазами 0 или π , происходит сжатие их спектра. Пусть на вход умножителя подается составной радиопульс, образованный n дискретами с произвольным законом распределения фаз 0, π и имеющий длительность $T = n\tau_0$ (τ_0 — длительность дискрета). Поскольку при удвоении частоты информация о фазе исчезает, импульс гармоники представляет собой простой радиопульс с длительностью $n\tau_0$. В результате спектр на частоте ω_0 , имеющий ширину $\sim 1/\tau_0$, преобразуется в спектр на частоте $2\omega_0$ с шириной $\sim 1/n\tau_0$; коэффициент сжатия равен n , т. е. базе сигнала (ср. [3]).

Использование систем с распределенными параметрами позволяет реализовать высокие коэффициенты сжатия при значительных ко-