

В последующей работе мы получим решение уравнений (10) в виде разложения в ряд по малому параметру, из которого другие приближения, обсужденные здесь, получаются очевидным образом.

Авторы признательны Н. М. Плакиде за обсуждение многих аспектов, связанных с рассматриваемой проблемой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Марадული А., Монролл Э., Вейс Дж. Динамическая теория кристаллической решетки в гармоническом приближении. М.: Мир, 1965. [2] Лейбфрид Г. Микроскопическая теория механических и тепловых свойств кристаллов. М., 1963. [3] Rare gas solids. V. 1. Ed. N. J. Klein, 1976. [4] Базаров И. П. Статистическая теория кристаллического состояния. М.: Изд-во МГУ, 1970. [5] Зубов В. И. — В кн.: Проблемы статистической физики и теории поля. М.: Изд-во Ун-та дружбы народов им. Патриса Лумумбы, 1972, с. 45. [6] Базаров И. П., Николаев П. Н. Теор. и матем. физ., 1977, 31, № 1, с. 125. [7] Плакида Н. М. Автореф. докт. дис. Дубна, 1973. [8] Ролов Б. Н., Ивин В. А., Кузовков В. Н. Статистика и кинетика фазовых переходов в твердом теле. Рига, 1979, с. 9. [9] Westera K., Cowley E. R. Phys. Rev., 1975, B11, № 10, p. 4008—4016. [10] Щекатолина С. А., Якуб Л. Н. Укр. физ. журн., 1976, 21, № 4, с. 535. [11] Базаров И. П., Николаев П. Н. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1978, 19, № 3, с. 59.

Поступила в редакцию
09.04.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 1.

УДК 621.373.8

СЖАТИЕ СПЕКТРОВ ФМ-СИГНАЛОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

В. Ф. Марченко, Ю. М. Петрин

(кафедра радиофизики СВЧ)

§ 1. Введение. При обнаружении или спектральном анализе широкополосных сигналов в ряде случаев целесообразно осуществить предварительное сжатие их спектров. С этой целью используют многоканальные системы, которые обеспечивают прием дискретных участков спектра сигнала с последующим когерентным накоплением [1, 2]. Эффективное сжатие спектра можно получить и в конструктивно более простой одноканальной широкополосной системе, например в умножителе частоты с распределенными параметрами. Преобразование частоты (генерация гармоник) в такой системе сопровождается сужением спектра, если спектр входного сигнала удовлетворяет определенным условиям.

Из простых соображений ясно, что при удвоении частоты сложных ФМ-сигналов, представляющих собой бинарные последовательности с фазами 0 или π , происходит сжатие их спектра. Пусть на вход умножителя подается составной радиоимпульс, образованный n дискретами с произвольным законом распределения фаз 0, π и имеющий длительность $T = n\tau_0$ (τ_0 — длительность дискрета). Поскольку при удвоении частоты информация о фазе исчезает, импульс гармоники представляет собой простой радиоимпульс с длительностью $n\tau_0$. В результате спектр на частоте ω_0 , имеющий ширину $\sim 1/\tau_0$, преобразуется в спектр на частоте $2\omega_0$ с шириной $\sim 1/n\tau_0$; коэффициент сжатия равен n , т. е. базе сигнала (ср. [3]).

Использование систем с распределенными параметрами позволяет реализовать высокие коэффициенты сжатия при значительных ко-

эффицентах преобразования по мощности. Для радио- и СВЧ-диапазонов такие системы представляют собой дискретные или дискретно-распределенные линии передачи с нелинейными элементами (например, варикапами), на более высоких частотах, включая оптические — нелинейные кристаллы. Основные черты нестационарного процесса генерации второй гармоники хорошо известны [4]: цель настоящей работы заключается в установлении оптимальных условий сжатия спектра на удвоенной частоте. Практическая реализация этих условий продемонстрирована на примере ФМ-сигналов, играющих важную роль в системах связи.

§ 2. Оптимизация спектров сигналов и дисперсионных свойств линии. Рассмотрим линию передачи типа фильтра нижних частот, состоящую из постоянных индуктивностей и нелинейных емкостей, величина которых меняется в зависимости от напряжения по закону $C = C_0(1 + \xi v)$. Известно, что в такой линии возможно эффективное преобразование гармонического сигнала в сигнал второй гармоники, если в рабочем диапазоне частот выполнено условие попутного синхронизма:

$$\beta_2 - 2\beta_1 = \Delta \sim 0, \quad (1)$$

$\beta_{1,2} = k_{1,2}l_0$ — набеги фаз ω_0 и $2\omega_0$ на ячейку линии l_0 . Предполагается, что возникающие вследствие нелинейности линии высшие гармоники, начиная с третьей, попадают в полосу непрозрачности фильтра и не влияют на процесс преобразования частоты.

Напряжение в линии можно представить в виде суммы двух волн:

$$v = A_1(t, x) e^{i(\omega_0 t - k_1 x)} + A_2(t, x) e^{i(2\omega_0 t - k_2 x)} + \text{к. с.}, \quad (2)$$

$A_{1,2}(t, x)$ — функции, учитывающие амплитудно-фазовую (частотную) модуляцию волн. В приближении заданного поля основной частоты ($|A_{1,2}(t, x)| \ll |A_1(t, x)|$), справедливым для небольших коэффициентов преобразования, высокочастотный спектр второй гармоники в сечении x выражается в виде [4]:

$$|S_2(\omega)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} A_2(t, x) e^{i(2\omega_0 - \omega)t} dt \right| = F(x, \omega) |G(\omega)|, \quad (3)$$

$$F(x, \omega) = \frac{\xi k_2}{4} \left| \frac{\sin \left[\left(\frac{(\omega - 2\omega_0)v - \Delta}{2} \right) x \right]}{\frac{(\omega - 2\omega_0)v - \Delta}{2}} \right|,$$

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\omega') S_1(\omega - \omega') d\omega',$$

$v = 1/u_2 - 1/u_1$ — расстройка групповых скоростей. Таким образом, спектр гармоники определяется сверткой спектра основной волны $G(\omega)$, умноженной на функцию $F(x, \omega)$, характеризующую эффективность взаимодействия волн в линии. Форма спектра $S_2(\omega)$ в первую очередь определяется свойствами спектра $S_1(\omega)$.

Основные требования к спектру сигналов, допускающих эффективное сжатие в окрестности частоты $2\omega_0$, удобно сформулировать для дискретных спектров (т. е. периодических сигналов).

1. Спектр должен быть симметричным относительно центральной части ω_0 .

2. Фазировка спектра такова, что компоненты, равноотстоящие от ω_0 , например, $\omega_0 - m\Omega$ и $\omega_0 + m\Omega$, синфазно суммируются на частоте

$2\omega_0$, на других частотах $\omega \neq 2\omega_0$ происходит частичное (или полное) подавление спектра.

Этим требованиям удовлетворяет ряд используемых в системах связи сигналов: регулярные последовательности видео- и радиопульсов, бинарные ФМ-сигналы и др. Рассмотрим подробнее свертку ФМ-сигналов.

Комплексную амплитуду составного импульса, повторяющегося с периодом T_{Π} , представим в виде [5]:

$$A_1(t, 0) = a_0 \sum_{k=1}^n d_k u_0(t - t_k), \quad (4)$$

$d_k = \pm 1$ — элементы кодовой последовательности, $u_0(\tau)$ — единичная функция, $t_k = (k-1)\tau_0$, a_0 — действительное значение амплитуды. Спектр такого сигнала можно записать в форме суммы ($\Omega = 2\pi/T_{\Pi}$):

$$S_1(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m e^{i\varphi_m} \delta(\omega - \omega_0 - m\Omega). \quad (5)$$

Амплитуды симметричных спектральных компонент равны $b_m = b_{-m}$, а их фазы удовлетворяют условию $\varphi_m = -\varphi_{-m}$ (для симметричного во времени сигнала $\varphi_m = \varphi_{-m} = 0$ или π). С учетом этих условий для периодических ФМ-сигналов интеграл свертки представим в виде:

$$\begin{aligned} G(\omega) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=-\infty}^{\infty} b_m b_{m'} e^{i(\varphi_m + \varphi_{m'})} \delta(\omega - 2\omega_0 - (m + m')\Omega) = \\ &= 2 \sum_{m=0}^{\infty} b_m^2 + \sum_{l=-\infty}^{\infty} G_l(\omega); \quad G_l = G(\omega - 2\omega_0 + l\Omega) = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m b_{|m-l|} e^{i(\varphi_m + \varphi_{|m-l|})}, \quad l = m + m' \neq 0. \end{aligned} \quad (6)$$

На рис. 1 представлены расчетные спектры исходного сигнала (11-элементного кода Баркера) и второй гармоники для различных значений скважности повторения составных импульсов $Q = T_{\Pi}/T$. Для одиночного импульса ($Q \rightarrow \infty$) спектр удвоенной частоты имеет вид (3):

$$|S_2(\omega)| = a_0^2 T \cdot \left| \frac{\sin \frac{(\omega - 2\omega_0) T}{2}}{\frac{(\omega - 2\omega_0) T}{2}} \right|. \quad (7)$$

Для периодической последовательности (6):

$$|S_2(\omega)| = \sum_{l=-\infty}^l a_0^2 \frac{2}{\pi l \Omega} \left| \sin \frac{\pi l}{Q} \delta(\omega - 2\omega_0 + l\Omega) \right|. \quad (8)$$

Коэффициент сжатия спектра ФМ-сигналов не зависит от вида кода $\{d_k\}$, а определяется скважностью Q . С уменьшением Q происходит «разрежение» спектра и фактически сужение его основного лепестка. Для циклического кода ($Q=1$) спектр $|S_2(\omega)|$ приобретает вид δ -функции (вторая гармоника представляет собой гармонический сиг-

нал). В общем случае вид спектра $S_2(\omega)$ определяется законом амплитудной модуляции ФМ-сигнала.

На рис. 1, *а* (справа) сплошные линии соответствуют учету лишь основного лепестка исходного спектра, пунктирные — дополнительному учету боковых лепестков. Центральная компонента $\omega=2\omega_0$ в обоих случаях практически не меняется, боковые — уменьшаются в не-

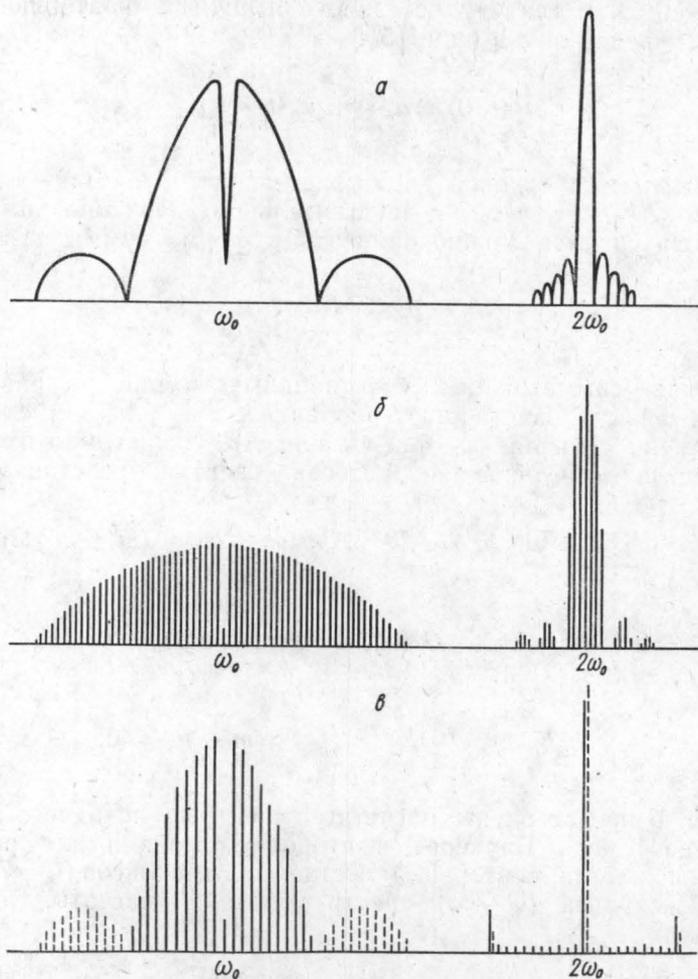


Рис. 1. Спектры ФМ-сигналов и их свертки при различных значениях скважности: $Q=\infty$ (*а*), 5 (*б*) и 1 (*в*)

сколько раз. Таким образом, широкополосность умножителя, т. е. ширина полосы частот линии, в которой выполняется синхронное преобразование сигнала, является необходимым условием подавления нежелательных всплесков на боковых частотах.

Выясним роль функции $F(x, \omega)$. При выполнении фазового синхронизма $\Delta=0$ наряду с максимальным темпом роста мощности гармоники вдоль линии сохраняется и основная структура ее спектра: максимум $F(x, \omega)$ соответствует частоте $\omega=2\omega_0$. Для линии, в которой для выполнения условия попутного синхронизма применяется компенсация дисперсии в рабочей полосе частот, выполняются условия $\Delta=0, \nu=0$. Если использовать пространственную модуляцию парамет-

ра нелинейности ξ , например, чередуя полярность включения варикапов в линию, можно осуществить синхронный режим генерации обратной волны гармоники (подробнее см. [6]). Условие встречного синхронизма имеет вид:

$$\beta_2 + 2\beta_1 - \pi = \Delta \sim 0. \quad (9)$$

В этом случае реализуются условия $\Delta=0$, $v=1/u_1+1/u_2$. Функция $F(x, \omega)$ принимает вид:

$$F(x, \omega) = \frac{\xi k_2}{8} \left| \frac{\sin \frac{(\omega - 2\omega_0) v - \Delta}{2} (L - x)}{\frac{(\omega - 2\omega_0) v - \Delta}{2}} \right|, \quad (10)$$

L — длина линии.

Поскольку для встречного взаимодействия величина v максимальна, за счет функции $F(x, \omega)$ можно получить дополнительное сужение основного лепестка $S_2(\omega)$ и подавление боковых лепестков. Ширина полосы умножителя в окрестности частоты $2\omega_0$ приблизительно равна $\Delta\omega_{\text{л}} = 4\pi/vL$, т. е. уменьшается с увеличением длины линии. Случай $\Delta \neq 0$ не представляет практического интереса, так как ведет к уменьшению интенсивности гармоники и несимметричному искажению ее спектра [4].

§ 3. Экспериментальные результаты. Сжатие спектров ФМ-сигналов наблюдалось в линии передачи с полосой пропускания (0—6) МГц, состоящей из 65 ячеек, для двух режимов синхронной генерации гармоники (1), (9) [7]. В качестве нелинейных емкостей использовались варикапы типа Д-813, находящиеся при отрицательном постоянном смещении ($\xi=0,07 \text{ В}^{-1}$). Фазоманипулированные сигналы представляли собой периодические последовательности составных импульсов, содержащих 10—15 дискретов. Минимальная длительность дискрета составляла два периода несущей частоты ($f_0=2,4 \text{ МГц}$), время переброса фазы не превышало 0,1 мкс. Уровень входных сигналов составлял (1—10) мВт при входном сопротивлении линии $Z_0 \sim 200 \text{ Ом}$.

Сжатие спектров ФМ-сигналов при удвоении частоты показано на осциллограммах рис. 2. Поскольку использовались повторяющиеся последовательности импульсов с большой скважностью $Q=50$, результаты могут быть интерпретированы как случай одиночных импульсов. Форма спектра не зависит от кода $\{d_k\}$, коэффициент сжатия приблизительно равен 10 (расчетное значение 11). При попутном и встречном синхронизме волн в приближении заданного поля (малых K) уровень боковых лепестков не превышал —10 дБ (на осциллограммах приведены энергетические спектры).

Получение высоких коэффициентов преобразования K мощности сигнала в мощность второй гармоники возможно лишь в нелинейном режиме преобразования частоты. Если для гармонических сигналов обе схемы генерации гармоники позволяют получить $K \sim 0,7—0,8$ (предельная величина лимитируется потерями в линии), то для широкополосных сигналов ситуация меняется. В линии с попутным синхронизмом с увеличением длины происходит перераспределение спектра сигнала не только в область суммарных, но и в область разностных частот. В результате существует оптимальная длина линии, зависящая от амплитуды и ширины спектра входного сигнала, на которой достигается наибольший коэффициент преобразования K_{max} . Например, при входной амплитуде циклического кода Баркера $a_0=1,5 \text{ В}$ и

ширине спектра $\Delta f/f_0 \sim 0,4$ значение $K_{\max} \approx 0,15$ при $x/l_0 = 30$. На больших длинах происходит уменьшение пика $S_2(\omega)$ и «расплывание» исходного спектра практически по всей полосе пропускания фильтра. Динамика этого процесса отражена на рис. 3 а, б, в.

В линии со встречным синхронизмом преобразование в комбинационные компоненты запрещено дисперсией (см. рис. 1, б [7]). Амплитуда гармоники монотонно нарастает от $x=L$ до $x=0$; здесь удается получить $K_{\max} \approx 0,5$ и практически полное подавление лепестков (рис. 3, г).

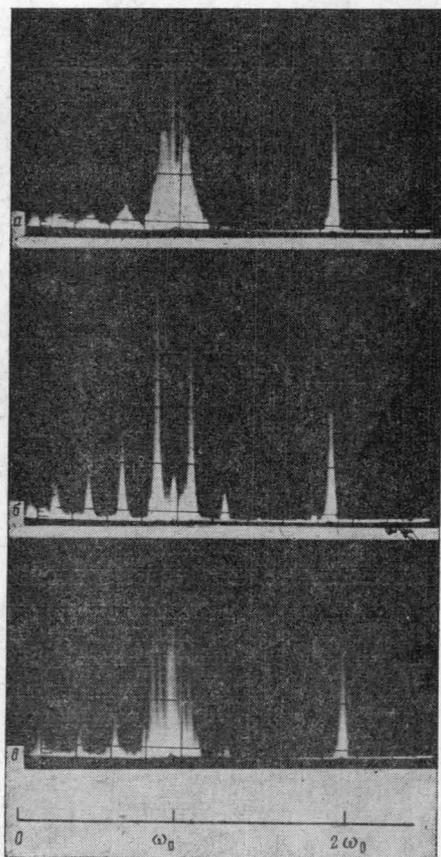


Рис. 2. Осциллограммы спектров в линии с попутным синхронизмом при $a_0 = 0,5$ В. $x/l_0 = 20$ и различных видах кода $\{d_k\}$. а: 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1; б: 1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, 1; в: 1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, -1; -1, 1, -1

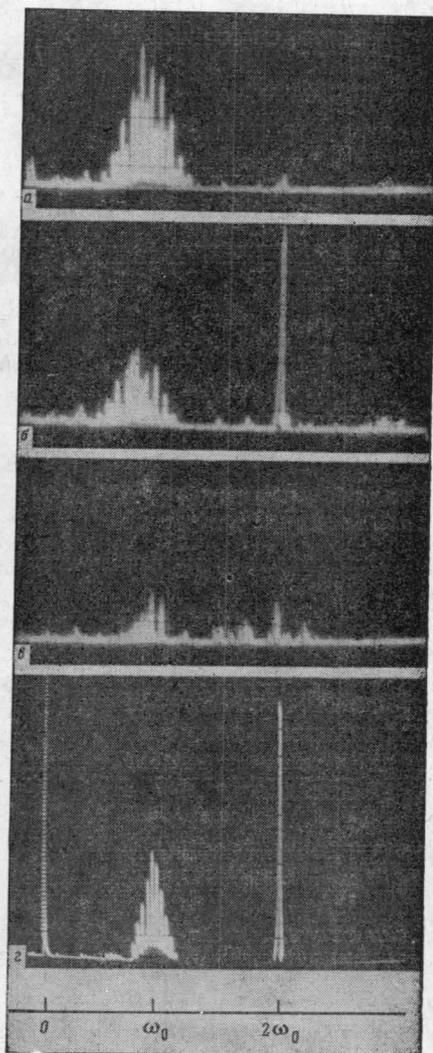


Рис. 3. Нелинейный режим преобразования 13-элементного кода Баркера (1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, 1); номер ячейки $x/l_0 = 1$ (а), 30 (б), 60 (в), 1 (г) (встречное взаимодействие)

§ 4. Заключение. На примере ФМ-сигналов показано, что удвоитель частоты с распределенными параметрами позволяет осуществить сжатие спектров определенного вида сигналов. Из условия симметрии

спектра $S(\omega) = S^*(-\omega)$ следует, что интеграл свертки совпадает с функцией неопределенности, если задержка между сигналом и его копией равна нулю [3, 5]. В этом смысле удвоитель частоты выполняет функцию согласованного фильтра. С помощью такого устройства можно осуществить выделение сигнала на уровне внешней помехи или разрешение нескольких сигналов. Однако следует иметь в виду, что преобразование спектра в нелинейном устройстве сопровождается ухудшением отношения сигнал/шум по сравнению с оптимальным (корреляционным) методом приема сигналов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов М., 1974. [2] Лейкер, Бадру, Карр. ТИИЭР, 1976, 34, № 5, с. 145. [3] Вакман Д. Е. Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации. М., 1965. [4] Ахманов С. А., Чиркин А. С. Статистические явления в нелинейной оптике. М., 1971. [5] Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. М., 1971. [6] Горшков А. С., Марченко В. Ф. Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 1967, 10, с. 825. [7] Белин А. М., Марченко В. Ф. и др. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1975, 16, № 1, с. 22.

Поступила в редакцию
10.04.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 1

УДК 53 : 51 : 536.2

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕПЛОВОГО ИСТОЧНИКА ПО ЗАДАННОМУ ТЕМПЕРАТУРНОМУ ПОЛЮ

Е. Е. Кондорская, В. Б. Гласко

(кафедра математики)

1. В ряде работ с помощью регуляризирующих алгоритмов [1] изучается тепловое состояние физических систем в условиях, когда характеристики источников теплового поля недоступны, по тем или иным причинам, непосредственному измерению [2—4]. Эти задачи принадлежат к классу обратных.

К числу таких задач относится и задача об определении положения теплового источника по некоторым характеристикам заданного вне занимаемой им области температурного поля, рассматриваемая в настоящей работе.

Эта задача может иметь существенное прикладное значение. Например, если в стенке некоего резервуара, отделяющей область высоких давления и температуры от внешней среды, где эти величины много меньше (речь может идти об обшивке парового котла, химического реактора и т. п.), возникает дефект, то этот дефект, не будучи вовремя обнаруженным и устраненным, приведет к пробоем стенки и аварии. Однако в некоторый начальный период своего существования (длительность этого периода зависит от конкретных условий) дефект будет проявлять себя только изменением температуры в окружающей среде, что можно зафиксировать. Определив положение дефекта, можно предотвратить аварию.

Рассмотрение этой задачи даже в рамках простейшей математической модели позволит получить ответ на ряд принципиальных вопросов и оценить возможности использования математических методов для организации систем контроля за состоянием производственной аппаратуры.