

5000 см<sup>-1</sup>) и составляет  $dn/dT = (2,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-5}$  град<sup>-1</sup>. Вблизи точки фазового перехода наблюдается аномальное поведение показателя преломления: резкий рост  $n_o$  при приближении  $T$  к критической температуре как со стороны больших, так и со стороны малых температур. Поведение  $n_o(T)$  в области фазового перехода у молибдата гадолиния существенно отличается от хода  $n(T)$  у *KDP* [4], претерпевающего при переходе такое же изменение симметрии решетки ( $mm2 \rightarrow 42m$ ). Такое различие связано с тем, что молибдат гадолиния является несобственным сегнетоэлектриком и спонтанная поляризация не является параметром перехода. Основной вклад в изменение оптических свойств при фазовом переходе вносит не спонтанный электрооптический эффект, а (как показано в [5]) параметр порядка, роль которого играют нормальные координаты мягкой моды. Термооптические коэффициенты при фазовом переходе также не остаются постоянными, а испытывают скачки [5], чем и можно объяснить резкий рост  $n_o$  при охлаждении от 165 до 160°С.

Измерение частот собственных колебаний решетки показало, что частоты фононов, лежащих в диапазоне 300—1000 см<sup>-1</sup>, при переходе в параэлектрическую фазу не изменяются. Что касается линий люминесценции ( $\nu = 15\,000$ — $20\,000$  см<sup>-1</sup>) [2], то их ширина и интенсивность существенно увеличиваются с ростом температуры.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Власенко М. Ф., Китаева Г. Х., Пенин А. Н. Квантовая электроника, 1980, 7, № 2, с. 441. [2] Власенко М. Ф., Митюшева И. В., Пенин А. Н. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1980, 21, № 1, с. 99. [3] Акципетров О. А., Георгиев Г. М., Михайловский А. Г., Пенин А. Н. ФТТ, 1976, 18, № 3, с. 665. [4] Влох О. Г., Луцив-Шумский Л. Ф. Изв. АН СССР, 1967, 31, № 7, с. 1139. [5] Анистратов А. Т., Мартынов В. Г., Мельникова С. В. ФТТ, 1975, 17, № 10, с. 2953.

Поступила в редакцию  
19.11.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 1

УДК 627.373.7

#### ОБЛАСТИ ВОЗБУЖДЕНИЯ СУБГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В КОНТУРЕ С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ГАРМОНИЧЕСКОГО ТИПА

В. Ф. Винарский, В. Ф. Марченко, С. А. Сафин

(кафедра радиофизики СВЧ)

1. Своеобразный вид вольт-фарадной характеристики (ВФХ) и отсутствие токов смещения МДП-варикапов позволяют, используя различные комбинации их включения, реализовать периодическую зависимость заряда от приложенного напряжения [1]. ВФХ составного емкостного элемента такого типа показана на рис. 1. Выбором индивидуального смещения на каждом варикапе удается получить ВФХ, близкую к гармонической. Величина общего смещения  $E_0$  определяет рабочую точку на синтезированной характеристике.

Зависимость емкости и заряда от переменного напряжения  $v$  в интересующей нас области можно аппроксимировать в следующем виде:

$$\begin{aligned} C(v) &= C_0(E_0) + C_{\text{нел}}(v) = C_0 - \Delta C \sin(pv + \theta_0), \\ Q(v) &= Q_{\text{лин}}(v) + Q_{\text{нел}}(v) = C_0 v + (\Delta C/p) \cos(pv + \theta_0). \end{aligned} \quad (1)$$

$\Delta C = (C_{\max} - C_{\min})/2$ ,  $p = 2\pi/v_1$ ,  $v_1$  — период функций  $C(v)$  и  $Q(v)$ . Угол  $\theta_0$  характеризует «фазу» гармонической зависимости  $Q_{\text{нел}}(v)$ , определяемую величиной  $E_0$  (например, при  $\theta_0 = 0$  функция  $Q_{\text{нел}} \sim \sim \cos pv$ , при  $\theta_0 = -\pi/2$   $Q_{\text{нел}} \sim \sin pv$ ).

Отметим, что параметр модуляции емкостного элемента  $\mu = \Delta C/2C_0$  уменьшается с увеличением числа варикапов, так как при заданном перепаде  $C_{\max} - C_{\min}$  отдельного варикапа увеличивается суммарная емкость  $C_0$ . Это обстоятельство ограничивает число периодов функции  $Q_{\text{нел}}(v)$ .

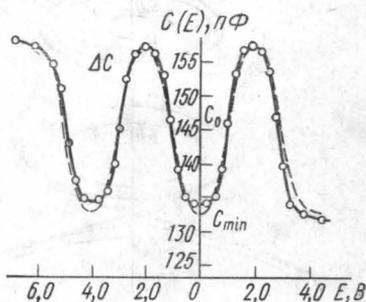


Рис. 1. Вольт-фарадная характеристика блока из пяти варикапов. Аппроксимация гармонической функцией показана пунктиром

Используемые в работе МДП-варикапы имели  $C_{\max} = 43$  пФ,  $C_{\min} = 13$  пФ. Блок из пяти варикапов обеспечивал 2,5 периода изменения  $Q_{\text{нел}}(v)$  с параметром модуляции  $\mu \sim 0,1$ , достаточного для экспериментального наблюдения параметрических эффектов.

2. Рассмотрим контур, в котором нелинейная емкость имеет характеристику (1). В окрестности основного субгармонического резонанса напряжение в контуре представим в виде

$$v = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + a_2 \cos(2\omega t + \varphi_2).$$

Используя разложение в ряд

$$Q_{\text{нел}}(v) = (\Delta C/p) \cos(pv + \theta_0) = s_1 \sin \tau + r_1 \cos \tau + s_2 \sin 2\tau + r_2 \cos 2\tau, \quad \tau = \omega t$$

и вычисляя коэффициенты разложения с точностью до  $(a_1/a_2)^2$ , получим укороченные уравнения, описывающие начальный период установления субгармонических колебаний:

$$\frac{da_1}{d\tau} = -\delta_1 a_1 + \frac{\Delta C a_1}{2C_0} J_1(p a_2) \cos \theta_0 \sin \varphi, \quad (2)$$

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = -\frac{2d\varphi_1}{d\tau} = \Delta_{\text{лин}} + \Delta_{\text{нел}} + \frac{\Delta C}{C_0} J_1(p a_2) \cos \theta_0 \cos \varphi,$$

$\varphi = \varphi_2 - 2\varphi_1$ ,  $\omega_0$  — резонансная частота,  $Q = 1/2\delta_1$  — добротность контура,

$$\Delta_{\text{лин}} = (\omega^2 - \omega_0^2)/\omega^2 \quad (\omega \approx \omega_0),$$

$$\Delta_{\text{нел}} = \frac{2\Delta C}{pC_0} \left[ \frac{J_0(p a_1) J_1(p a_2)}{a_2} - \frac{J_0(p a_2) J_1(p a_1)}{a_1} \right] \sin \theta_0,$$

$J_0, J_1, J_2$  — функции Бесселя.

Из (2) следует условие возбуждения субгармонических колебаний:

$$m = \frac{\Delta C}{C_0} |J_1(p a_2) \cos \theta_0| \geq \sqrt{4\delta_1^2 + (\Delta_{\text{лин}} + \Delta_{\text{нел}})^2}. \quad (3)$$

Поскольку коэффициент модуляции емкости напряжением накачки  $m$  является периодической функцией  $a_2$ , области возбуждения  $a_2 =$

$=a_2(\Delta_{\text{лин}})$  в отличие от хорошо изученного случая квадратично-кубической зависимости  $Q_{\text{нел}}(\nu)$  [2] являются замкнутыми. В отсутствие потерь ( $Q \rightarrow \infty$ ) имеем бесконечное число областей, непрерывно пере-

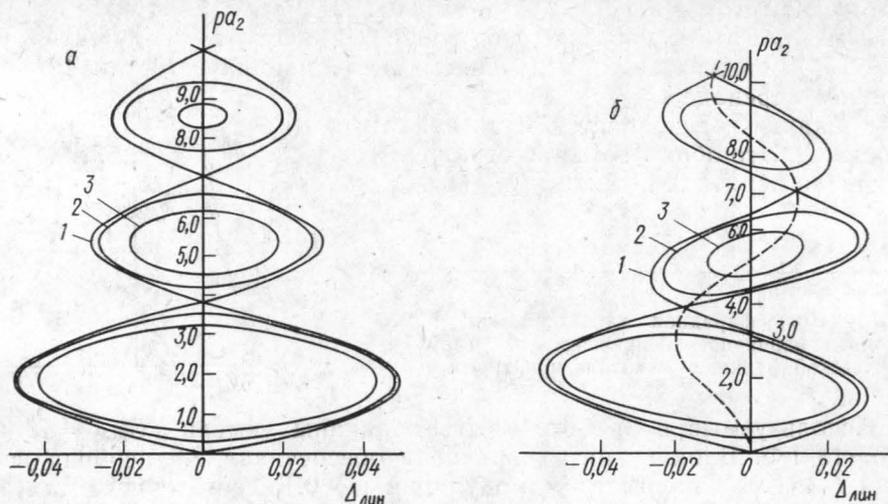


Рис. 2. Расчетные области возбуждения субгармоники при  $\theta_0=0$  для различных значений добротности контура (а):  $Q \rightarrow \infty$  (1),  $Q=100$  (2) и 45 (3). То же при  $\theta_0 \neq 0$  (б)

ходящих друг в друга (кривая 1 на рис. 2, а). Наличие потерь приводит к появлению участков, где возбуждение субгармоники невозможно ( $m < 2\delta_1$ ). Число областей возбуждения определяется величиной добротности контура: например, при  $Q=45$  в рассматриваемом контуре существует 3 области, при  $Q=35$  — 2 области. С уменьшением  $Q$  ширина областей возбуждения и их число также уменьшаются.

При  $\theta_0 \neq 0$  появляется нелинейная расстройка, которая периодически меняет свой знак (2). Центры областей возбуждения лежат на осциллирующей вдоль оси  $\Delta_{\text{лин}}=0$  скелетной кривой (пунктирная линия на рис. 2, б). Увеличение  $\theta_0$  приводит к уменьшению числа областей.

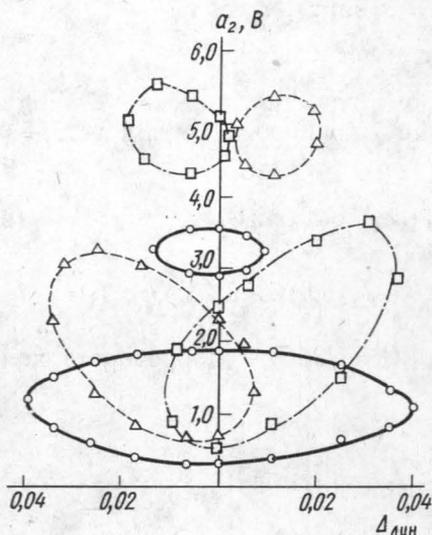


Рис. 3. Экспериментальные пороговые кривые для  $Q=45$ : сплошные для  $\theta_0=0$ , пунктирные —  $\theta_0 \approx 40^\circ$ , штрих-пунктирные —  $\theta_0 \approx -40^\circ$

На рис. 3 приведены экспериментальные значения пороговых амплитуд накачки для контура с нелинейной емкостью, ВФХ которой имеет вид, показанный на рис. 1. Добротность контура  $Q=45$ , резонансная частота  $f_0=2,5$  МГц. Поведение системы в окрестности первых двух областей возбуждения подтверждает теоретический анализ условия (3).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Мартынов В. П., Мартынова В. П., Марченко В. Ф., Рогов Е. П. Электронная техника, 1978, сер. 10, № 6, с. 32. [2] Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты. М.: Сов. радио, 1964.

Поступила в редакцию  
26.01.81

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 1

УДК 539.143

### РАСЧЕТ МНОЖЕСТВЕННОСТИ ДЛЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЯДЕР С ЯДРАМИ

Ч. А. Третьякова, В. Я. Шестоперов

(НИИЯФ)

При изучении взаимодействий ядер с ядрами с энергией в сотни ГэВ на нуклон, зарегистрированных в большой эмульсионной стопке [1], возникла необходимость теоретической оценки некоторых величин, характеризующих взаимодействия ядер такой энергии. Не прибегая к каким-либо специальным моделям, в простейшем предположении, что взаимодействие ядро — ядро представляет собой суперпозицию независимых нуклон-ядерных столкновений, мы провели полуэмпирические расчеты, ре-

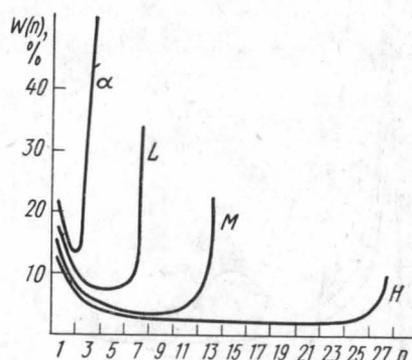


Рис. 1. Вероятность взаимодействия  $n$  нуклонов налетающего ядра со средним ядром эмульсии для разных первичных ядер

зультаты которых были использованы для сравнения с полученными экспериментальными данными [1].

Эти результаты могут оказаться полезными и в других экспериментах при анализе взаимодействий высокоэнергетических ядер с ядрами. В связи с этим ниже приводятся некоторые итоги наших расчетов и краткое описание способа, каким они были получены.

Расчет проводился следующим образом. Масса ядра-шара проецировалась на плоскость круга с учетом распределения плотности нуклонов в ядре по Ферми [2], т. е. рассчитывалась функция

$$\Delta m(\rho) = \frac{\sqrt{R^2 - \rho^2}}{k} \sum_{i=1}^{i=k} d(r_i),$$
 где  $R$  — радиус ядра,  $\rho$  — расстояние от центра круга,  $d(r_i)$  — плотность нуклонов на расстоянии  $r_i$  от центра

ядра,  $r_i = \sqrt{\rho^2 + \left[ \frac{\sqrt{R^2 - \rho^2}}{k} \left( i + \frac{1}{2} \right) \right]^2}$ ,  $k$  — число разбиений хорды, задаваемое точностью вычислений.

С помощью полученной зависимости  $\Delta m$  от  $\rho$  подсчитывалась масса, заключенная в области перекрытия сталкивающихся ядер, и строи-