чение проекции силы реакции излучения на направление магнитного поля. Производя интегрирование с учетом выражений (9)—(12), получаем

$$F_z = \frac{dp_z}{dt} = \frac{G^2 m_0^6 \varepsilon_0^{1/2}}{(3\pi)^3} \begin{cases} \left(\frac{5}{2} + \frac{429}{256\sqrt{3}}\xi\right)\chi^7, & \chi \ll 1, \\ \frac{11\sqrt[3]{3}\,\Gamma(1/3)}{3^5}\chi^{7/3}, & \chi \gg 1, \end{cases} \tag{16}$$

$\Gamma(1/3)$ — гамма-функция (эйлеров интеграл второго рода). Из выражений (16) следует, что сила реакции излучения убывает для $\xi = -1$ при малых значениях параметра $\chi \ll 1$, в случае $\chi \gg 1$ сила реакции излучения не зависит от «поперечной» поляризации.

Таким образом, магнитотормозное нейтринное излучение наряду с процессами, исследованными в работах [1, 2], является квазиклассическим макроскопическим процессом, в котором не сохраняется пространственная четность. Два эффекта, рассмотренных в данной работе, отражают несохранение пространственной четности: во-первых, пространственная асимметрия потока излучаемых нейтринных пар, заключающаяся в преимущественном излучении частиц в направлении, противоположном направлению магнитного поля; во-вторых, существование отличной от нуля проекции силы реакции излучения на направление магнитного поля, вызывающей ускорение электронов в направлении магнитного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Leahy D. A., Unruh W. G. Phys. Rev., 1979, **D 19**, p. 3509. [2] Vilenkin A. Phys. Rev., 1979, **D 20**, p. 1807. [3] Захарцов В. М. Излучение лептонных пар и фотонов заряженными частицами в электромагнитном поле. Автореф. канд. дис., 1971, с. 7. [4] Байер В. Н., Катков В. М. ДАН СССР, 1966, **171**, с. 313. [5] Лоскутов Ю. М., Захарцов В. М. Изв. вузов. Сер. Физика, 1969, № 8, с. 98. [6] Ритус В. И. ЖЭТФ, 1969, **56**, с. 994. [7] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М., 1974, с. 277. [8] Иоффе Б. Л. Успехи физ. наук, 1973, **110**, с. 357. [9] Соколов А. А., Борисов А. В., Жуковский В. И. Изв. вузов. Сер. Физика, 1975, № 10, с. 51.

Поступила в редакцию
05.06.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 2

УДК 533.9.01

СТРУКТУРА ВЫКЛЮЧАЮЩИХ УДАРНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ

А. В. Данилов

(кафедра квантовой теории)

Целью настоящей работы является исследование структуры фронта наиболее сильной из класса медленных ударных волн — ударной волны выключения. Выключающей ударной волной по аналогии с включающей [1] называется такая ударная волна, магнитное поле за фронтом которой направлено по нормали к фронту, а перед фронтом имеет составляющую, лежащую в плоскости фронта ударной волны. Эволюционность ударных волн выключения доказана в работе [2].

Хотя выключающая ударная волна описывается теми же уравнениями, что и включающая [3], она не является «зеркальным отображением» последней. Это связано с различием в граничных условиях, по-

скольку состояние, где имеется поперечная компонента магнитного поля, в одном случае соответствует минимальной, а в другом — максимальной энтропии. В частности, «включение» поперечного поля ограничено по величине — угол отклонения магнитного поля не превышает $\operatorname{arctg}\sqrt{3/2}$, тогда как выключение возможно для любых углов наклона магнитного поля.

1. Рассмотрим плоскую стационарную ударную волну, распространяющуюся вдоль оси x в простой ($\gamma_e=\gamma_i=5/3$) полностью ионизованной покоящейся плазме. Перейдем в систему координат, связанную с фронтом волны, и направим ось y так, чтобы магнитное поле перед фронтом лежало в плоскости (xy). Для плоской одномерной задачи из уравнений Максвелла, а также условий квазинейтральности и отсутствия токов в равновесных состояниях следует:

$$H_x=H=\text{const};\ v_x{}^e=v_x{}^i=v; \tag{1}$$

$$E_x=E_y=0;\ E_z=\text{const}, \tag{2}$$

где **H** и **E** — магнитное и электрическое поля, $v_x{}^e$ и $v_x{}^i$ — x-компоненты скорости электронов и ионов.

Введем безразмерные переменные

$$\omega=v/v_k,\ h_{y,z}=H_{y,z}/H,\ \theta_{e,i}=T_{e,i}/T_k,\ h^2=(H_y^2+H_z^2)/H^2,$$

$$\operatorname{tg}\varphi=h_y/h_z,\ \varepsilon=(m_e/m_i)^{1/2},\ M_k=v_k/v_{sk},\ M_{ak}=v_k/v_{ak}.$$

Здесь $T_{e,i}$ — температура электронов и ионов, $v_{sk}=(\gamma T_k/m_i)^{1/2}$, $v_{ak}=H/(4\pi m_i\rho_k)^{1/2}$ — звуковая и альфвеновская скорости. Все переменные с индексом $k=1$ и 2 относятся к равновесным состояниям соответственно перед фронтом (при $x\to-\infty$) и за фронтом (при $x\to\infty$), а без индексов — к состояниям при конечных x.

Приравнивая потоки вещества, импульса и энергии в равновесных состояниях 1 и 2 и используя (1)—(2) [3, 4], получим систему уравнений для безразмерных параметров за фронтом волны:

$$\omega_2-1+\frac{3}{5M_1^2}\left(\frac{\theta_2}{\omega_2}-1\right)+\frac{h_{y2}^2-h_{y1}^2}{2M_{a1}^2}=0, \tag{3}$$

$$\omega_2^2-1+\frac{3}{M_1^2}(\theta_2-1)+\frac{(h_{y2}-h_{y1})^2}{M_{a1}^2}+2h_{y1}\frac{h_{y2}-h_{y1}}{M_{a1}^2}=0, \tag{4}$$

$$h_{y1}\left(1-\frac{1}{M_{a1}^2}\right)=h_{y2}\left(\omega_2-\frac{1}{M_{a1}^2}\right). \tag{5}$$

Таким образом, для выключающей волны ($h_{y2}=0$) $M_{a1}=1$.

Записывая уравнения (3)—(5) в переменных, отнесенных к состоянию 2, найдем связь между числами Маха перед и за фронтом ударной волны:

$$M_1{}^2=9M_2{}^2/[15M^4{}_{a2}-6M^2{}_{a2}+5(M^2{}_{a2}-1)^2M_2{}^2],$$

$$h_{y1}^2=\frac{2}{3}(M_{a2}^2-1)\left(4-\frac{M_2^2+3}{M_2^2}M_{a2}^2\right),$$

причем $M^2{}_{a2}=\omega_2$. Область возможных изменений чисел Маха $M_2{}^2$ и $M^2{}_{a2}$ для ударных волн выключения представлена на рис. 1.

2. Метод решения задачи о структуре фронта ударной волны — асимптотический анализ — подробно изложен в работе [4]. Пользуясь

уравнениями двужидкостной гидродинамики для электронов и ионов и записывая уравнения непрерывности потоков вещества, импульса и энергии, а также уравнения движения для электронов и переноса тепла для ионов, получаем систему уравнений, описывающих структуру фронта ударной волны. Эта система содержит масштабные множители, характерные для различных физических процессов. Так, ионной вязкости отвечает масштаб $\Delta_v = l/M$, дисперсии, связанной с электронной инерцией, — $\Delta_d = \varepsilon\delta\, Ml/M_a$, холловским членам — $\Delta_h = M\delta l$, джоулевым диссипациям — $\Delta_j = \varepsilon\delta^2 Ml/M_a^2$, электронной и ионной теплопроводности — $\Delta_{Te} = l/\varepsilon M^3$ и $\Delta_{Ti} = l/M^3$, термосиле — $\Delta_f = \delta l/M$ и, наконец, масштаб, характерный для электрон-ионной температурной релаксации, — $\Delta_r = Ml/\varepsilon$.

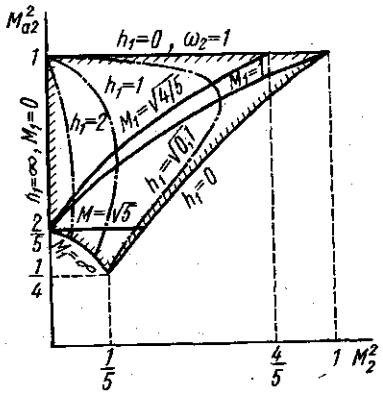

Рис. 1

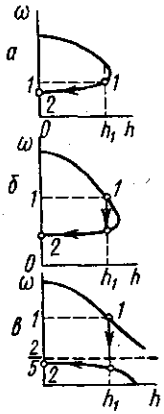

Рис. 2

Здесь $\delta = (\Omega_i\tau_i)^{-1}$ и $\varepsilon\delta = (\Omega_e\tau_e)^{-1}$ — степень замагниченности ионов и электронов, а Ω, l и τ — соответственно циклотронная частота, длина пробега и время кулоновских столкновений. Все величины относятся к состоянию 1.

В случае полностью незамагниченной плазмы, т. е. при $\delta \gg 1$ и $\varepsilon\delta \gg 1$, наибольшим является масштаб Δ_j, и основной диссипативный процесс, определяющий структуру фронта в этом случае, — джоулевы диссипации. При этом, поскольку $\Delta_j \gg \Delta_r$, можно положить $\theta_e = \theta_i = \theta$ и, с точностью до малых членов порядка ε, δ^{-1}, $(\varepsilon\delta)^{-1}$, уравнения для структуры фронта принимают вид:

$$\Delta_j \frac{dh^2}{dx} = \theta^{3/2} h^2 (\omega - 1), \tag{6}$$

$$\frac{\Delta_j^2}{\Delta_h} \frac{d\varphi}{dx} = \omega\theta^3 (1 - \omega), \tag{7}$$

$$\omega - 1 + \frac{3}{5M_1^2}\left(\frac{\theta}{\omega} - 1\right) + \frac{h^2 - h_1^2}{2} = 0, \tag{8}$$

$$\omega^2 - 1 + \frac{3}{M_1^2}(\theta - 1) + h^2 - h_1^2 = 0. \tag{9}$$

Исключая θ из (8) и (9), получим

$$4\omega^2 - \left[5 + \frac{3}{M_1^2} - \frac{5}{2}(h^2 - h_1^2)\right]\omega + 1 + \frac{3}{M_1^2} - h^2 + h_1^2 = 0. \tag{10}$$

Дифференцируя (10) по h^2, находим, что в равновесном состоянии 1

$$\left[\frac{d\omega}{dh^2}\right]_1 = -\frac{1}{2(1-1/M_1^2)}. \tag{11}$$

Из (6) и (11) следует, что при $M_1^2>1$ структура фронта ударной волны начинается с изомагнитного скачка [7], ширина которого много меньше Δ_j, а структура аналогична структуре газодинамической ударной волны [4, 8]. За изомагнитным скачком следует «джоулева» ударная волна сжатия (при $1<M_1^2<5$) или разрежения (при $M_1^2>5$). Рис. 2, *а*, *б*, *в* представляет зависимость ω от h^2 в случаях

$$M_1^2<1,\ 1<M_1^2<5,\ M_1^2>5.$$

Пространственное изменение h^2, ω и θ на масштабе Δ_j можно найти из (6), (8), (9):

$$\frac{x-x_0}{\Delta_j} = \int\limits_{h_1^2/2}^{h^2} \frac{\theta^{-3/2}(h'^2)}{[\omega(h'^2)-1]}\frac{dh'^2}{h'^2}. \tag{12}$$

При $M_1^2=5$ за изомагнитным скачком $\omega=2/5=\text{const}$ и интеграл (12) можно вычислить в явном виде.

Согласно (7) при $\theta_2\sim 1$ угол поворота вектора магнитного поля в плоскости (y, z) мал: $\varphi\sim(\varepsilon\delta)^{-1}$.

Для медленных дозвуковых течений при $M_1^2\ll 1$ более существенную роль начинает играть электронная теплопроводность, приводящая к повышению температуры плазмы далеко перед фронтом сжатия. При $M_1^2\ll(\varepsilon\delta)^{-2}$ масштаб электронной теплопроводности становится наибольшим. Сжатие при этом несущественно, т. е. $\omega=1$, а изменение температуры определяется уравнениями

$$\frac{3}{5M_1^2}(\theta-1)+\frac{h^2-h_1^2}{2}=0,$$

$$\frac{3}{M_1^2}(\theta-1)+h^2-h_1^2=\Delta_{Te}\theta^{5/2}\frac{d\theta}{dx}.$$

Исключая h^2, находим

$$\frac{x}{M_1^2\Delta_{Te}} = -\frac{2}{9}(\theta_2^{5/2}-\theta^{5/2})-\frac{10}{27}(\theta_2^{3/2}-\theta^{3/2})-\frac{10}{9}(\theta_2^{1/2}-\theta^{1/2})-$$

$$-\frac{5}{9}\ln\frac{(\sqrt{\theta_2}-1)(\sqrt{\theta}+1)}{(\sqrt{\theta_2}+1)(\sqrt{\theta}-1)}. \tag{13}$$

Из (13) следует, что температура изменяется на масштабе $M_1^2\Delta_{Te}\gg\Delta_j$ от $\theta=1$ при $x=-\infty$ до $\theta=\theta_2$ при $x=0$. При $x>0$ решение дается формулами (6)—(9) с $\theta=\theta_2$ и сжатие изменяется от $\omega=1$ до $\omega=\omega_2$, а магнитное поле — от $h^2=h_1^2-6(\theta_2-1)/5M_1^2$ до нуля. Отметим, что это решение не имеет аналога в случае включающих ударных волн.

3. Обратимся теперь к противоположному предельному случаю замагниченной плазмы ($\delta\ll 1$). При $h_1^2\ll\varepsilon^{-1}$ структура ударных волн выключения определяется теми же процессами, что и структура включающих ударных волн. Основным является масштаб l/ε электронной тепло-

проводности и электрон-ионного теплообмена. Структура фронта описывается в этом случае уравнениями [3]

$$\frac{dh^2}{dx} = 2h^2\omega^{-1}(1+h^2)^{-1}\frac{\Delta_f}{\Delta_h}\frac{d\theta_e}{dx} + 2h^2\omega^{-1}\theta_e^{-3/2}\frac{\Delta_j}{\Delta_h^2}\frac{1+0{,}51h^2}{1+h^2}\left(1-\frac{1}{\omega}\right), \tag{14}$$

$$\theta_e^{5/2}(1+h^2)^{-1}\Delta_{Te}\frac{d\theta_e}{dx} = (1-\omega)\left(4\omega-1-\frac{3}{M_1^2}\right)-(h^2-h_1^2)\left(\frac{5\omega}{2}-1\right), \tag{15}$$

$$\frac{3}{2}\frac{d\theta_e}{dx}+\frac{5}{2}M_1^2\omega\frac{dh^2}{dx}+\left\{\frac{5M_1^2}{3}\left[8\omega-5-\frac{3}{M_1^2}+\frac{5}{2}(h^2-h_1^2)\right]+\frac{\theta_e}{\omega}\right\}\frac{d\omega}{dx}+$$
$$+\frac{2}{\Delta_r}\omega^{-2}\theta_e^{-3/2}(1+h^2)\left[\theta_e+\frac{5}{3}M_1^2\omega^2-\left(\frac{5}{3}M_1^2+1\right)\omega+\frac{5}{6}M_1^2\omega(h^2-h_1^2)\right]=0. \tag{16}$$

В трехмерном фазовом пространстве (ω, h^2, θ_e) система уравнений (14)—(16) имеет три особые точки: 1 (1, h_1, 1), 2 (ω_2, 0, θ_2) и 3 (ω_3, 0, θ_3), причем при $M_2^2 \geqslant 1/5$ выполняются неравенства $0<\theta_3<1$, $\omega_3>1$ и переход $3\to1$ соответствует включающей ударной волне, а $3\to2$ — газодинамической. При $M_2^2<1/5$ получаем $\theta_3<0$, т. е. данные переходы не имеют физического смысла.

Исследование поля интегральных кривых в окрестности особых точек 1 и 2 проводится аналогично [3]. При $M_1^2>4/5$, $M_2^2>4/5$ и $M_1^2<4/5$, $M_2^2<4/5$ существует единственная интегральная кривая, выходящая из точки 1 и входящая в точку 2 и представляющая структуру ударной волны. Поскольку $M_2^2=M_1^2\omega_2^2/\theta_2<M_1^2$, случай $M_1^2<4/5$, $M_2^2>4/5$ невозможен. При $M_1^2>4/5$, $M_2^2<4/5$ исследуемая система не имеет решения, описывающего переход из 1 в 2, поскольку множитель в фигурных скобках при $d\omega/dx$ в (16) имеет разные знаки в точках 1 и 2. Это значит, что $d\omega/dx$ внутри фронта возрастает настолько, что возникает необходимость учета ионной вязкости — нужно ввести внутренний разрыв на масштабе Δ_v. Структура этого разрыва найдена в работе [3]. На протяжении вязкого разрыва θ_e не меняется, так как масштаб изменения θ_e есть $\Delta_{Te}\sim\varepsilon^{-1}\Delta_v$, поэтому показатель адиабаты электронов $\gamma_e=1$ и можно ввести «изотермическую скорость звука» $c_T=\sqrt{4/5}\,c_s$, что проясняет смысл ограничения $M_1^2>4/5$, $M_2^2<4/5$ [9].

Если $h_1^2\gg\varepsilon^{-1}$, то на передней части фронта электронная и ионная теплопроводности оказываются малыми по h_1^{-2}. В этом случае уравнение (15) совпадает с (10), и при $M_1^2>1$ структура может начинаться только с газодинамического скачка (масштаб l). Этот скачок по-прежнему будет изомагнитным, так как масштаб Δ_h^2/Δ_j не зависит от h, но малость электронной теплопроводности ведет к тому, что электроны нагреваются адиабатически: $\theta_e=\omega^{-2/3}$. С точностью до членов, малых по h_1^{-1}, уравнения сохранения потоков x-компоненты импульса и энергии имеют вид:

$$\omega-1+\frac{3}{10M_1^2}\left(\frac{\theta_e+\theta_i}{\omega}-2\right)-\frac{1}{3}\Delta_v\theta_i^{5/2}\frac{d\omega}{dx}=0,$$

$$\omega^2-1+\frac{3}{2M_1^2}(\theta_e+\theta_i-2)-\frac{2}{3}\Delta_v\theta_i^{5/2}\omega\frac{d\omega}{dx}=0$$

и решение для структуры газодинамического скачка находится в виде квадратуры

$$\frac{x-x_0}{\Delta_v}=\int\limits_{(1+\omega_2)/2}^{\omega}\theta_i^{5/2}\omega' d\omega'/(\omega'-1)\left(4\omega'-1-\frac{3}{M_1^2}\right),$$

где

$$\theta_i=\frac{10M_1^2}{9}(1-\omega)^2+\frac{4}{3}(1-\omega)+2-\omega^{-2/3}.$$

Это решение подобно структуре фронта поперечной волны в замагниченной плазме [4] — в обоих случаях решение в виде квадратуры удается получить потому, что поперечная компонента магнитного поля подавляет теплопроводность; специфика данного случая в том, что магнитное поле при этом не изменяется.

После вязкого скачка магнитное поле убывает согласно (14) и электроны нагреваются при столкновениях с ионами. Поэтому электронная теплопроводность возрастает и структура определяется теми же соотношениями, что и в случае $M_1^2>4/5$, $M_2^2<4/5$.

Отметим наконец, что в структуре фронта выключающей волны может проявиться одна из особенностей медленных ударных волн — убывание замагниченности во фронте. Так как $\Omega\tau\sim HT^{3/2}/n$, убывание величины $H\sqrt{1+h^2}$ может оказаться более существенным, чем возрастание $T^{3/2}/n$. Такая возможность осуществляется в пределе $h_1\gg1$, M_1, $M_2\ll1$, при этом в начале фронта основным процессом оказывается электронная теплопроводность, а в конце — джоулевы диссипации, как и в случае незамагниченной плазмы.

В заключение автор благодарит А. Л. Великовича и М. А. Либермана за постановку задачи и помощь в работе и акад. И. М. Лифшица за обсуждение результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Андерсон Э. Ударные волны в магнитной гидродинамике. М., 1968. [2] Ройхваргер З. Б., Сыроватский С. И. ЖЭТФ, 1974, **66**, № 4, с. 1338. [3] Либерман М. А. ЖЭТФ, 1978, **75**, № 5, с. 1652. [4] Великович А. Л., Либерман М. А. ЖЭТФ, 1976, **71**, № 4, с. 1390. [5] Coronity F. V. Nucl. Fusion, 1971, **11**, p. 261. [6] Брагинский С. И. Вопросы теории плазмы. М., 1962, т. 1. [7] Todd L. J. Fluid Mech., 1966, **24**, p. 597. [8] Jaffrin M. Y., Probstein R. T. Phys. Fluids, 1964, **7**, p. 1658. [9] Имшенник В. С. Физика плазмы, 1975, **1**, с. 202.

Поступила в редакцию
10.06.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982, Т. 23, № 2

УДК 539.17.013

МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ КУМУЛЯТИВНЫХ π^--МЕЗОНОВ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДЕЙТРОНОВ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ С ПРОТОНАМИ

А. М. Попова, С. Г. Серебряков, Е. К. Шабалина

(НИИЯФ)

Известно, что при взаимодействии протонов с дейтронами, имеющими импульс ~ 10 ГэВ/с, в направлении первичного дейтрона образуются π^--мезоны с энергией, значительно превышающей энергию, прихо-