она меньше этой величины. Максимальная степень устойчивости  $S_m$ основных типов траекторий корней показана в таблице. Ее можно определить, построив для каждого из примеров таблицы полный корневой годограф [3], из которого находится значение свободного парамегра К<sub>т</sub>, соответствующее максимальному удалению корней от мнимой эси комплексной плоскости р. С помощью полного корневого годографа можно также проследить за изменением степени устойчивости  $S \ll S_m$ от свободного параметра К. Как видно из таблицы, максимальная степень устойчивости может достигаться:

1) в кратных точках (для большинства типов траекторий KODней):

2) на вертикальной прямой, проведенной через три корня (один действительный, два комплексно-сопряженных) с одинаковыми действительными частями (III, V, XII, XVII типы траекторий корней);

3) в точках совпадения одной из начальных точек с предельной (II, VIII, IX, XV вырожденные типы траекторий корней).

Знание типов траекторий корней позволяет также целенаправленно выбирать параметры корректирующих устройств, включенных параллельно или последовательно с неизменяемой частью системы более низкого порядка. Так, например, вырожденные типы траекторий корней можно использовать для синтеза одноконтурных систем, имеющих один нежелательный полюс, компенсируя его нулем. Подбирая параметры корректирующего устройства, можно добиться такого взаимного расположения основных точек, при котором доминирующие ветви траекторий корней в некоторой области значения К будут удаляться от мнимой оси (например, в случае III, XI, XVII типов траекторий корней).

Аналогично можно исследовать зеркальные типы траекторий корней, воспользовавшись таблицей. Динамические свойства систем класса [4; 1] в этом случае близки к свойствам систем класса [3; 0].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Бендриков Г. А., Теодорчик К. Ф. Траектории корией линейных автоматических систем. М.: Наука, 1964. [2] Бендриков Г. А., Теодор-чик К. Ф. Автоматика и телемеханика, 1955, 16, № 3, с. 288. [3] Бендри-ков Г. А., Фонсека Араухо У. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физ. Астрон., 1973, 14, № 1, с. 60.

Поступила в редакцию 05.06.80

### ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982. т. 23. № 3

### УДК 533.9.082.5

# РАДИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АТОМОВ Хе В ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СТОЛБЕ ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА В СМЕСИ Не-Хе

Л. М. Волкова, А. М. Девятов, Е. А. Кралькина, Л. В. Шибкова

(кафедра электроники)

Развитие лазерной техники и появление газоразрядных приборов, работающих на смесях газов, стимулировали изучение пространственного разделения компонент смеси, которое может влиять на КПД приборов. Явление разделения компонент смеси, называемое катафорезом, может происходить под действием электрического поля в продольном и радиальном направлениях.

В работах, посвященных исследованию этого явления, до сих пор обычно учитывали лишь один из видов разделения. В работе [1] изу-

8

чался продольный катафорез без учета радиального разделения. В работах [2, 3] при исследовании радиального катафореза специально подбирались условия, обеспечивающие отсутствие продольного катафореза. Однако в положительном столбе оба этих процесса взаимосвязаны, и перераспределение атомов примеси в продольном направлении может привести к изменению радиальных характеристик столба.

В данной работе исследуется радиальное распределение концентрации легкоионизуемой малой добавки Хе в смеси Не—Хе с учетом продольного разделения компонент. Измерения проводились в трубке диаметром 0,03 м и длиной 0,60 м. Разрядный ток менялся от 0,10 до 0,25 А; давление Не — от 13,3 до 80,0 Па, парциальное давление Хе – от 0,11 до 0,80 Па.

Радиальное распределение интенсивности излучения измерялось перпендикулярно оси разрядной трубки. Сигнал с фотоумножителя подавался на вход «У» двухкоординатного самописца, на вход «Х» подавался сигнал, пропорциональный скорости сканирования изображения. Погрешность измерения не превышала 10% на крыльях и 5% в центре полученной кривой распределения интенсивности по сечению разрядной трубки. В результате получены усредненные по лучу зрения значения интенсивностей  $\overline{I(x)}$ , которые связаны с локальными значениями интенсивностей I(r) уравнением Абеля. Для случая цилиндрическисимметричной плазмы это уравнение можно записать в виде

$$\overline{I(x)} = 2 \int_{x}^{\infty} \frac{I(r) dr}{\sqrt{r^2 - x^2}}.$$
 (1)

Вычисление локальных значений интенсивностей выполнялось по методу регуляризации Тихонова [4] с помощью программы, разработанной в НИВЦ МГУ [5]. Как показано в работе [6], локальные значения интенсивностей восстанавливаются без нарастания ошибки, если исходные данные известны с точностью не хуже чем 15%.

Для того чтобы перейти к радиальному распределению концентрации нормальных атомов Хе, измерялись поперечные распределения интенсивностей линий Не и Хе, причем выбирались линии, интенсивности которых можно представить в виде

$$I_{\rm He}(\mathbf{r}) = h v_{\rm He} n_{\varepsilon}(\mathbf{r}) n_{\rm He} \langle \sigma_{\rm He} \upsilon \rangle, \qquad (2)$$

$$I_{\mathrm{Xe}}(\mathbf{r}) = h \mathbf{v}_{\mathrm{Xe}} n_{e}(\mathbf{r}) n_{\mathrm{Xe}}(\mathbf{r}) \langle \sigma_{\mathrm{Xe}} v \rangle, \qquad (3)$$

где  $n_{\rm He}$  и  $n_{\rm Xe}$  — концентрации нормальных атомов Не и Xe,  $n_{\rm e}$  — концентрация электронов,  $\sigma_{\rm He}$  и  $\sigma_{\rm Xe}$  — функции возбуждения рассматриваемых линий Не и Xe. В том случае, если функция распределения электронов по энергиям (ФРЭЭ) и концентрация атомов Не не меняются по радиусу, отношение  $I_{\rm Xe}(r)/I_{\rm He}(r)$  даст радиальный ход концентрации нормальных атомов примеси. Оценки показывают, что при используемых значениях разрядного тока (0,10—0,25 A) перераспределением основного газа по сечению можно пренебречь из-за малой степени ионизации. Зависимость интенсивностей выбранных линий Не и Xe от  $n_{\rm e}$  оставалась линейной во всем диапазоне используемых значений разрядного тока.

Для выяснения радиальной зависимости ФРЭЭ исследовалось поведение интенсивностей линий гелия с сильно различающимся ходом функций оптического возбуждения по радиусу разрядной трубки. В пределах погрешности радиальную зависимость интенсивностей линий гелия 667.8 нм (2<sup>1</sup>*P*—3<sup>1</sup>*D*), 501,6 нм (2<sup>1</sup>*S*—3<sup>1</sup>*P*) и 706,5 нм (2<sup>3</sup>*P*—3<sup>3</sup>*S*)

9

можно считать одинаковой, что говорит и о постоянстве  $\Phi P \Im \Im$  по радиусу. Кроме того, методом второй производной тока на зонд определялась функция распределения в различных точках по радиусу вплоть до r=0.85 R. Эти измерения подтвердили, что в наших условиях функция распределения в пределах ошибки эксперимента не меняется по радиусу трубки.

Применяемый нами метод позволяет получить радиальное распределение атомов примеси по линиям, интенсивности которых определяются прямым электронным возбуждением верхних уровней и спонтан-



Рис. 1. Радиальный ход концентрации нормальных атомов Xe: a - i = = 0,20 A,  $P_{\rm He} = 40,0$  Па,  $P_{\rm Xe}$ , Па; 1 - 0,80, 2 - 0,27, 3 - 0,11; 6 - i = = 0,20 A,  $P_{\rm Xe} = 0,11$  Па,  $P_{\rm He}$ , Па:  $1 - 13,3, 2 - 40,0, 3 - 60,0; 8 - P_{\rm He} = = 40,0$  Па,  $P_{\rm Xe} = 0,11$  Па, i, A:  $1 - 0,10, 2 - 0,15, 3 - 0,20, 4 - 0,25; 2 - P_{\rm He} = 40,0$  Па,  $P_{\rm Xe} = 0,11$  Па, i = 0,20 A, расстояние от катода l, M: 1 - 0,20, 2 - 0,32, 3 - 0,45

ными переходами вниз, тогда как обычно для этих целей измерялся коэффициент поглощения резонансных линий [7, 8]. Для измерения



Рис. 2. Экспериментальная (1) и теоретическая (2) зависимости степени радиального разделения нормальных атомов Xe от расстояния до катода:  $P_{\text{He}} =$ = 40,0 Па,  $P_{\text{Xe}} = 0,11$  Па, i = 0.20 A

радиального распределения атомов ксенона в разряде в смеси Не--Хе нами использованы линии 706,5 нм Не и 711,9 нм Хе.

На рис. 1 приведен радиальный ход концентрации нормальных атомов Хе в зависимости от парциального давления Хе, парциального дазления Не, силы разрядного тока и расстояния от катода. Уменьшение парциального давления Хе приводит к возрастанию средней энергии электронов и увеличению частоты ионизации ксенона. Следовательно, увеличивается поток ионов примеси на стенки трубки, а значит, и степень поперечного перераспределения атомов примеси (рис. 1, *a*).

С ростом парциального давления гелия возрастает концентрация электронов и соответственно скорость ионизации атомов примеси, что приводит к увеличению концентрации атомов примеси у стенок разрядной трубки (рис. 1,  $\delta$ ). Точно так же влияет на степень поперечного перераспределения атомов Хе рост разрядного тока (рис. 1,  $\delta$ ).

Все эти измерения проводились в фиксированном сечении разряда на расстоянии 0,45 м от катода. Однако наличие продольного катафореза приводит к тому, что концентрация примеси становится неодинаковой по длине столба: она уменьшается при движении от катода к

10

аноду. В связи с этим степень поперечного перераспределения атомов примеси также зависит от выбранного места измерения. При движении от катодной границы столба к анодной происходит возрастание средней энергии электронов, вызванное уменьшением концентрации примесн вдоль столба, и, следовательно, возрастание степени поперечного перераспределения атомов примеси (рис. 1, г).

Наиболее полно и последовательно теоретическая модель явления радиального катафореза в положительном столбе дана в работах [9, 10]. По оценкам в наших условиях эксперимента используется переходная область, где вклад в ионизацию дают и основной газ, и примесь. В этом случае уравнения баланса частиц имеют следующий вид [10]:

$$\nabla^2 (D_{a_e} n_e) + \frac{b_2}{b_1} \alpha_1 n_1 n_e + \alpha_2 n_2 n_e = 0, \qquad (4)$$

$$\nabla^2 (D_2 n_2) - \alpha_2 n_2 n_e = 0, \tag{5}$$

где  $n_e$ ,  $n_1$  и  $n_2$  — концентрация электронов, атомов основного газа и атомов примеси соответственно;  $D_{a_2}$  — коэффициент амбиполярной диффузии ионов примеси;  $D_2$  — коэффициент диффузии нейтральных атомов примеси;  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — соответственно удельная частота ионизации атомов основного газа и примеси;  $b_1$  и  $b_2$  — подвижности ионов основного газа и примеси.

В общем виде эту систему уравнений решить нельзя, поэтому дается приближенное решение. Полагается, что

$$P = P(0) - \frac{i}{s(b_e + b_2)} l + \lambda P_e + f(x, l),$$
(6)

где  $P = P_e + P_2$  — полное давление электронов и нейтральных атомов примеси; P(0) — то же в сечении l=0, которое задается условием  $\int_{0}^{R} (n_2 + n_e) dx = N_2 \cdot R$ , выражающим сохранение числа частиц примеси в поперечном сечении столба;  $N_2$  — начальная концентрация примеси; l — расстояние от катодной границы столба;  $\lambda = 4R^2 \alpha_1 n_1 / \pi^2 D_{a_1}$  безразмерный параметр, характеризующий вклад основного газа в частоту ионизации; f(x, l) — неизвестная функция, которая может быть

в принципе-найдена из системы уравнений (4)—(5). Однако, как вытекает из соотношений, полученных для двух предельных случаев,  $f(x, l) \rightarrow 0$  как при  $\lambda \rightarrow 0$ , так и при  $\lambda \rightarrow 1$ . Тогда следует ожидать, что во всей области изменения хорошим приближением будет f(x, l) = 0.

Применение уравнения полного тока дает следующее выражение для концентрации нейтральных атомов примеси в центре трубки [10]:

$$n_{20} = \frac{\widetilde{P}}{kT_g} \left( 1 - \frac{3\gamma}{2\delta + 2} \right), \tag{7}$$

где  $T_g$  — температура газа,

$$\gamma = 1 + \frac{\pi^2 \lambda D_{a_e} k T_g}{4R^2 \alpha_2 \widetilde{P}}, \ \delta = \frac{3}{2} \frac{\widetilde{P} \gamma}{(1-\lambda) P_{e0}} - 1, \ \widetilde{P} = P(0) - \frac{i}{s(b_e + b_2)} l.$$

Далее, учитывая граничное условие  $n_e(R) = 0$ , для концентрации нейтральных атомов примеси у стенки трубки получаем уравнение

$$n_2(R) = \frac{\widetilde{P} + \lambda P_{e0}}{kT_g}.$$
(8)

С использованием формул (7), (8) была рассчитана степень поперечного перераспределения концентрации атомов примеси  $n_{20}/n_2(R)$  в зависимости от расстояния до катодной границы столба.

Частота ионизации аппроксимировалась линейной зависимостью от энергии [11], подвижности ионов Не и Хе были взяты из работы [12]. Функция распределения электронов по скоростям предполагалась максвелловской.

Из рис. 2 видно, что результаты экоперимента и теоретического расчета находятся в удовлетворительном согласии.

Таким образом, экспериментально получены зависимости степени радиального перераспределения легкоионизуемой примеси ксенона в Не—Хе-разряде в широком диапазоне давлений и разрядных токов. Кроме того, показано, что в положительном столбе при изучении радиального катафореза надо учитывать и продольное разделение компонент смеси.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Мискинова Н. А. Канд. двс. М., 1970. [2] Bleekrode R., Laarse J. W. v.d. J. Appl. Phys., 1969, 40, N 6, p. 2401. [3] Waszink J. H., Polman J. J. Appl. Phys., 1969, 40, N 6, p. 2403. [4] Тихонов А. Н. ДАН СССР, 1963, 153, № 3, с. 501. [5] Меченов А. С. Бюллетень алгоритмов и программ, П 001412, № 3, BHTИЦентр, 1975. [6] Волкова Л. М., Девятов А. М. н др. В кн.: Инверсия Абеля и ее обобщение. Новосибирск, 1978, с. 200. [7] Латуш Е. Л., Михалевский В. С. и др. Квант. электроника, 1976, № 10, с. 2306. [8] Bleekrode R. J. Appl. Phys., 1967, 38, N 3, р. 5062. [9] Пекар Ю. А. ЖТФ, 1966, 36, № 8, с. 1372. [10] Пекар Ю. А. ЖТФ, 1967, 37, № 6, с. 1112. [11] Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных воли и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966, с. 329—331. [12] Елецкий А. В., Палкина Л. А., Смир нов Б. М. Явление переноса в слабоионизованной плазме. М.: Атомиздат, 1975, с. 326.

Поступила в редакцию 12.06.80

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1982. т. 23. № 3

#### УДК 536.2:517.947

## К ВОПРОСУ О ЕДИНСТВЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОВОГО ИСТОЧНИКА ПО КОСВЕННЫМ ДАННЫМ

#### В. Б. Гласко, Е. Е. Кондорская, Ш. М. Бидзинов

(кафедра математики)

1. В ряде работ с помощью регуляризирующих алгоритмов [1] изучается тепловое состояние физических систем в условиях, когда источники теплового поля недоступны непосредственному измерению [2—5]. Эти задачи принадлежат к классу обратных.

В частности, в работе [2] рассмотрена задача о локализации теплового источника по некоторым характеристикам заданного вне занимаемой им области температурного поля, отмечено ее прикладное значение, а также рассмотрены вопросы единственности и корректности в рамках двумерной плоской модели с точечным источником заданной интенсивности.

На практике, однако, далеко не всегда можно считать источник точечным. Представляет также интерес определение его интенсивности, которая, как правило, неизвестна. При этом принципиальным является вопрос о единственности решения — вне зависимости от конкретной модели источника, — так как положительный ответ на него гарантирует